

УДК 621.396.96

И.А. Евсеев

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## ОШИБКИ ФОРМИРОВАНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С СИНТЕЗИРОВАНИЕМ АПЕРТУРЫ

Получены аналитические выражения для предельных значений погрешностей оценок параметров поверхности различными алгоритмами обработки принятых сигналов в бистатистических и многопозиционных системах. В результате моделирования определены величины динамических, флуктуационных и шумовых ошибок формирования радиолокационных изображений.

**Ключевые слова:** многопозиционные РСА, ошибки формирования радиолокационных изображений.

### Введение

Одной из принципиальных задач ближайшего времени является внедрение принципов многопозиционной радиолокации. Такие системы обладают существенным преимуществом по сравнению как с однопозиционными радиолокационными системами, так и их совокупностью, не объединённой в единую систему. Эти преимущества обусловлены, прежде всего, возможностью использования дополнительной информации, заключенной в пространственной структуре электромагнитного поля.

При многопозиционной радиолокации обеспечивается качественно новое решение многих прикладных задач [1], однако существенно усложняется процедура обработки сигналов. Требуется согласованное взаимодействие приемо-передающих систем как в пространстве, так и во времени [2].

На качество формирования радиолокационных изображений (РЛИ) существенно влияет выбор условий проведения радиолокационной съемки, при которых обеспечиваются минимальные погрешности измерений.

В радиолокационных системах с синтезированием апертуры антенны (РСА) общая ошибка формирования радиолокационного изображения поверхности включает в себя динамическую, флуктуационную и шумовую ошибки. Величина этих ошибок для различных систем дистанционного зондирования существенно зависит от алгоритма обработки, а также метода вторичной обработки полученных изображений.

**Целью данной статьи** является исследование ошибок формирования радиолокационных изображений в бистатистических и многопозиционных РСА. Для достижения данной цели необходимо решить следующую задачу – получить аналитические выражения для предельных значений погрешностей оценок параметров РСА различными алгоритмами обработки принятых сигналов в бистатистических и многопозиционных системах и оценить ошибки

формирования РЛИ при различных методах первичной и вторичной обработки.

### Основная часть

Ошибки измерений параметров электродинамических моделей исследуются путем анализа диагональных элементов ковариационной матрицы, обратной к информационной матрице Фишера [3]:

$$B_{\mu\nu} = - \left\langle \frac{\partial^2}{\partial \lambda_\mu \partial \lambda_\nu} \ln \{p(\bar{u}/\bar{\lambda}_u)\} \right\rangle, \quad (1)$$

где  $\bar{\lambda}_u$  – совокупность истинных значений параметров  $\bar{\lambda}$ .

В окрестности максимального значения функции  $\ln \{p(\bar{u}/\bar{\lambda}_u)\}$  можно воспользоваться приближенным выражением

$$B_{\mu\nu} \approx - \frac{\partial^2}{\partial \lambda_\mu \partial \lambda_\nu} \ln \{p(\bar{u}/\bar{\lambda}_m)\},$$

где  $\bar{\lambda}_m$  – значения параметров  $\bar{\lambda}$ , при которых функция правдоподобия принимает максимальное значение.

Большое значение имеет анализ диагональных элементов матрицы  $B_{\mu\nu}$  в зависимости от условий проведения экспериментов. Такой анализ позволяет осуществить выбор (планирование) условий проведения экспериментов, обеспечивающих минимальные погрешности измерений.

При нерациональном выборе таких условий для заданного качества изображения может возникнуть необходимость увеличения энергетического отношения сигнал/шум.

