

УДК 621.391:396

3.3. Закиров

*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков*

### **МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ, СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И ДИСПЕРСИИ ВРЕМЕНИ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ КОДОВОЙ КОМБИНАЦИИ В СИСТЕМАХ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ**

*В статье разработана методика определения эквивалентной вероятности ошибки, среднего значения и дисперсии времени при передаче кодовой комбинации в системах с обратной связью, которая, в отличие от известных, учитывает свойства информационного потока и специфику протоколов взаимодействия. Она позволит предъявить требования к характеристикам, описывающим процесс передачи кодовой комбинации в системах с обратной связью, определить эффективность и целесообразность применения информационных технологий, методов повышающих качественные характеристики процесса передачи информации.*

**Ключевые слова:** вероятностно-временной граф, производящая функция, вероятность, дисперсия.

#### **Введение**

**Постановка проблемы.** Успешное решение задач, которые стоят перед Воздушными Силами Украины, зависит не только от соотношения сил и средств, но и от качества управления.

В настоящее время формируются и развиваются новые принципы управления войсками. Это обусловлено революционными изменениями в инфотелекоммуникационных технологиях, которые фундаментально изменяют содержание войн нового поколения, способы их ведения и управление войсками (силами) и оружием. Высокий уровень информационного обеспечения становится определяющим условием достижения преимущества над противником.

Значительно возрастает зависимость системы управления от ее технологической составляющей – современных информационных технологий, которые позволяют осуществлять переход к системам более высокого уровня – информационно-телекоммуникационным. Телекоммуникационная составная представленная системой связи, а также информационными технологиями, определяет тип, архитектуру, порядок и правила функционирования сетей связи. Переход к информационно-телекоммуникационным системам обеспечит устойчивый оперативный информационный обмен, как в мирное, так и военное время. Однако этот переход невозможен без количественного анализа как используемых, так и передовых технологий, применяемых в современных телекоммуникационных сетях (ТКС). В настоящее время для анализа количественных характеристик применяются методы моделирования сетей, использующие различный математический аппарат. Эти методы описывают отдельные процессы обмена информацией и имеют свои достоинства и недостатки.

**Анализ литературы.** В известных источниках анализ количественных характеристик процесса информационного обмена в ТКС основывается на использовании математических аппаратов теории мас-

сового обслуживания (ТМО) [1, 2], теории графов [3], вероятностно-временных графов (ВВГ) [4 – 6] и теории телетрафика со свойством самоподобия [7].

Однако применение рассматриваемых математических аппаратов позволяет анализировать частные характеристики процесса доставки сообщений, задачи маршрутизации потоков, оценить вероятностно-временные характеристики протоколов информационного взаимодействия, характеристики сетевого трафика.

Методика определения вероятностно-временных характеристик информационных технологий с учетом специфики протоколов была разработана в [8]. Однако не разработан методический аппарат определения эквивалентной вероятности ошибки, среднего значения и дисперсии времени при передаче кодовой комбинации в системах с обратной связью.

**Целью статьи** является разработка методики определения эквивалентной вероятности ошибки, среднего значения и дисперсии времени при передаче кодовой комбинации в системах с обратной связью.

#### **Изложение основного материала**

Рассмотрим процесс передачи кодовой комбинации в системах с обратной связью. Отправитель выдает в КС пакет данных. Время передачи пакета данных (кодограммы) выражается через его длину и скорость модуляции:  $T_{п} = n / V$ . Проверку принятого пакета на наличие ошибок осуществляет получатель. При этом проверяется контрольная сумма, по результатам вычисления которой пакет данных может не содержать ошибок (с вероятностью  $P_{пр}$ ), иметь обнаруженные –  $P_{00}$  или необнаруженные ошибки –  $P_{но}$ .

Пакет может быть принят без ошибок, с обнаружением, не обнаружением ошибок и потерей данных, с вероятностью потери –  $P_{пот}$ . Если пакет принят без ошибок, на него выдается квитанция. Вероятность правильной доставки квитанции –  $P_{кв}$ , а время доставки квитанции –  $T_{кв}$ . В случае безошибочной доставки квитанции процесс передачи пакета завер-

шается, данные приняты правильно. При получении квитанции по истечении времени тайм-аута –  $T_{та}$  отправитель осуществляет повторную передачу пакета данных. Длительность тайм-аута выбирается пропорциональной времени передачи пакета:  $T_{та} = \hat{\eta} \cdot T_{п}$ , где  $\hat{\eta}$  – коэффициент;  $\hat{\eta} \geq 1$ . При обнаружении ошибок в пакете, квитанция на него не выдается и через время тайм-аута отправитель повторно передает неподтвержденный пакет. В случае принятия пакета с необнаруженными ошибками и безошибочной доставкой квитанции процесс передачи пакета завершается, данные приняты с ошибкой. При получении квитанции по истечении времени тайм-аута  $T_{та}$  отправитель осуществляет повторную передачу пакета данных. При принятии пакета с ошибками или потерей данных через время тайм-аута отправитель повторно передает неподтвержденный пакет. Вероятностно-временной граф, описывающий процесс передачи кодограммы в системах с обратной связью имеет вид представленный на рис. 1. Эквивалентные преобразования и конечный представлены на рис. 2

