

УДК 629.7.018.4

О.В. Сафронов<sup>1</sup>, О.М. Неділько<sup>1</sup>, В.О. Сафронов<sup>2</sup><sup>1</sup>Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ<sup>2</sup>Фонд сприяння скороченню звичайних видів озброєння, Київ

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ РІВНЯ КОЛИВАНЬ АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ КЕРУВАННЯ В ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ НА ТРАНСЗВУКОВИХ ЧИСЛАХ М

*У статті на базі аналізу математичної моделі виникнення інтенсивних коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту запропонована математична модель прогнозування рівня цих коливань в експериментальних дослідженнях. Адекватність запропонованої математичної моделі підтверджена порівнянням експериментальних результатів з результатами розрахунків.*

**Ключові слова:** аеродинамічна поверхня керування, коливання, число М польоту, надзвукові літаки, математична модель.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Забезпечення безпеки польотів надзвукових літаків на трансзвукових числах М польоту залишається актуальною науковою проблемою. Саме на цих режимах польоту спостерігається виникнення небезпечних явищ, які обумовлені особливостями обтікання трансзвуковим потоком повітря аеродинамічних поверхонь літаків.

До таких явищ можна віднести і виникнення інтенсивних коливань елементів конструкції надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту, які обумовлені особливостями взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування. На деяких літаках виникнення цих коливань закінчувалося руйнацією елементів конструкції і, у першу чергу, руйнацією аеродинамічних поверхонь керування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженням цього явища присвячено багато публікацій [1 – 7], в яких розглядаються можливі причини виникнення коливань аеродинамічних поверхонь, умови їх виникнення, вплив різноманітних факторів на рівень коливань. Але, як вказано у праці [2], "...справжній механізм цих коливань залишається до кінця невиясненим".

Так у праці [2] відмічено, що рівень цих коливань у льотних дослідженнях завжди більше, ніж при продувках динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах. Відмічений також значний вплив на рівень коливань форми і розмірів системи "крило-аеродинамічна поверхня керування", частоти власних пружних коливань поверхні керування, густини повітря, інших параметрів польоту і елементів конструкції літаків. Аналізуються можливі причини виникнення цих коливань [2 – 5].

Одна з можливих моделей цього явища була запропонована у праці [6], в якій розглядається ме-

ханізм формування збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування і причини виникнення коливань на трансзвукових швидкостях польоту.

З аналізу цієї моделі випливає, що, на відміну від класичного (двохступеневого) флатеру, коливання аеродинамічних поверхонь керування на цих режимах польоту виникають і при наявності лише однією ступені свободи, а, саме, при наявності пружних коливань аеродинамічних поверхонь керування навколо власної осі.

Ці коливання можна описати диференціальним рівнянням другого порядку з нелінійною правою частиною, як це запропоновано у праці [6]:

$$\ddot{\delta}(t) + \frac{\mathcal{Q}}{\pi} \omega \dot{\delta}(t) + \omega^2 \delta(t) = \frac{1}{J_k} [\bar{M}_a(\dot{\delta}) + \bar{M}_c(\dot{\delta})], \quad (1)$$

де  $\delta(t)$  – характер коливань аеродинамічної поверхні керування;  $\mathcal{Q}$  – логарифмічний декремент коливань аеродинамічної поверхні керування (без урахування аеродинамічного демпфірування);  $\omega$  – кутова частота власних пружних коливань поверхні керування;  $J_k$  – розподілений масовий момент інерції поверхні керування;  $\bar{M}_a(\dot{\delta})$  – розподілений шарнірний момент, обумовлений силами аеродинамічного демпфірування;  $\bar{M}_c(\dot{\delta})$  – розподілений збуджений шарнірний момент, обумовлений особливостями взаємодії стрибків ущільнення з кутковою швидкістю коливань поверхонь керування.

**Формулювання мети статті.** На базі математичної моделі виникнення коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту (1) обґрунтувати математичну модель прогнозування цих коливань в експериментальних дослідженнях.

