

УДК 355.531

О.М. Жарик

Командування Повітряних Сил Збройних Сил України, Вінниця

## ПОРІВНЯННЯ ПІДХОДІВ ЩОДО ОБҐРУНТУВАННЯ ТА РОЗРАХУНКУ ПОКАЗНИКА ЕФЕКТИВНОСТІ ЗЕНІТНОГО РАКЕТНОГО ПРИКРИТТЯ ВАЖЛИВИХ ДЕРЖАВНИХ ОБ'ЄКТІВ

*В статті порівнюються різні підходи, оцінюється їх точність та обчислювальні витрати (потрібний час на проведення розрахунків) під час розрахунку імовірності знищення всіх засобів повітряного нападу до рубежу виконання ними завдань.*

**Ключові слова:** ефективність зенітного ракетного прикриття, важливі державні об'єкти, угруповання змішаного складу, узагальнений біноміальний розподіл.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Під час підготовки до Євро-2012 з новою силою повстало питання оцінки ефективності прикриття важливих державних об'єктів (ВДО), яке на сьогодні, виходячи з останніх публікацій, не втратило своєї актуальності. Однак ще немає всіх порівняльних оцінок різних підходів з цього питання.

**Аналіз літератури.** За рік до початку Євро-2012 розпочалося активне обговорення в наукових публікаціях питань вибору та розрахунку показників і критеріїв оцінки ефективності прикриття ВДО. Перші підходи були визначені в [1] ще у 2011 році, при цьому помилковість деяких викладених підходів була визнана одним з авторів в [9]. В тому ж році в [2] обґрунтована система показників ефективності прикриття ВДО. Основним показником вектора ефективності системи ППО ВДО визначена імовірність збереження ВДО. Показано, що при захисті ВДО від терористичних атак з використанням захоплених літаків ця імовірність фактично дорівнює імовірності знищення всіх літаків до рубежу виконання ними свого завдання (РВЗ). При відбитті ударів засобів повітряного нападу противника (ЗПН) під час операцій (бойових дій) імовірність збереження ВДО буде не нижчою ніж імовірність знищення всіх ЗПН до досягнення ними РВЗ. В наведеній статті був також запропонований порядок розрахунку цієї імовірності на основі біноміального розподілу. Більш системно і чітко, з усуненням деяких недоліків, ці

підходи були викладені в [7]. Пізніше в [3-5, 7, 8] було запропоновано перейти до розрахунку на основі загального біноміального розподілу для врахування можливості прикриття ВДО різними засобами, які мають різні імовірності ураження, запропонована формула для розрахунку імовірності знищення заданої кількості ЗПН до досягнення ними РВЗ. Саме з використанням цих підходів в Командуванні Повітряних Сил Збройних Сил України була проведена офіційна оцінка ефективності прикриття об'єктів Євро-2012 з використанням системи оперативно-тактичних розрахунків та імітаційного моделювання «Віраж-РД». Після закінчення Євро-2012 (02.11.2012) була подана стаття [6], автори якої, виходячи з висновків, вважають що саме ними був обґрунтований показник ефективності зенітного ракетного прикриття ВДО угрупованням змішаного складу, яким є імовірність знищення всіх ЗПН противника до РВЗ. Крім того, автори стверджують, що розрахунок на основі загального біноміального розподілу проводити недоцільно оскільки це потребує великих обчислювальних затрат, а більш доцільно здійснювати розрахунки за спрощеним методом, що передбачає використання біноміального розподілу, в якому імовірність поразки під час однієї стрільби береться як середнє значення від ймовірностей поразки під час однієї стрільби різними бойовими засобами. Автори наводять графіки, які підтверджують дуже малу різницю між розрахунками за загальним біноміальним розподілом та спрощеним алгоритмом. При цьому, за їх даними, зазначена різ-

ниці зменшується зі збільшенням кількості іспитів (стрільб). Однак в довіднику з теорії ймовірностей [10] на сторінці 115 стверджується, що різниця між дисперсіями загального біноміального розподілу та біноміального розподілу з середнім значенням від ймовірностей, які використовуються в загальному біноміальному розподілі (саме такому, який використовується авторами [6]) навпаки збільшується зі зростанням кількості іспитів (стрільб). Тому виникає потреба у порівнянні підходів, викладених в [6] та раніше визначених підходів щодо порядку розрахунку імовірності знищення всіх засобів повітряного нападу до рубежу виконання ними завдань.

