

УДК 004.67: 539.3(043.3)

С.С. Федин, Н.А. Зубрецкая

Киевский национальный университет технологий и дизайна, Киев

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОГО ОБЪЕМА ИНФОРМАЦИИ

Предложен феноменологический подход к прогнозированию вероятностных характеристик усталостного разрушения авиационных конструкций, отличающийся от физических методов использованием статистических данных, полученных в результате испытаний образцов на сопротивление малоциклового усталости. Для вероятностной оценки усталостной долговечности применяется марковская математическая модель, идентификация параметров которой в условиях малой выборки наблюдений осуществляется на основе метода максимального правдоподобия. Особенности представленного подхода демонстрируются на примере образцов, изготовленных из высокопрочного алюминиевого сплава, применяемого в авиационных конструкциях.

Ключевые слова: прогнозирование, усталостное разрушение, вероятностные характеристики, усталостная долговечность, авиационные конструкции, ограниченный объем информации, марковские случайные процессы.

Введение

Исследование области упругопластического деформированного состояния и прогнозирование динамики развития трещин при малоцикловом (область чисел циклов до разрушения $<5 \cdot 10^4 - 10^5$) повторно-статическом нагружении высокопрочных материалов является актуальной задачей обеспечения надежности авиационных конструкций. Решению этой задачи посвящены фундаментальные исследования В. Вейбулла [1], П.С. Шевелько [2], М.Н. Степнова [3], Дж. Богдановфа [4] и многих других ученых.

Прогнозирование динамики развития трещин и вероятностная оценка усталостной долговечности позволяет оценивать ожидаемую продолжительность срока службы и принимать обоснованные решения при установлении регламентов планового контроля авиационных конструкций. В большинстве случаев для расчета и прогнозирования характеристик усталостного разрушения согласно ГОСТ 25.504-82 применяется классический подход, основанный на построении физических моделей процесса развития трещин [5]. Такой подход не предусматривает применение феноменологических методов, использующих статистические данные для прогнозирования вероятностных характеристик усталостного разрушения в условиях ограниченного объема информации, полученной при испытании нескольких образцов на усталостную долговечность.

Одним из наиболее эффективных методов прогнозирования и вероятностной оценки усталостной долговечности в условиях ограниченного объема информации является применение моделей на основе теории марковских случайных процессов с дискретными состояниями и непрерывным временем [6].

Целью статьи является разработка модели прогнозирования и вероятностной оценки усталостной долговечности высокопрочных материалов

авиационных конструкций в условиях ограниченного объема информации.

Постановка задачи и построение математической модели прогнозирования усталостной долговечности

Анализируемой величиной является изменение длины усталостной трещины образца (конструкции), выраженное в процентах от критической длины трещины – $2l_{тр}$, при котором происходит разрушение образца. Допустимый диапазон значений этой величины делится на несколько интервалов, рассматриваемых как отдельные состояния, в каждом из которых конструкция находится с некоторой вероятностью, последовательно переходя из одного состояния в другое. Количество состояний определяется желаемой точностью вероятностных оценок характеристик усталостного разрушения. Так, например, если для типового состояния изменения длины трещины выбрать 10%-ный интервал дискретизации, то состоянию X_0 будет соответствовать интервал 0% – 10% от значения $2l_{тр}$, состоянию X_1 – интервал 10% – 20% и так далее. Состояние X_n будет характеризовать достижение трещиной значения $2l_{тр}$.

Модель процесса развития трещины под воздействием нагружения может быть представлена ориентированным графом, в котором по направлениям дуг при непрерывном времени и определенных интенсивностях переходов λ_k между состояниями X_i осуществляются случайные мгновенные переходы из одного состояния в другое (рис. 1).

Математическое описание последовательных переходов между состояниями характеризует влияние повторно-статических нагружений на конструкцию или образец.



В соответствии с положениями классической теории надежности переходы между состояниями, соответствующие каждой дуге графа, характеризуются следующими свойствами пуассоновских потоков событий:

- ординарность (если вероятность появления двух и более событий в течение малого интервала времени намного меньше, чем вероятность появления за это же время одного события);
- отсутствие последействия (количества событий, попадающих в два непересекающихся интервала времени, не зависят друг от друга).