## Виклад основного матеріалу дослідження

Найбільші труднощі при вирішенні рівняння (1) виникають саме при визначенні збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування. У праці [7] була запропонована математична модель оцінки величини збудженого шарнірного моменту, тобто, моменту, в наслідок якого виникають коливання аеродинамічних поверхонь керування. Розподілена величина цього моменту визначається рівнянням

$$\bar{M}_c(\dot{\delta}) \approx \Delta P_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{\phi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right] \frac{b_k^2 b_1 \dot{\delta}(t)}{\phi_0 V \left[ 1 + \frac{b_1}{\phi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right]^2}, \quad (2)$$

де  $\Delta P_0$  – максимальна величина зміни тиску місцевого надзвукового струму при умові розташування стрибків ущільнення на задній кромці поверхні керування та при умові відсутності коливань;  $b_k$  – хорда профілю поверхні керування;  $\phi_0$  – максимальний кут нахилу дотичної до дифузornoї частини профілю при умові відсутності коливань поверхні керування;  $V$  – швидкість польоту літака, при якій виникають коливання аеродинамічних поверхонь керування;  $b_1$  – відстань лінії максимальної товщини профілю від його задньої кромки.

Рівняння (2), як і рівняння (1), є також нелінійним рівнянням. Оцінка рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування у таких випадках можлива за допомогою методу енергетичного балансу [8]. Згідно цього методу амплітуда коливань поверхонь керування може бути визначена з рівності роботи збудженого шарнірного моменту і робіт шарнірних моментів, обумовлених силами аеродинамічного і конструкційного демпфірування, за один період коливань поверхонь керування:

$$\int_0^T \bar{M}_c(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt \approx \int_0^T \bar{M}_a(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt + \int_0^T \bar{M}_k(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt, \quad (3)$$

де  $T$  – період коливань поверхонь керування;  $\bar{M}_k(\dot{\delta})$  – момент, обумовлений силами конструкційного демпфірування, який, як слідує з рівняння (1), визначається залежністю

$$\bar{M}_k(\dot{\delta}) = -\frac{1}{\pi} \bar{J}_k \omega \dot{\delta}(t). \quad (4)$$

Як відомо [9], розподілений шарнірний момент, який обумовлений силами аеродинамічного демпфірування, у рівняннях (1) і (3) має вигляд:

$$\bar{M}_a(\dot{\delta}) = -\frac{3}{16} C_y^\delta \rho_H V b_k^3 \dot{\delta}(t), \quad (5)$$

де  $C_y^\delta$  – похідна коефіцієнта підйомної сили за ку-

том відхилення поверхні керування;  $\rho_H$  – густина повітря на висоті польоту.

Що стосується визначення роботи збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування, то необхідно зауважити наступне.

Зображення розподіленого збудженого шарнірного моменту в вигляді залежності (2) незручно для визначення його роботи, тому ця залежність вимагає додаткового перетворення до виду табличного інтегралу. У працях [6, 7] запропонована наступна апроксимація цього моменту:

$$\bar{M}_n(\dot{\delta}) \approx \kappa_1 \Delta P_0 \frac{b_k^2 b_1}{\phi_0 V} \dot{\delta}(t) \left[ 1 - \kappa_2 \frac{b_1}{\phi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right], \quad (6)$$

де  $\kappa_1, \kappa_2$  – безрозмірні коефіцієнти збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування. Але у цих роботах величини коефіцієнтів  $\kappa_1$  і  $\kappa_2$  не були теоретично обґрунтовані. З метою теоретичного обґрунтування величин коефіцієнтів  $\kappa_1$  і  $\kappa_2$  у рівняння (2), причому, при умовах, коли величини збуджених шарнірних моментів досягають максимальних величин, тобто, при умовах, які визначають безпеку польотів надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях, введемо новий безрозмірний груповий аргумент:

$$\dot{z}(t) = \frac{b_1}{\phi_0 V} \dot{\delta}(t) \quad (7)$$

та безрозмірний коефіцієнт збудженого шарнірного моменту, який, з урахуванням позначення (7), зобразимо залежністю:

$$m(\dot{\delta}) = \frac{\bar{M}(\dot{\delta})}{\Delta P_0 b_k^2} \approx \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} |\dot{z}(t)| \right) \frac{\dot{z}(t)}{[1 + |\dot{z}(t)|]^2}. \quad (8)$$