Для функционально-детерминированных моделей поверхности потенциальную точность измерений определим путем вычисления следа оператора, обратного оператору Фишера:

$$\|\Phi_{\mu\nu}(\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2)\| = - \left\| \frac{\partial \ln p[\bar{u}(t)/\hat{\lambda}(\bar{r})]}{\partial \lambda_\mu(\bar{\tau}_1) \partial \lambda_\nu(\bar{\tau}_2)} \right\| =$$

$$= \left\| \operatorname{Re} \sum_{k=1}^K \frac{\partial \dot{F}[\hat{\lambda}(\bar{r}_1), \bar{r}_1]}{\partial \lambda_\mu(\bar{r}_1)} \frac{\partial \dot{F}^*[\hat{\lambda}(\bar{r}_2), \bar{r}_2]}{\partial \lambda_\nu(\bar{r}_2)} \dot{\Psi}(\bar{r}_1, \bar{r}_2) \right\| \quad (2)$$

Ядро оператора, обратного оператору Фишера, находим из интегрального уравнения обращения

$$\int_D \|\hat{\Phi}_{\mu\nu}(\bar{r}_1, \bar{r}_2)\| \|\hat{\Phi}_{\mu\nu}(\bar{r}_2, \bar{r}_3)\|^{-1} d\bar{r}_2 = \mathbb{I} \delta(\bar{r}_1 - \bar{r}_3).$$

След этого оператора, характеризующий погрешность восстановления произвольных функций  $\bar{\lambda}(\bar{r})$ , равен

$$\rho = \int_D \operatorname{Spur} \|\Phi_{\mu\nu}(\bar{r}_1, \bar{r}_2)\|^{-1} d\bar{r}_1 \Big|_{\bar{r}_1 = \bar{r}_2} \quad (3)$$

При рассмотрении этой задачи априорные сведения о поведении функций  $\bar{\lambda}(\bar{r})$  не учитывались. Поэтому некорректная процедура восстановления изображения  $\hat{F}[\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})]$  и его параметров приводит к бесконечным значениям величины  $\rho$ . Однако во многих случаях, решая эту задачу в рамках метода максимального правдоподобия, и предполагая невысокую скорость пространственного изменения параметров  $\bar{\lambda}(\bar{r})$ , в качестве оценки функции  $\dot{F}(\cdot)$  можно принять значения выходного эффекта  $\dot{Y}(\bar{r})$ . Это приводит к определенным динамическим и флуктуационным ошибкам [4].

Приближенное представление о величинах флуктуационных ошибок фильтрации дают точечные оценки параметров  $\bar{\lambda}$  при  $\bar{r}_1 = \bar{r}_2 = \bar{r}$ ,

$$\|\Phi_{\mu\nu}(\bar{r})\| = 2\mu_0 \left\| \operatorname{Re} \sum_{k=1}^K \frac{\partial \dot{F}_k[\hat{\lambda}, \bar{r}]}{\partial \lambda_\mu} \frac{\partial \dot{F}_k^*[\hat{\lambda}, \bar{r}]}{\partial \lambda_\nu} \right\| \quad (4)$$

где  $\mu_0 = |\dot{\Psi}(0)|/N_0/2$ .

Предельные погрешности при оптимальной оценке статистических характеристик стохастических моделей поверхности определим диагональными элементами матрицы, обратной информационной матрице Фишера

$$\begin{aligned} \|\Phi_{\mu\nu}\| &= \left\| - \left\langle \frac{\partial^2 \ell_{\text{NP}}[\bar{u}(t)/\bar{\lambda}]}{\partial \lambda_\mu \partial \lambda_\nu} \right\rangle \right\| = \\ &= \left\| - \frac{1}{2} \operatorname{Spur} \int_0^T \int_0^T \frac{\partial \underline{W}(t_1, t_2, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_\mu} \frac{\partial \underline{R}(t_2, t_1, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_\nu} dt_1 dt_2 \right\| = \\ &= \left\| \frac{1}{2} \operatorname{Spur} \int_0^T \int_0^T \int_0^T \int_0^T \underline{W}(t_1, t_3, \bar{\lambda}) \frac{\partial \underline{R}(t_3, t_4, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_\mu} \times \right. \\ &\quad \left. \times \underline{W}(t_4, t_2, \bar{\lambda}) \frac{\partial \underline{R}(t_2, t_1, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_\nu} dt_1 dt_2 dt_3 dt_4 \right\| \quad (5) \end{aligned}$$

Полагая процессы  $u_k(t)$  стационарными, запишем выражение для элементов матрицы Фишера в спектральной форме, решив предварительно интегрально-матричное уравнение обращения методом преобразования Фурье

$$\|\Phi_{\mu\nu}\| = \left\| \frac{1}{2} T \operatorname{Spur} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{G}_R^{-1}(\omega) \frac{\partial \underline{G}_R(\omega)}{\partial \lambda_\mu} \underline{G}_R^{-1}(\omega) \frac{\partial \underline{G}_R(\omega)}{\partial \lambda_\nu} d\omega \right\|.$$