**Метою статті є порівняння різних підходів щодо порядку розрахунку імовірності знищення всіх засобів повітряного нападу до рубежу виконання ними завдань.**

### Основна частина

Для коректного порівняння різних підходів щодо точності розрахунку імовірності знищення  $N$  цілей до досягнення ними РВЗ необхідно вибрати показник, який характеризує точність та критерій оцінки, що визначає чи можливо вважати цю точність прийнятною або ні. На мій погляд, в [6] запропонований необгрунтований показник – сума квадратів відхилень. Під відхиленням розуміється різниця ймовірностей. Різниця ймовірностей є числом, меншим одиниці, тому розводячи її в квадрат, ми, тим самим, зменшуємо її, а сума квадратів не дає змогу контролювати максимальні значення. Такому показнику важко знайти обгрунтований критерій оцінки, тому в [6] так і не визначено, який рівень є прийнятним.

Продемонструємо це на прикладі, який зустрічається на практиці: по цілям, які прориваються до ВДО, були двічі зроблені пуски ракет вогневим засобами першого типу (ЗРК С-300П) з ймовірністю ураження 0,9 в кожному пуску та три черги засобами другого типу (ЗУ-23-2) з ймовірністю ураження 0,1 в кожному пострілі. Розрахуємо спочатку ймовірності поразки різної кількості цілей (від 0 до 5) за методом, викладеним на сторінці 133 в [11], оскільки

саме він взятий за основу в [6]. Твірна функція буде мати вигляд

$$\phi(z) = (0.9 + 0.1z)(0.9 + 0.1z)(0.1 + 0.9z) \times (0.1 + 0.9z)(0.1 + 0.9z).$$

Розкривши дужки і привівши подібні доданки з однаковими ступенями  $z$ , отримаємо результуючі числа при відповідних ступенях  $z$ , які запишемо в табл. 1 як відповідні ймовірності  $P_z$ .

Нас цікавить з якої ймовірністю ми зможемо захистити ВДО від атаки (з якої ймовірністю ми зможемо знищити не менше ніж  $N$  ( $N \in \overline{1,5}$ ) цілей). Розрахуємо це як за даними таблиці, так і за двома варіантами математичних виразів, що наведені в [6] та [3].

Таблиця 1

Ймовірність знищення

N	0	1	2	3	4	5
$P_z$	0,00729	0,13365	0,6345	0,2017	0,02205	0,00081

Відповідно до підходу, наведеному в статті [6], будимо розраховувати за біноміальною функцією розподілу із середньою ймовірністю, тобто будемо використовувати наступні вирази

$$P_b(N) = \sum_{i=N}^m C_m^i \cdot p_0^i \cdot (1-p_0)^{m-i}, \quad p_0 = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m p_i, \quad (1)$$

де  $m$  – загальна кількість стрільб вогневими засобами усіх типів;  $p_0$  – середня ймовірність ураження за всі стрільби. Для нашого приклада  $m = 5$ ,  $p_0 = 0,42$ .

Відповідно до підходу, наведеному в [3]

$$P_{ob}(N) = \sum_{i1=0}^{m_1} \sum_{i2=0}^{m_2} \dots \sum_{iK=0}^{m_K} A \cdot P_1(i1) \cdot P_2(i2) \cdot \dots \cdot P_K(iK), \quad (2)$$

де  $A = \begin{cases} 1, & \text{якщо } N \leq i1 + i2 + \dots + iK, \\ 0, & \text{якщо } N > i1 + i2 + \dots + iK, \end{cases}$   $m_K$  – загальна кількість стрільб  $K$ -м типом вогневого засобу;  $p_k$  – ймовірність ураження за одну стрільбу  $K$ -м типом вогневого засобу,  $P_K(i) = C_{m_K}^i \cdot p_k^i \cdot (1-p_k)^{m_K-i}$ .

Для нашого приклада  $K = 2$ ,  $m_1 = 2$ ,  $m_2 = 3$ ,  $p_1 = 0,9$ ,  $p_2 = 0,1$ . Результати узагальнимо в табл. 2.