В рассматриваемых потоках количество событий X , попадающих в любой временной интервал τ , распределено по закону Пуассона согласно [7]:

$$P_{t,\tau}(X = m) = \frac{(\lambda(t, \tau))^m}{m!} e^{-\lambda(t, \tau)}, \quad (1)$$

где $P_{t,\tau}(X = m)$ – вероятность появления m событий в течение рассматриваемого интервала; $\lambda(t, \tau)$ – среднее количество событий, попадающих в интервал длины τ , начинающийся в момент времени t . Для стационарных потоков $\lambda(t, \tau) = \eta\tau$, а параметр интенсивности потока – η постоянен и равен среднему количеству событий в единицу времени [7]. Процесс прогнозирования и вероятностной оценки усталостной долговечности при малоцикловом повторно-статическом нагружении можно формализовать на основе теории марковских случайных процессов с использованием универсальной математической модели, предназначенной для описания динамики переходов конструкции из состояния в состояние [8].

Динамика изменения во времени вероятностей нахождения конструкции в различных состояниях описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений Колмогорова, с различными значениями λ_k :

$$\begin{cases} \frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_0 p_0(t); \\ \dots \\ \frac{dp_k(t)}{dt} = -\lambda_k p_k(t) + \lambda_{k-1} p_{k-1}(t), (k = 1, \dots, n-1); \\ \dots \\ \frac{dp_n(t)}{dt} = \lambda_{n-1} p_{n-1}(t). \end{cases} \quad (2)$$

Для интегрирования системы дифференциальных уравнений (2) с целью нахождения вероятностей достижения указанных процентов от критической длины трещины необходимо задать начальные условия:

$$p_0(0) = 1, p_1(0), \dots, p_n(0); \sum_{k=0}^n p_k(0) = 1, \quad (3)$$

а также учитывать нормализующее условие, которое должно выполняться в любой момент времени:

$$\sum_{k=0}^n p_k(t) = 1. \quad (4)$$

Предложенная математическая модель (2) требует аналитического метода идентификации значений параметров λ_k , одним из которых является универсальный метод максимального правдоподобия, предназначенный для получения эффективных точечных оценок параметров [9].

Функция правдоподобия для нахождения точечных эффективных оценок параметров λ_k может быть представлена в виде зависимости:

$$MP = \prod_{j=1}^J p_{t_j, z}^z, \quad (5)$$

где $P_{t_j, z}$ – вероятность нахождения трещины в одном из состояний X_i в момент времени t_j ; j – количество экспериментальных точек, в которых проводились измерения; z – весовой коэффициент, принимающий значения (0.1, 0.2, ..., 1.0) и предназначенный для придания большего веса вероятности нахождения трещины в каждом из последующих состояний.

Нахождение параметров λ_k в соответствии с зависимостью (5) эквивалентно поиску значений, определяющих минимум функции:

$$\ln(MP) = \sum_{j=1}^J z \ln(P_{t_j, z}). \quad (6)$$

В случае нескольких образцов, в качестве полной MP-функции используется сумма MP-функций, соответствующих каждому образцу:

$$MP_{total} = \sum_{i=1}^I MP_i, \quad (7)$$

а нахождение параметров λ_k в соответствии с зависимостью (7) эквивалентно поиску значений, определяющих минимум функции типа $\ln(MP_{total})$.

Проведение испытаний образцов на сопротивление малоцикловой усталости

Задачей проведения испытаний является исследование зависимости длины трещины $2l_{тр}$ (мм) от количества повторно-статических нагружений N (кцикл) высокопрочных сплавов, применяемых в конструкции фюзеляжа и оперения транспортного самолета. Объектом испытаний являются плоские образцы, изготовленные из прессованного профиля ПФ82 алюминиевого сплава 1973Т2 (Т2 – закаленное + искусственно перестаренное состояние полуфабрикатов из деформируемых алюминиевых сплавов с улучшенными характеристиками сопротивления коррозии, трещиностойкости и пластичности [10]), с вы-

полненными механическим способом центральными надрезами длиной $2l_0 = 10$ мм (табл. 1). Испытания проводились на универсальной испытательной машине УИМ-100. Усталостная трещина выращивалась от начального надреза способом малоциклового повторно-статического нагружения при частоте $f = 1$ Гц с напряжением $\sigma_{\max}^{\text{брутто}} = 130$ МПа и коэффициентом асимметрии цикла напряжений $R=0$.