Для двух произвольных параметров величина

$$\rho = \int_D \operatorname{Spur} \underline{\Phi}^{-1}(\bar{r}_1, \bar{r}_2) d\bar{r} \Big|_{\bar{r}_1 = \bar{r}_2 = \bar{r}}$$

определяется по формуле

$$\begin{aligned} \underline{\Phi}^{-1}(\bar{r}_1, \bar{r}_2) &= 4 \left\| \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \frac{\partial \sigma_{ij}^0[\bar{r}_1, \bar{\lambda}(\bar{r})]}{\partial \lambda_\mu} \frac{\partial \sigma_{ij}^0[\bar{r}_2, \bar{\lambda}(\bar{r})]}{\partial \lambda_\nu} \times \right. \\ &\quad \left. \times |\dot{\Psi}_{W_{ij}}(\bar{r}_1, \bar{r}_2)|^2 \right\|^{-1} \quad (6) \end{aligned}$$

Если функция неопределенности для каждого из каналов не зависит от индекса “ $ij$ ”, то ядро обратного оператора Фишера можно найти в структурно-подобном виде

$$\begin{aligned} \underline{\Phi}^{-1}(\bar{r}_1, \bar{r}_2) &= 4 \left\| \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \frac{\partial \sigma_{ij}^0(\bar{r}_1, \bar{\lambda}(\bar{r}_1))}{\partial \lambda_\mu(\bar{r}_1)} \frac{\partial \sigma_{ij}^0(\bar{r}_2, \bar{\lambda}(\bar{r}_2))}{\partial \lambda_\nu(\bar{r}_2)} \right\|^{-1} \times \\ &\quad \times W_\Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2), \quad (7) \end{aligned}$$

где  $W_\Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$  удовлетворяет интегральному уравнению обращения

$$\int_D |\dot{\Psi}_W(\bar{r}_1, \bar{r}_2)|^2 W_\Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2) d\bar{r}_2 = \delta(\bar{r}_1 - \bar{r}_2).$$

Несостоятельность полученных оценок определяется тем, что задача восстановления параметров  $\bar{\lambda}(\bar{r})$  и  $\sigma^0(\bar{r})$  является некорректной.

Если бистатистическая система с синтезированием апертуры антенны выполняет восстановление удельной эффективной поверхности рассеяния (УЭПР), то результат будет также представлять собой несостоятельную оценку

$$\hat{\sigma}_k^0(\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})) = L^{-1} \left\{ \left| \dot{Y}_{\text{выск}}(\bar{r}) \right|^2 \right\} - \frac{N_0}{2} \dot{Y}_{W_k}(\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})), \quad (8)$$

где  $\dot{Y}_{\text{выск}}(\bar{r})$  – оптимальный выходной эффект системы,  $\dot{Y}_{W_k}$  – энергия опорного сигнала.

Если априорно известно, что в пределах функции неопределенности зависимости  $\sigma^0(\bar{r})$  и  $\bar{\lambda}(\bar{r})$  изменяются незначительно (характерно для систем с высокой разрешающей способностью), то уравнение (8) практически не требует обращения оператора  $L$  и в качестве оценок  $\sigma^0[\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})]$  можно принять

$$\sigma^0[\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})] \approx \left| \dot{Y}(\bar{r}) \right|^2 - \frac{N_0}{2} \dot{\mathcal{E}}_W(\bar{r}). \quad (10)$$

Основные погрешности при этом будут связаны с тем, что в приведенных выше уравнениях их правые части являются несостоятельными оценками левых частей, что приводит к появлению флуктуационной ошибки в виде спекл-шума. Наряду с мультипликативным спекл-шумом (декоррелированным) в изображении присутствует аддитивный шум входных устройств, шум от внешних источников и динамическая ошибка, обусловленная ненулевой шириной функции неопределенности.