Таблиця 2

Узагальнені результати

N	1	2	3	4	5
Ймовірність знищення не менше заданої кількості цілей за табл. 1	0.99271	0.85906	0.22456	0.02286	0.00081
$P_{ob}(N)$ , формула (2)	0.99271	0.85906	0.22456	0.02286	0.00081
$P_b(N)$ , спрощена формула (1)	0.93436	0.69672	0.35254	0.10331	0.01307
Модуль відхилення	0.05835	0.16234	0.12798	0.08045	0.01226
Максимальне відхилення	0.16234				
Модуль відхилення в %	6	19	57	352	1513
Квадрат відхилення	0.0034	0.02635	0.01638	0.00647	0.00015
Сума квадратів відхилень	0.05276				
Середній квадрат відхилень	0.01055				

Таким чином сума квадратів відхилень маскує реальний процент похибки яку дає спрощена формула. Аналіз результатів табл. 2 показує, що най-

більш адекватним показником є максимальне відхилення, а критеріальним рівнем прийнятності доцільно обрати значення 0,05.

Порівняємо отримані в табл. 2 результати з графіком на рис. 3 в [6]. З графіку для  $\Delta P = 0,9 - 0,1 = 0,8$  та  $N_{стр} = 5$  отримуємо суму квадратів відхилень  $0,0036$  – різниця більш ніж на порядок. Можливо, що при побудові графіку були використані додаткові припущення, наприклад про нормальний або рівномірний, чи будь який інший розподіл загального вектора ймовірностей ураження в стрільбі  $p_i$ . Однак, у цьому випадку, виникає питання: на якій підставі зроблений загальний висновок про точність спрощеного алгоритму?

Вплив розподілу  $p_i$  покажемо на прикладі порівняння попереднього прикладу, коли вектор  $p_i$  можливо записати у вигляді  $(0,9; 0,9; 0,1; 0,1; 0,1)$ , з іншим прикладом, коли по цілям, які прориваються до ВДО, було зроблено один пуск вогневидами засобами першого типу з ймовірністю ураження  $0,9$  та чотири черги засобами другого типу з ймовірністю ураження  $0,1$  в кожному пострілі, тобто вектор  $p_i$  можливо записати у вигляді  $(0,9; 0,1; 0,1; 0,1; 0,1)$ . Максимальне відхилення в другому прикладі збільшується до  $0.47079$ , а сума квадратів – до  $0.22164$ , хоча, як і в першому прикладі,  $\Delta P = 0,9 - 0,1 = 0,8$  та  $N_{стр} = 5$ .

Як би різниця між біноміальним та загальним біноміальним розподілом при будь яких векторах  $p_i$  була настільки малою, як наведено у запропонованому графіку рис. 3 в [6], тоді в довіднику з теорії ймовірностей [10] він би не виділявся як окремий пункт. При цьому, у зазначеному довіднику на сторінці 115 стверджується, що дисперсія випадкової величини, яка розподілена за загальним біноміальним розподілом з параметрами  $(m, p_i)$  дорівнює

$$D = m \cdot p_0 \cdot (1 - p_0) - m \cdot \sigma_{p_0} \cdot p_0, \quad (3)$$

$$\text{де: } p_0 = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m p_i, \quad \sigma_{p_0} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m p_i^2 - p_0^2.$$

Як відомо, з цього ж довідника, дисперсія випадкової величини, яка розподілена за біноміальним розподілом з параметрами  $(m, p_0)$ , який використовується в [6] в якості спрощеної оцінки, дорівнює

$$D = m \cdot p_0 \cdot (1 - p_0), \quad (4)$$

Як впливає з порівняння (3) та (4), різниця в дисперсіях точної та спрощеної оцінки  $m \cdot \sigma_{p_0} \cdot p_0$  збільшується зі збільшенням загальної кількості іспитів (стрільб)  $m$ . Однак автори [6] не зважаючи на [10], навпаки стверджують, що зі зростанням кількості стрільб їх спрощений алгоритм більше наближується до істинних значень.

На мій погляд автори [6] помиляються. Підтвердимо справедливості [10] розрахунками на прикладі, якщо  $p_0$  та  $\sigma_{p_0}$  є константами (тобто фіксуємо розподіл вектору  $p_i$ ). При цьому, обмеженні умови прикладу можуть бути наступними: по цілях, що

прориваються до ВДО, було зроблено  $m/5$  пусків вогневидами засобами першого типу з ймовірністю ураження  $0,9$  в кожному пуску та  $4m/5$  пострілів засобами другого типу з ймовірністю ураження  $0,1$  в кожному пострілі. Результати розрахунків зведені в табл. 3 ( $\sigma_{max}$  – максимальне відхилення,  $\Sigma_{\sigma}$  – сума квадратів відхилень).