Таблица 1

Характеристики образцов для испытаний

Материал образцов	Алюминиевый сплав 1973Т2
Полуфабрикат	Прессованный профиль ПФ82
Маркировка образцов	ПФ82 1973Т2
Размер образцов, мм	6x500x1500
Модуль упругости, МПа	$72 \cdot 10^3$
Предел прочности, МПа	541
Предел текучести, МПа	474
Количество образцов, шт	2
Надрез $2l_0$, мм	10

Порядок проведения испытаний включает этапы:

- 1) нанесение надрезов на образцы механическим способом до значения $2l_0 = 10$ мм;
- 2) закрепление образца в испытательной машине и установление уровня нагрузки, соответствующей напряжению $\sigma_{\max}^{\text{брутто}} = 130$ МПа;
- 3) выполнение испытаний образцов на повторно-статические нагрузки до момента достижения трещиной размера $2l_{\text{тр}} = 160$ мм.

Результаты экспериментального исследования представлялись в виде:

- таблицы значений длины левой l_1 и правой l_2 ветвей трещины и соответствующего количества повторно-статических нагружений N ;
- графической зависимости длины трещины $2l_{\text{тр}}$ от количества повторно-статических нагружений N .

На рис. 2 показаны графические зависимости длины трещины $2l_{\text{тр}}$ от величины наработки $N = 18,652$ циклов для образца № 1 и $N = 17,891$ циклов для образца № 2 соответственно.

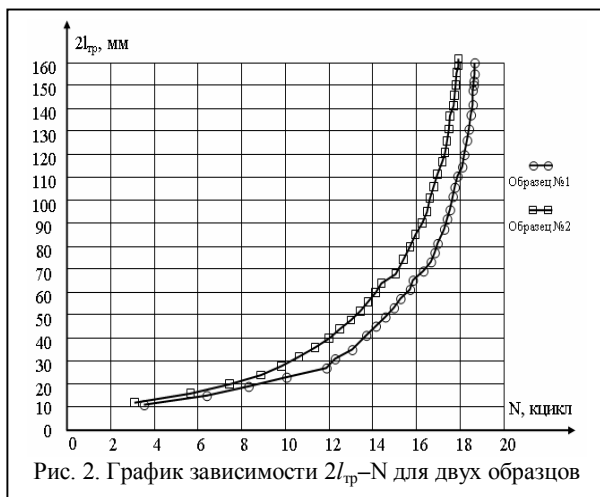


Рис. 2. График зависимости $2l_{\text{тр}}-N$ для двух образцов

Проведение вычислительного эксперимента и обсуждение полученных результатов

По результатам обработки экспериментальных данных зависимость $2l_{\text{тр}}-N$ (рис. 2) была представлена в виде графиков, демонстрирующих зависимость относительных значений длины трещины $2l_{\text{тр}}(\%)$ от количества повторно-статических нагружений N (рис. 3).

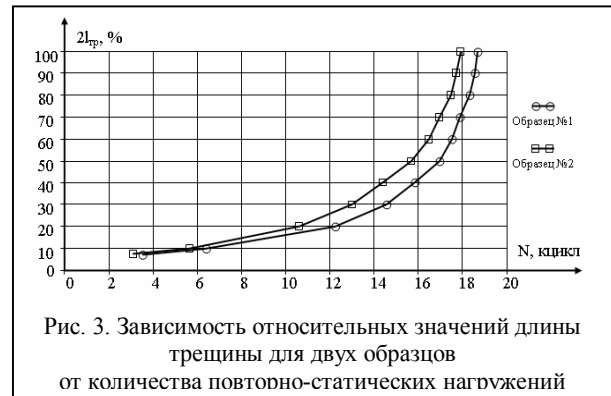


Рис. 3. Зависимость относительных значений длины трещины для двух образцов от количества повторно-статических нагружений

Идентификацию параметров λ_k , т.е. интенсивностей переходов между состояниями X_i , для определения вероятностных оценок усталостной долговечности осуществляли с использованием универсальной системы математического моделирования MathCAD. Для решения системы дифференциальных уравнений (2) задавали начальные условия вероятностей нахождения образца в различных состояниях (3) и применяли метод численного интегрирования Рунге-Кутта 2-го порядка. Результаты математического моделирования показаны в виде графиков суммарных вероятностей усталостной долговечности при достижении трещиной состояний 50%, 70% и 90% от критической длины, равной 160 мм (рис. 4).