В отличие от классических алгоритмов синтеза апертуры, которые приводят к появлению спекл-шума с корреляционной функцией равной автокорреляционной функции единичного сигнала  $\dot{S}_0(t, \vec{r})$ , рассеянного точечным источником, в данном случае, корреляционная функция значительно уже и определяется автокорреляционной функцией  $\dot{S}_W(t, \vec{r})$ . Причем, если в классических алгоритмах синтеза апертуры функция неопределенности совпадает с автокорреляционной функцией единичного сигнала, то здесь функция неопределенности совпадает с автокорреляционной функцией сигнала  $\dot{S}_W(t, \vec{r})$ .

Для численного исследования динамических, флуктуационных и общих ошибок формирования РЛИ в бистатистических и многопозиционных РСА было выполнено моделирование. При этом использовалась упрощенная модель поверхности [3] и по результатам обработки определялись величины динамических, флуктуационных и шумовых ошибок.

Динамические ошибки в РСА обусловлены сглаживанием удельных ЭПР, как функций пространственных координат, при первичной и вторичной обработке пространственными функциями неопределенности и операторами вторичной обработки. По величине этих ошибок можно оценить возможности РСА по обнаружению малоразмерных объектов, распознаванию протяженных объектов, сохранению текстурной информации.

Флуктуационные ошибки формировании изображений как статистических характеристик пространственно-временных нестационарных процессов обусловлены ограниченностью ансамбля реализаций стохастических входных сигналов. По их величине можно судить о характере формируемого изображения на однородных участках, оценивать возможности системы картографирования по определению протяженных однородных зон в пределах зондируемой поверхности, оценивать вероятность появления ложной текстурной информации.

Шумовые ошибки определим как помехи, возникающие на изображении по причине существования аддитивного шума на входе системы дистанционного зондирования. Эти ошибки представляют собой помеховую часть оптимальных выходных эффектов систем обработки траекторных сигналов.

Общая ошибка формирования изображения поверхности включает в себя динамическую, флуктуационную и шумовую ошибки.

В работе [4] проведено исследование поведения системы дистанционного зондирования, конфигурация которой представлена на рис. 1.

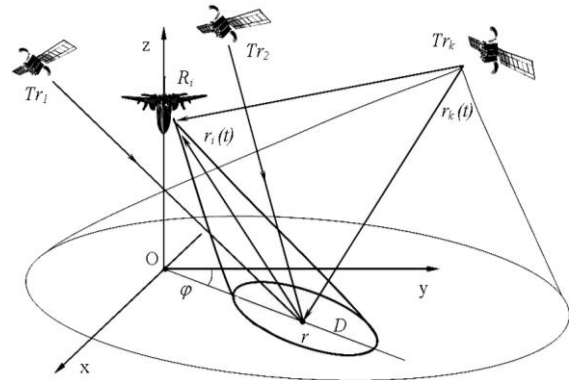


Рис. 1 Конфигурация исследуемой системы

Рассматривались три основных варианта – бистатистическая РСА без декорреляции принятого сигнала; бистатистическая РСА, обработка в которой учитывает стохастический характер полезного сигнала и многопозиционная РСА, состоящая из трех передатчиков и одного приемника, алгоритм обработки которой сводится к формированию комплексных РЛИ в каждой из бистатистических пар, после чего суммируются квадраты модулей выходных эффектов. Пространственные функции неопределенности рассматриваемых систем приведены на рис. 2.

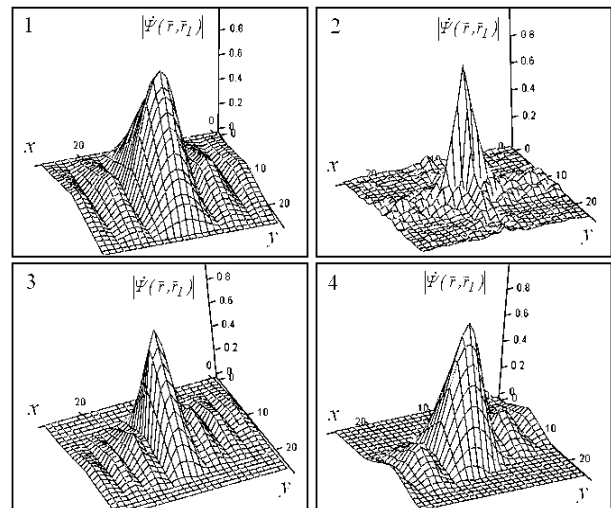


Рис. 2. Пространственные функции неопределенности: 1 – бистатистической РСА без декорреляции принятого сигнала, 2 – бистатистической РСА с декорреляцией принятого сигнала, 3, 4 – бистатистических пар в составе МПРСА