Таблиця 3

Результати розрахунків

m	5	10	15	20	25
$p_0$	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26
$\sigma_{p_0}$	0.1024	0.1024	0.1024	0.1024	0.1024
$\sigma_{max}$	0.47079	0.70112	0.75406	0.84778	0.87194
$\Sigma_{\sigma}$	0.27987	1.25648	1.74133	3.01584	3.58667

Розглянемо приклад коли по цілях, які прориваються до ВДО, було зроблено  $m/5$  пусків вогневидами засобами першого типу з ймовірністю ураження  $0,9$  в кожному пострілі та  $4m/5$  пострілів засобами другого типу з ймовірністю ураження  $p_2$  ( $p_2 \in [0,1 \dots 0,8]$ ). Результати для  $m = 15$  зведені в табл. 4.

Таблиця 4

Результати для  $m = 15$

$P_2$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$p_0$	0.34	0.42	0.5	0.58	0.66	0.74	0.82
$\sigma_{p_0}$	0.0784	0.0576	0.04	0.0256	0.0144	0.0064	0.0016
$\varepsilon$	0.63233	0.6024	0.54772	0.47193	0.37757	0.26653	0.14029
$\sigma_{max}$	0.63486	0.52497	0.43293	0.35151	0.27498	0.19793	0.11264
$\sqrt{\Sigma_{\sigma}}$	1.12278	0.94766	0.78669	0.63435	0.48599	0.3368	0.17993

Аналіз результатів табл. 4 показує, що оцінка  $\varepsilon = \sqrt{p_0 \cdot \sigma_{p_0} \cdot m}$  дозволяє отримати приблизне значення максимального відхилення, тобто приблизні втрати точності, тому можливо запропонувати авторам [6] інший критерій: спрощену оцінку (1) можливо використовувати за умови  $\varepsilon \leq 0,05$ .

Ми оцінили втрату точності при використанні спрощеного алгоритму (1), який натомість (як стверджують автори [6]) дасть суттєву економію часу розрахунків. За допомогою чисельного експерименту була оцінена максимальна економія часу, яку може мати алгоритм (1) порівняно з алгоритмом (2), при проведенні розрахунків на не дуже сучасній ПЕОМ (частота процесора 2 ГГц, об'єм оперативної пам'яті 1 ГБ). При виборі умов експерименту враховувалося такі практичні обмеження розрахунків:

прикриття ВДО оцінюється для набору фіксованих висот польоту цілі (100, 200, 300, 500, 1000, 3000, 5000 та 10000м);

на озброєнні Повітряних Сил та ППО СВ ЗС України є лише два типи вогневих засобів, які спроможні вразити цілі на висоті  $H = 10000$ м, три типи на  $H = 5000$ м, та сім типів на  $H \leq 3000$ м;

із зменшенням висоти через кривизну землі і наявності кутів закриття кількість стрільб різко зменшується;

дуже рідкісним є випадок, коли ВДО прикривається всіма сім'ю типами вогневих засобів.

Тому експеримент проводився для максимальної кількості типів вогневих засобів  $K = 7$  (сім сум у формулі (2)) та загальної кількості стрільб  $m = 35$ . При цьому час одного розрахунку за формулою (2), навидь без оптимізації алгоритму, склало менше 8 с, а за спрощеною формулою (1) менше 2 с. Зі зменшенням кількості вогневих засобів різниця в часі розрахунку за формулою (2) і за спрощеною формулою (1) різко зменшується і для  $K = 2$  стає менше 1 с.

Досвід використання системи оперативно-тактичних розрахунків та імітаційного моделювання «Віраж-РД» під час КШН свідчить про можливість використання виразу (2) в ритмі, якій є необхідний для роботи штабів.

## Висновки

Запропонований в [6] спрощений вираз (1) є відомою [10] наближеною оцінкою загального біноміального розподілу. Заслугою авторів [6] є слухна пропозиція використання наведеної оцінки для попередніх спрощених розрахунків, а також можливість виконання розрахунків на застарілих ПЕОМ.