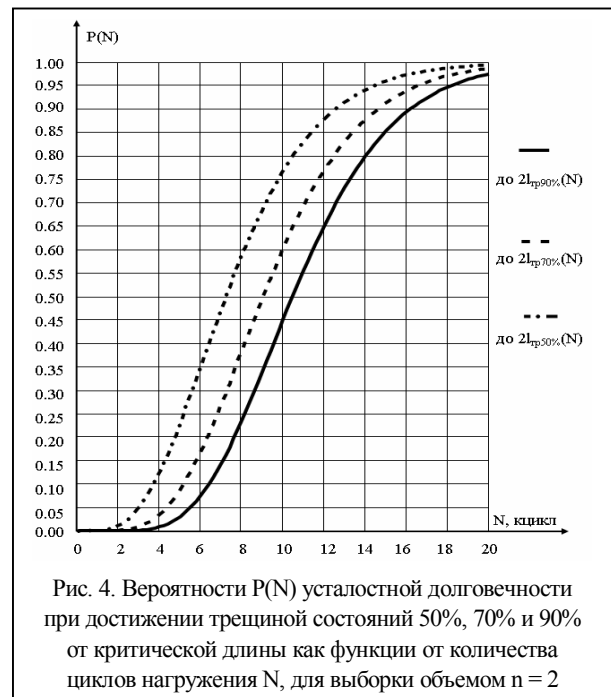


Рис. 4. Вероятности $P(N)$ усталостной долговечности при достижении трещиной состояний 50%, 70% и 90% от критической длины как функции от количества циклов нагружения N , для выборки объемом $n = 2$

Применение представленных на рис. 4 графиков позволяет определить вероятностную оценку долговечности образцов из пресованного профиля ПФ82 сплава 1973Т2 при достижении трещиной указанных процентов от критической длины. С вероятностью $P(N) = 0,95$ можно утверждать, что при установлении уровня нагрузки, соответствующей напряжению $\sigma_{\max}^{\text{брутто}} = 130$ МПа, усталостная долговечность образцов из алюминиевого сплава 1973Т2 при достижении трещиной состояний 50% (80 мм), 70% (112 мм) и 90% (144 мм) от критической длины составит 14,553 кциклов, 16,464 кциклов и 18,252 кциклов соответственно.

В табл. 2 представлены результаты верификации, т.е. оценки точности и достоверности прогнозирования усталостной долговечности методом учета ошибок прогноза с применением критерия среднеквадратической ошибки ($RMS_{\text{этого}}$) для выборки из двух и тридцати образцов соответственно.

Таблица 2

Верификация результатов прогнозирования

Объем выборки (шт)	Значение $RMS_{\text{этого}}$ для каждого из трех состояний износа		
	50%	70%	90%
2	0,033	0,034	0,033
30	0,049	0,053	0,051

Анализ данных табл. 4 показывает, что для объема выборки, содержащей два образца, все значения среднеквадратической ошибки при сравнении результатов прогнозирования для одного образца имеют тот же порядок, что и для выборки из тридцати образцов и являются достаточно малыми величинами. Таким образом, результаты прогнозирования являются достоверными, а разработанная модель позволяет получить вероятностные оценки усталостной долговечности высокопрочных материалов авиационных конструкций в условиях испытаний образцов выборки малого объема при малоцикловом повторно-статическом нагружении.

Выводы

1. На основе теории сетей Маркова, свойств пуассоновских потоков событий и экспериментальных данных изменения длины трещины при воздействии на образцы повторно-статических нагрузок разработана математическая модель прогнозирования и вероятностной оценки усталостной долговеч-

ности высокопрочного алюминиевого сплава в условиях ограниченного объема информации.