В работе [4] представлены результаты оценки УЭПР различными системами как на выходе оптимальных систем, так и после применения алгоритмов

вторичной обработки (сглаживания фильтром Ли) [5]. Полученные величины ошибок оценки УЭПР в норме L2 определялись в соответствие с выражением

$$\epsilon_{L2} = \frac{1}{D} \int_D \left[ \sigma^0[\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})] - \hat{\sigma}^0[\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})] \right]^2 d\bar{r},$$

после чего нормировались относительно ошибок, полученных в бистатической PCA с алгоритмом обработки [4]

$$\dot{Y}_{ik}(\bar{r}) = \int_0^T u_{ik}(t) \dot{S}_{ik}^*(t, \bar{r}) dt = \int_D \dot{F}_{ik}[\bar{r}, \bar{\lambda}(\bar{r})] \dot{\Psi}_{ik}(\bar{r}, \bar{r}_1) d\bar{r}_1,$$

где  $\dot{Y}_{ik}(\bar{r}) = \int_0^T u_{ik}(t) \dot{S}_{ik}^*(t, \bar{r}) dt$  – оптимальный выходной эффект в данной бистатической паре;

$$\dot{\Psi}_{ik}(\bar{r}, \bar{r}_1) = \int_0^T \dot{S}_{ik}(t, \bar{r}) \dot{S}_{ik}^*(t, \bar{r}_1) dt$$

– пространственная функция неопределенности бистатической PCA.

Результаты вычислений графически представлены на рис. 3.

Видно, что использование многопозиционных систем позволяет существенно уменьшить ошибки формирования радиолокационных изображений.

Более того, как было указано в работе [6, 7], такая обработка ведет к уменьшению флуктуационных ошибок (спекл-шума) без уменьшения разрешающей способности (без увеличения динамических ошибок). Незначительное (по отношению к другим алгоритмам) уменьшение ошибок после вторичной обработки объясняется относительно невысоким уровнем спекл-шума после выполнения операций комплексирования.



Рис. 3. Относительные общие ошибки оценки УЭПР в норме L2 после этапа первичной обработки и после сглаживания фильтром Ли: 1 – бистатическая PCA, согласованная фильтрация принимаемого сигнала, 2 – бистатическая PCA с декорреляцией принятого сигнала, 3 – многопозиционная PCA

Результаты определения динамических и флуктуационных ошибок при различных методах первичной и вторичной обработки (размер окна оператора выбирался пропорционально разрешающей способности) приведены в табл. 1.

### Выводы

В работе получены аналитические выражения для предельных значений погрешностей оценок параметров PCA различными алгоритмами обработки принятых сигналов в многопозиционных и бистатических системах. Показано, что оценки являются несостоятельными и требуют сглаживания пространственными операторами. В качестве таких сглаживающих операторов можно использовать различные пространственные окна.

Таблица 1

Результаты исследования ошибок формирования РЛИ

Флуктуационные ошибки обработанных изображений				
Вторичная обработка	Алгоритм первичной обработки			
	Согласованная фильтрация	Разработанный алгоритм, среднее отношение сигнал/помеха		
		10	25	50
Без обработки изображения	1	1,155	2,378	11,248
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 4\Psi_E$	0,275	0,322	0,438	0,962
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 8\Psi_E$	0,247	0,283	0,258	0,611
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 10\Psi_E$	0,208	0,217	0,220	0,501
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 12\Psi_E$	0,205	0,207	0,195	0,412
Усреднение по 3 независимым реализациям	0,336	0,387	0,791	3,721
Усреднение по 10 независимым реализациям	0,097	0,120	0,247	0,706
Усреднение по 20 независимым реализациям	0,052	0,054	0,118	0,428