Для визначення величин коефіцієнтів  $\kappa_1$  і  $\kappa_2$  наближеної математичної моделі оцінки величини збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту (6) при вказаних вище умовах спочатку з рівняння (8) визначимо величину групового безрозмірного аргументу  $\dot{z}(t)$ , при якому величина коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування буде максимальною. Це може бути досягнуто при умові

$$\frac{dm(\dot{\delta})}{dz(t)} = 0. \quad (9)$$

Після диференціювання рівняння (8), з урахуванням умови (9), отримаємо:

$$\dot{z}(t) = b_1 / (b_1 + b_k). \quad (10)$$

А підставляючи залежність (10) у рівняння (8), отримаємо максимально можливу величину коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування:

$$m_0(\dot{\delta}) = \frac{b_1}{2(2b_1 + b_k)}. \quad (11)$$

З аналізу залежності (11) випливає, що максимально можлива величина коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування залежить лише від геометричних параметрів системи "крило – аеродинамічна поверхня керування". Тому наближена математична модель оцінки величини збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування повинна буде адаптована, насамперед, до геометричних параметрів системи "крило – аеродинамічна поверхня керування", як на це було вказано у праці [2] і як це підтверджено залежністю (11).

Отримані залежності (10) і (11) дозволяють визначити величини коефіцієнтів  $\kappa_1$  і  $\kappa_2$  у рівнянні (6), які забезпечують максимальну адекватність наближеного рівняння (6) до рівняння (2) при умовах, від яких залежить безпека польотів надзвукових літаків на трансзвукових числах  $M$ , тобто, при умовах, коли величина збудженого шарнірного моменту досягає максимального значення.

З цією метою зобразимо безрозмірний коефіцієнт збудженого шарнірного моменту (8) у вигляді наближеної нелінійної залежності:

$$m_H(\dot{\delta}) \approx \kappa_1 \dot{z}(t) \left[ 1 - \kappa_2 |\dot{z}(t)| \right] \quad (12)$$

Величину коефіцієнта збудженого шарнірного моменту  $\kappa_2$  з урахуванням умов, визначених залежностями (10) і (11), можна отримати шляхом диференціювання залежності (12), а, саме, з умови

$$\frac{dm_H(\dot{\delta})}{d\dot{z}(t)} = 0. \quad (13)$$

Диференціювання залежності (12) при умові (13) дає такий результат:

$$\kappa_2 = 1 / (2\dot{z}(t)). \quad (14)$$

Підставляючи умову (10) у залежність (14), отримаємо величину коефіцієнта  $\kappa_2$ , при якому наближена математична модель збудженого шарнірного моменту (6) буде адекватна моделі (2) саме при максимальних величинах збудженого шарнірного моменту:

$$\kappa_2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{b_k}{b_1} \right). \quad (15)$$

А підставляючи умову (10) та величину коефіцієнта  $\kappa_2$ , яка визначена залежністю (15), у рівняння (12), отримаємо, при умові (11), величину коефіцієнта  $\kappa_1$ , при якому наближена математична модель (6) також буде адекватна математичній моделі (2) саме при максимальних величинах збудженого шарнірного моменту:

$$\kappa_1 = (b_1 + b_k) / (2b_1 + b_k). \quad (16)$$

Таким чином, наближена математична модель збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування (6), з урахуванням залежностей (15) і (16), може бути подана у вигляді:

$$\begin{aligned} \bar{M}_H(\dot{\delta}) \approx \Delta P_0 b_k^2 \left( \frac{b_1 + b_k}{2b_1 + b_k} \right) \frac{b_1}{\phi_0 V} \dot{\delta}(t) \times \\ \times \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{b_k}{b_1} \right) \frac{b_1}{\phi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Оскільки коливання аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту близькі до гармонічних, тобто:

$$\delta(t) = \delta_0 \sin \omega t, \quad (18)$$

то робота збудженого шарнірного моменту (17) за один період коливань аеродинамічної поверхні керування, з урахуванням залежності (18), може бути визначена інтегралом:

$$\begin{aligned} \bar{W}_H(\dot{\delta}) = \int_0^T \bar{M}_H(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt \approx \\ \approx \Delta P_0 b_k^2 \left( \frac{b_1 + b_k}{2b_1 + b_k} \right) \frac{b_1}{\phi_0 V} \omega^2 \delta_0^2 \times \\ \times \int_0^T \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{b_k}{b_1} \right) \frac{b_1}{\phi_0 V} \omega \delta_0 |\cos \omega t| \right] \cos^2 \omega t dt. \end{aligned} \quad (19)$$