2. Показано, что для идентификации параметров марковской модели прогнозирования вероятностных характеристик усталостного разрушения при ограниченном объеме информации целесообразно применять метод максимального правдоподобия. Проведенная, на основе критерия среднеквадратической ошибки, верификация прогноза показала высокую достоверность полученных результатов статистического моделирования.

3. Представленный подход может быть эффективно применен на этапах разработки и эксплуатации авиационных конструкций и является инструментом для оценки вероятности усталостной долговечности и принятия обоснованных решений относительно регламентов планового контроля авиационных конструкций.

Список литературы

1. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов / В. Вейбулл. – М.: Машиностроение, 1964. – 275 с.
2. Шевелько П.С. Усталость металлов в конструкциях самолетов / П.С. Шевелько. – М.: Военное издательство, 1967. – 112 с.
3. Степнов М.Н. Усталость легких конструкционных сплавов / М.Н. Степнов, Е.В. Гиацингов. – М.: Машиностроение, 1973. – 320 с.
4. Богдановф Дж. Вероятностные модели накопления повреждений / Дж. Богдановф, Ф. Козин. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
5. ГОСТ 25.504-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. – М.: Издательство стандартов, 1982. – 81 с.
6. Тихонов В.И. Марковские процессы / В.И. Тихонов, М.А. Миронов. – М.: Сов. радио, 1977. – 200 с.
7. Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории массового обслуживания / Л.А. Овчаров. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 31-34, 53-56.
8. Баранов С.Н. Акустические вибрации тонкостенных конструкций: моделирование, оптимизация, диагностика / С.Н. Баранов, Л.С. Куравский. – М.: РУСАВИА, 2001. – 230 с.
9. Протасов К.В. Статистический анализ экспериментальных данных / К.В. Протасов. – М.: Мир, 2005. – 142 с.
10. Солнцев Ю.П. Материалы для низких и криогенных температур: энциклопедический справочник / Ю.П. Солнцев, Б.С. Ермаков, О.И. Слепцов. – СПб.: Симиздат, 2008. – 768 с.

Поступила в редколлегию 15.09.2009

Рецензент: д-р техн. наук Л.С. Новогрудский, Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, Киев.

ПРОГНОЗУВАННЯ ІМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ АВІАЦІЙНИХ КОНСТРУКЦІЙ В УМОВАХ ОБМЕЖЕНОГО ОБ'ЄМУ ІНФОРМАЦІЇ

С.С. Федін, Н.А. Зубрецька

Запропоновано феноменологічний підхід до прогнозування імовірнісних характеристик втомного руйнування авіаційних конструкцій, який відрізняється від фізичних методів використанням статистичних даних, отриманих в результаті випробувань зразків на опір малоцикловій втомі. Для імовірнісної оцінки втомної довговічності застосовується марківська математична модель, ідентифікація параметрів якої в умовах малої вибірки спостережень здійснюється на основі методу максимальної правдоподібності. Особливості представленого підходу демонструються на прикладі зразків, що виготовлені з високоміцного алюмінієвого сплаву, який використовується в авіаційних конструкціях.

Ключові слова: прогнозування, втомне руйнування, імовірнісні характеристики, втомна довговічність, авіаційні конструкції, обмежений об'єм інформації, марківські випадкові процеси.

**FORECASTING OF PROBABILISTIC DESCRIPTIONS OF TIRELESS DESTRUCTION OF AVIATION CONSTRUCTIONS
IN THE CONDITIONS OF THE LIMITED VOLUME OF INFORMATION**

S.S. Fedin, N.A. Zubreckaya

The fenomenological approach is offered for forecasting of probabilistic descriptions of tireless destruction of aviation constructions, different from physical methods the use of statistical information, tests of standards got as a result on resistance a fatigue. For the probabilistic estimation of tireless longevity a Markov mathematical model is used, authentication of parameters of which in the conditions of small selection of supervisions is carried out on the basis of maximum likelihood method. The features of the presented approach are demonstrated on the example of standards made from a durability aluminium alloy, applied in the aviation constructions.

Keywords: forecasting, tireless destruction, probabilistic descriptions, tireless longevity, aviation constructions, limited volume of information, Markov casual processes.