Динамические ошибки обработанных изображений				
Вторичная обработка	Алгоритм первичной обработки			
	Согласованная фильтрация	Разработанный алгоритм, среднее отношение сигнал/помеха		
		10	25	50
Без обработки изображения	1	0,937	0,733	0,178
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 4\psi_E$	1,124	1,042	0,997	0,214
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 8\psi_E$	1,259	1,173	1,102	0,987
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 10\psi_E$	1,387	1,264	1,205	1,045
Обработка фильтром Ли, $\Delta W = 12\psi_E$	1,537	1,329	1,284	1,183
Усреднение по 3 независимым реализациям	1	0,937	0,733	0,178
Усреднение по 10 независимым реализациям	1	0,937	0,733	0,178
Усреднение по 20 независимым реализациям	1	0,937	0,733	0,178

Результаты моделирования показывают, что использование многопозиционных систем позволяет уменьшить ошибки формирования радиолокационных изображений по отношению к однопозиционным и бистатическим РСА. Комплексирование на уровне вторичной обработки позволяет существенно уменьшить флуктуационные помехи (спекл-шум), которые являются основным источником ошибок в РСА. Отличительной особенностью многопозиционных систем является то, что уменьшение уровня спекл-шума не приводит к увеличению динамических ошибок (ухудшению разрешающей способности).

### Список литературы

1. Волосяк В.К. Анализ возможностей многопозиционных РСА и комплексирование измерений / В.К. Волосяк, А.В. Ксендзук, И.А. Евсеев // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. – 2004. – Вип. 2, № 646. – С. 124-131.
2. Евсеев И.А. Временная и частотная синхронизация в двухпозиционных радиолокационных системах с синтезированием апертуры антенны / И.А. Евсеев // Радіоелектронні та комп'ютерні системи. – 2005. – № 1. – С. 20-27.

3. Фалькович С.Е. Радиотехнические системы дистанционного зондирования: учеб. пособие / С.Е. Фалькович, В.К. Волосяк, О.А. Горбуненко. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2002. – 157 с.

4. Волосяк В.К. Оптимальные алгоритмы построения радиолокационных изображений в бистатических радиолокационных системах с синтезированием апертуры / В.К. Волосяк, А.В. Ксендзук, И.А. Евсеев // Зб. наук. пр. Харківського університету Повітряних Сил. – Х., 2005. – Вип. 1 (1). – С. 59-64.

5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: пер с англ. / У. Прэтт. – М.: Мир, 1982. – Кн. 2. – 480 с.

6. Ксендзук А.В. Применение методов оптимального восстановления статистических характеристик поверхности при картографировании РСА / А.В. Ксендзук, В.К. Волосяк // Картографія XXI века. Доклади II Всероссийской научной конференции по картографії. – М., 2001. – С. 306-311.

7. Ксендзук А.В. Улучшение радиоизображений РСА применением алгоритмов декорреляции / А.В. Ксендзук // Вісник ХГПУ. – Х., 2000. – Вип. 80. – С. 12-14.

Поступила в редколлегию 1.12.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. В.К. Волосяк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

### ПОХИБКИ ФОРМУВАННЯ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ ЗОБРАЖЕНЬ У БАГАТОПОЗИЦІЙНИХ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ З СИНТЕЗУВАННЯМ АПЕРТУРИ

I.A. Evseev

Отримані аналітичні вирази для граничних значень погрешностей оцінок параметрів поверхні різними алгоритмами обробки прийнятих сигналів у бистатичних і багатопозиційних системах. У результаті моделювання визначено величини динамічних, флуктуаційних та шумових похибок формування радіолокаційних зображень.

**Ключові слова:** багатопозиційні РСА, похибки формування радіолокаційних зображень.

### ERRORS OF RADIOLOCATIONS IMAGING IN MULTISTATIC SYSTEMS OF SYNTHETIC APERTURE RADAR

I.A. Evseev

Analytical expressions for the limiting values of errors of estimations of parameters of a surface by the different algorithms of the received signals in bistatic and multistatic systems are got. As a result modeling of dynamic, fluctuation and noise errors of creation of radiolocations imaging are determined.

**Keywords:** multistatic SAR, errors of radiolocations imaging.