Інтеграл (19) є табличним інтегралом, який дорівнює

$$\begin{aligned} \bar{W}_H(\dot{\delta}) \approx \pi \Delta P_0 b_k^2 \left( \frac{b_1 + b_k}{2b_1 + b_k} \right) \frac{b_1 \omega}{\phi_0 V} \delta_0^2 \times \\ \times \left[ 1 - \frac{4}{3\pi} \left( 1 + \frac{b_k}{b_1} \right) \frac{b_1 \omega}{\phi_0 V} \delta_0 \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Отримане рівняння (20) визначає роботу розподілених збуджених шарнірних моментів за один період коливань аеродинамічних поверхонь керування. Аналогічно можна визначити роботу розподілених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування від сил конструкційного демпфірування (4) та від аеродинамічних сил (5):

$$\begin{aligned} \bar{W}_k(\dot{\delta}) = \int_0^T \bar{M}_k(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt = \\ = \frac{1}{\pi} \bar{J}_k v \omega^3 \delta_0^2 \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \bar{J}_k v \omega^2 \delta_0^2; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_a(\dot{\delta}) = \int_0^T \bar{M}_a(\dot{\delta}) \dot{\delta}(t) dt \approx \frac{3}{16} C_{yP}^\alpha \rho_H V b_k^3 \omega^2 \delta_0^2 \times \\ \times \int_0^T \cos^2 \omega t dt \approx \frac{3}{16} \pi C_{yP}^\delta \rho_H V b_k^3 \omega \delta_0^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Підставляючи залежності (20) – (22) у рівняння (3), отримаємо амплітуду коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту:

$$\delta_0 \approx \frac{3}{4} \pi \frac{\phi_0 V}{(b_1 + b_k) \omega} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{3}{16} \pi C_{y\rho_H}^\alpha V^2 \omega b_k^3 \phi_0 + \bar{J}_k \omega^2 \phi_0 V \right) (2b_1 + b_k) / \left( \pi \Delta P_0 b_k^2 b_1 \omega (b_1 + b_k) \right) \right]. \quad (23)$$

Аналіз залежності (23) показує, що рівень коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвучових літаків на трансзвучових швидкостях польоту залежить від великої кількості різноманітних параметрів. Причому, точне визначення деяких з них, наприклад, величини  $\Delta P_0$ , або величини коефіцієнта  $C_{y\rho_H}^\alpha$ , теоретичними методами і навіть за результатами лабораторних досліджень, не завжди можливо, як на це також було вказано у праці [2].

З наведеного випливає, що оцінка рівня коливань згідно рівняння (23) можлива, але вона може розглядатися лише як попередня і вона не виключає, а, навпаки, вимагає обов'язкового проведення експериментальних досліджень.

Отримані результати дозволяють обґрунтувати математичну модель прогнозування рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування в експериментальних дослідженнях цього явища. Дійсно, рівняння (23) можна зобразити у вигляді дуже простої математичної моделі прогнозування рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування:

$$\delta_i = AV_i - \frac{B}{\rho_i}, \quad (24)$$

де  $\delta_i$  – амплітуда коливань поверхні керування на висоті польоту  $H_i$ ;  $V_i$  – швидкість польоту літака на висоті  $H_i$  при числах  $M$ , на яких спостерігаються коливання;  $\rho_i$  – густина повітря на висоті  $H_i$  польоту літака;  $A$  і  $B$  – постійні величини рівняння (24), які залежать від великої кількості параметрів, а саме:

$$A \approx \frac{3}{4} \pi \frac{\phi_0}{(b_1 + b_k) \omega} \times \left[ 1 - \frac{(3/16) \cdot C_{y\rho_H}^\alpha V^2 b_k \phi_0 (2b_1 + b_k)}{\Delta P_0 b_1 (b_1 + b_k)} \right]; \quad (25)$$

$$B = \frac{3}{4} \bar{J}_k \omega \frac{\rho_H V^2 \phi_0^2 (2b_1 + b_k)}{\Delta P_0 b_k^2 b_1 (b_1 + b_k)^2}. \quad (26)$$