В частині, якій стосується висновку авторів [6], що їх статтею вперше обґрунтований показник ефективності зенітного ракетного прикриття ВДО угрупованням змішаного і не змішаного складу, яким є імовірність знищення усіх ЗПН до РВЗ, що розраховується на основі розрахунку на основі загального біноміального розподілу, то на мій погляд, це не досить коректне висловлювання. На мій погляд автори [6] можуть претендувати лише на спрощений алгоритм розрахунку.

## Список літератури

1. Підходи до вибору критеріїв оцінювання якості прикриття важливих державних об'єктів / С.І. Онищенко, О.М. Жарик, В.В. Коваль, Д.В. Дяченко // *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2011. – № 1(5). – С. 4-7.
2. Выбор единых показателей и критериев эффективности функционирования систем ПВО важных госу-

дарственных объектов / О.М. Жарик // *Системы озброєння і військова техніка*. – 2011. – № 2 (26). – С. 199-204.

3. Оцінювання показників бойових можливостей по прикриттю визначених об'єктів урзуванням зенітних ракетних військ за допомогою програмного комплексу оперативно-тактичних розрахунків і імітаційного моделювання розіграшу бойових дій «Віраж – РД» / С.П. Лещенко, М.П. Батурицький, С.І. Бурковський, Л.В. Польшина, О.М. Жарик // *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. – Х.: ХУПС, 2012. – №2 (31). – С. 4-10.

4. Жарик О.М. Комплексний показник та критерій оцінки якості прикриття важливих державних об'єктів / О.М. Жарик // *Тези доповідей восьмої НТК Харківського ун-ту Повітряних Сил ім. І. Кожедуба 18-19 квітня 2012 року*. – С. 27-28.

5. Жарик О.М. Вибір показника і критерію оцінки якості прикриття об'єктів Євро-2012 від терористичних актів з використанням літальних апаратів / О.М. Жарик // *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2012. – № 2(8). – С. 29-32.

6. Обґрунтування показника ефективності зенітного ракетного прикриття важливих державних об'єктів / С.В. Новиченко, С.В. Нечитайло, В.Г. Єрдяков, В.П. Косенко, А.А. Савельєв // *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2012. – № 3(9). – С. 61-64.

7. Жарик О.М. Показники і критерії оцінки ефективності прикриття важливих державних об'єктів і угруповань військ (сил) / О.М. Жарик // *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2012. – № 3(9). – С. 18-26.

8. Жарик О.М. Методика оцінки прикриття важливих державних об'єктів від терористичних актів з використанням літальних апаратів / О.М. Жарик // *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. – 2012. – № 3 (32). – С. 166-177.

9. Жарик О.М. Аналіз підходів щодо вибору показників та критеріїв оцінки якості прикриття важливих державних об'єктів / О.М. Жарик // *Системи озброєння і військова техніка*. – 2013. – № 2 (34). – С. 81-84.

10. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин – М.: Наука, 1985. – 640 с.

11. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учеб. пособие для вузов / Е.С. Вентцель, Е.А. Овчаров. – М.: Висш. шк., 2000. – 480 с.

Надійшла до редколегії 4.09.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. С.П. Лещенко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## СРАВНЕНИЕ ПОДХОДОВ К ОБОСНОВАНИЮ И РАСЧЕТУ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЗЕНИТНОГО РАКЕТНОГО ПРИКРЫТИЯ ВАЖНЫХ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

А.Н. Жарик

В статье сравниваются различные подходы, оценивается их точность и вычислительные затраты (время, требуемое для проведения расчетов) при расчете вероятности уничтожения всех средств воздушного нападения до рубеза выполнения ими задач.

**Ключевые слова:** эффективность зенитного ракетного прикрития, важные государственные объекты, группировки смешанного состава, обобщенное биномиальное распределение.

## COMPARISON APPROACH TO VERIFICATION OF PERFORMANCE INDICATORS, ARTILLERY COVER KEY PUBLIC FACILITIES

O.M. Zharyk

The paper compares different approaches evaluated their accuracy and computational cost (time required for the calculation) when calculating the probability of destruction of air attacks by the turn of discharging their duties.

**Keywords:** efficiency Artillery cover important public facilities, groups of mixed composition, generalized binomial distribution.