Точне визначення постійних величин  $A$  і  $B$  згідно рівнянь (25) і (26), як і визначення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування згідно рівняння (23), як було відмічено вище, не завжди можливо. Але надійно їх можна отримати у льотному експерименті, коли відомі амплітуди коливань аеродинамічних поверхонь керування на двох безпечних висотах польоту. Тобто, для визначення постійних величин  $A$  і  $B$  необхідно мати таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \delta_1 = AV_1 - \frac{B}{\rho_1}; \\ \delta_2 = AV_2 - \frac{B}{\rho_2}, \end{cases} \quad (27)$$

де  $\delta_1$  – амплітуда коливань аеродинамічної поверхні керування на висоті  $H_1$ ;  $V_1$  – швидкість польоту літака на висоті  $H_1$  при числах  $M$ , на яких спостерігаються коливання аеродинамічних поверхонь керування;  $\rho_1$  – густина повітря на висоті  $H_1$  польоту літака;  $\delta_2$  – амплітуда коливань аеродинамічної поверхні керування на висоті  $H_2$ ;  $V_2$  – швидкість польоту літака на висоті  $H_2$  при числах  $M$ , на яких спостерігаються коливання аеродинамічних поверхонь керування;  $\rho_2$  – густина повітря на висоті  $H_2$  польоту літака.

З системи рівнянь (27) отримаємо величини  $A$  і  $B$ :

$$A = \frac{\rho_2 \delta_2 - \rho_1 \delta_1}{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}; \quad (28)$$

$$B = \frac{\rho_1 \rho_2 (\delta_2 V_1 - \delta_1 V_2)}{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}. \quad (29)$$

Можливість прогнозування рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування у льотному експерименті оцінимо порівнянням результатів розрахунків, які отримані за допомогою рівнянь (24), (28) і (29), з результатами, які отримані у льотному експерименті.

Для визначення величини  $A$  і  $B$  скористуємося даними льотного експерименту, які отримані на висотах  $H_1 = 10,0$  км і  $H_2 = 8,0$  км, на яких, за статистичними даними, практично на всіх типах надзвучових літаків рівень коливань аеродинамічних поверхонь керування є безпечним.

Амплітуди коливань аеродинамічної поверхні керування на цих висотах польоту за даними льотного експерименту:

- на висоті  $H_1 = 10,0$  км –  $\delta_1 = 0,37$  град.;

- на висоті  $H_2 = 8,0$  км –  $\delta_2 = 0,67$  град.

Беручи значення швидкості польоту при числі  $M \approx 1,0$  і густини повітря відповідно до стандартної атмосфери та підставляючи ці значення в рівняння (28), (29), отримаємо значення  $A$  і  $B$ , використовуючи які, за допомогою рівняння (24), можна розрахувати рівень коливань аеродинамічної поверхні на висотах  $H < 8,0$  км.

Так, на висоті  $H = 4,0$  км, розрахунковий рівень коливань аеродинамічної поверхні керування  $\delta_p = 1,094$  град. У льотному експерименті отримано  $\delta_e = 1,15$  град. Тобто, похибка прогнозування складає 5,1 %.

Природно, що похибка прогнозування рівня коливань на менших висотах польоту зростає.

Так, на висоті  $H = 0$  км, розрахунковий рівень коливань аеродинамічної поверхні керування

$\delta_p = 1,376$  град. У льотному експерименті отримано  $\delta_e = 1,49$  град. Тобто, похибка прогнозування складає 8,3 %.

Але зауважимо, що похибку прогнозування рівня коливань можна зменшити, коли величини А і В, за результатами льотного експерименту, визначені на менших висотах польоту.

Так, коли величини А і В визначені за результатами льотного експерименту на висотах  $H = 8,0$  км і  $H = 6,0$  км, похибка розрахунку рівня коливань на висоті  $H = 0$  км не перевищує 4,2 %. А коли відомі результати льотних експериментів на висоті  $H = 4,0$  км, похибка прогнозування рівня коливань на висоті  $H = 0$  км не перевищує 0,5 %.

Зауважимо також, що у даному випадку швидкість польоту на різних висотах приймалася при числі  $M \approx 1,0$ , хоча максимальний рівень коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту спостерігається на числах  $M < 1,0$ . Але на підставі аналізу рівняння (24) можна показати, що це припущення практично не здійснює вплив на точність прогнозування рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування.

Математична модель прогнозування рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту може бути використана також і в лабораторних дослідженнях, тобто, при продувках динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах.

## Висновки

З наведеного випливає, що запропонована математична модель дозволяє надійно прогнозувати рівень коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків при умовах, які визначають безпеку їх польотів на трансзвукових швидкостях.

Крім того, отримані результати підтверджують і адекватність математичної моделі виникнення інтенсивних коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту, на базі якої створена математична модель прогнозування цих коливань.

## Список літератури

1. Клячко М.Д. Летные прочностные испытания самолетов. Динамические нагрузки / М.Д. Клячко, Е.В. Арнаутов. – М.: Машиностроение, 1984. – 118 с.
2. Аэродинамическое исследование колеблющейся поверхности управления при трансзвуковых скоростях. – М.: ЦАГИ. Обзор № 456, 1975. – 105 с.
3. Аэродинамика летательных аппаратов при трансзвуковых скоростях. Часть II. – М.: ЦАГИ, Обзор № 442, 1974. – 161 с.
4. Левкин В.Ф. Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик поверхностей управления при трансзвуковых скоростях / В.Ф. Левкин. – М.: Труды ЦАГИ, 1982. – Вып. 2132. – 16 с.
5. Агеев Ю.И. Экспериментальное исследование установившихся колебаний элерона в околосзвуковом потоке / Ю.И. Агеев, В.В. Назаренко, Т.П. Небезина. – М.: Ученые записки ЦАГИ, 1974. – Т. V. – № 8. – С. 71-80.
6. Сафронов А.В. Уровень автоколебаний аэродинамических поверхностей управления при безотрывном обтекании околосзвуковым потоком газа / А.В. Сафронов // Проблемы прочности – К.: НАН Украины, 1991. – № 4. – С. 51-55.
7. Сафронов А.В. Аэродинамическое воздействие скачков уплотнения на колеблющийся в околосзвуковом потоке элерон / А.В. Сафронов. – М.: Ученые записки ЦАГИ, 1991. – Т. XXII. – № 3. – С. 110-117.
8. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний / Я.Г. Пановко – М.: Наука, 1980. – 272 с.
9. Бисплингхофф Р.Л. Аэроупругость / Р.Л. Бисплингхофф, Х. Эшли, Р.Л. Халфман. – М.: Изд-во иностр. лит., 1958. – 800 с.

Надійшла до редколегії 9.09.2014

**Рецензент:** канд. військ. наук проф. М.П. Крюков, Національний університет оборони України ім. І. Черняховського, Київ.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОВНЯ КОЛЕБАНИЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ НА ТРАНСЗВУКОВЫХ ЧИСЛАХ М

А.В. Сафронов, А.Н. Недилько, В.А. Сафронов

В статье на базе анализа математической модели возникновения интенсивных колебаний аэродинамических поверхностей управления сверхзвуковых самолетов на трансзвуковых скоростях полета предложена математическая модель прогнозирования уровня таких колебаний в экспериментальных исследованиях. Адекватность предложенной математической модели подтверждена сравнением экспериментальных результатов с результатами расчетов.

**Ключевые слова:** математическая модель, колебания, аэродинамическая поверхность управления, сверхзвуковые самолеты, число М.

## MATHEMATICAL MODEL FOR PREDICTION OF AERODYNAMIC CONTROL SURFACE OSCILLATIONS EXPOSURE IN EXPERIMENTAL STUDIES ON TRANSONIC M NUMBER

A.V. Safronov, A.N. Nedil'ko, V.A. Safronov

The article is based on the mathematical model of occurrence of intensive oscillations of supersonic aircraft aerodynamic control surfaces analysis in transonic flight speeds proposed the mathematical model for predicting the level of fluctuations in experimental studies. The adequacy of this model is confirmed by comparing the experimental results with the results of calculations.

**Keywords:** mathematical model, oscillations, aerodynamic control surface, supersonic aircraft, M number.