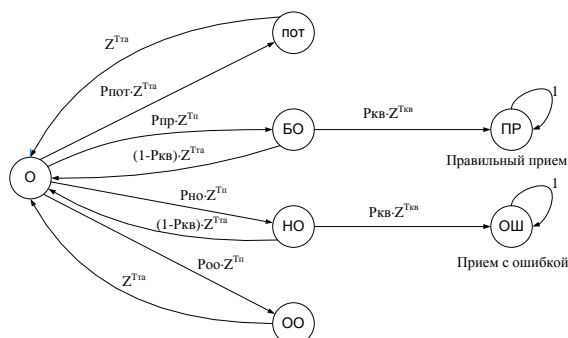


Рис. 1. ВВГ процесса передачи кодограммы в системах с обратной связью

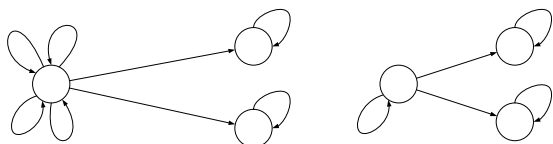


Рис. 2. Эквивалентные преобразования ВВГ

В соответствии с методикой [8] дуги для преобразованного ВВГ будут определяться следующими выражениями

$$f_1 = P_{пр} \cdot P_{кв} \cdot Z^{T_{п}+T_{кв}}, f_2 = P_{но} \cdot P_{кв} \cdot Z^{T_{п}+T_{кв}},$$

$$f_3 = P_{пот} \cdot Z^{T_{та}+T_{п}} + P_{пр} \cdot (1-P_{кв}) \cdot Z^{T_{та}+T_{п}} +$$

$$+ P_{но} \cdot (1-P_{кв}) \cdot Z^{T_{та}+T_{п}} + P_{оо} \cdot Z^{T_{та}+T_{п}} =$$

$$= Z^{T_{та}+T_{п}} (P_{пот} + P_{пр} - P_{пр}P_{кв} + P_{но} - P_{но}P_{кв} + P_{оо}).$$

Поскольку вероятности  $P_{пот}$ ,  $P_{пр}$ ,  $P_{но}$  и  $P_{оо}$  описывают полную группу событий, их сумма равна единице  $P_{пот} + P_{пр} + P_{но} + P_{оо} = 1$ , то

$$f_3 = Z^{T_{та}+T_{п}} \cdot [1 - P_{кв} \cdot (P_{пр} + P_{но})].$$

Производящая функция примет вид

$$F(Z) = \frac{f_1 + f_2}{1 - f_3} = \frac{P_{кв} \cdot Z^{T_{п}+T_{кв}} \cdot (P_{пр} + P_{но})}{1 - Z^{T_{та}+T_{п}} \cdot [1 - P_{кв} \cdot (P_{пр} + P_{но})]}.$$

Среднее время процесса передачи кодограммы будет равно

$$T_{ср} = \frac{F(Z)}{dZ} \Big|_{Z=1} = T_{п} + T_{кв} +$$

$$+ \frac{(T_{п} + T_{та}) \cdot [1 - P_{кв} \cdot (P_{пр} + P_{но})] \cdot [P_{кв} \cdot (P_{пр} + P_{но})]}{P_{кв}^2 \cdot (P_{пр} + P_{но})^2} =$$

$$= T_{п} + T_{кв} + \frac{(T_{п} + T_{та}) \cdot [1 - P_{кв} \cdot (P_{пр} + P_{но})]}{P_{кв} \cdot (P_{пр} + P_{но})}. \quad (1)$$

Поскольку квитанция передается одним или несколькими разрядами, можно полагать, что  $P_{кв} \approx 1$  выражение (1) примет вид

$$T_{ср} = T_{п} + T_{кв} + \frac{(T_{п} + T_{та}) \cdot (P_{пот} + P_{оо})}{1 - (P_{пот} + P_{оо})}.$$

Вероятность ошибки кодовой комбинации в системах с обратной связью (вероятность ошибочного декодирования) определяется при  $Z = 1$  из соотношения

$$P_{ош} = \frac{f_2(z)}{1 - f_3(z)} \Big|_{Z=1} =$$

$$= \frac{P_{но} \cdot P_{кв} \cdot Z^{T_{п}+T_{кв}}}{1 - (1 - P_{кв} (P_{пр} + P_{но})) Z^{T_{та}+T_{п}}} \Big|_{Z=1} = \frac{P_{но}}{1 - P_{оо}}.$$

Зависимость относительного времени доставки кодограммы, характеризующая степень избыточности процесса передачи кодограммы

$$\frac{T_{ср}}{T_{п}} = 1 + \frac{T_{кв}}{T_{п}} + \frac{(1 + T_{та} / T_{п}) \cdot (P_{пот} + P_{оо})}{1 - (P_{пот} + P_{оо})}. \quad (2)$$

Полагая  $T_{кв} = T_{п}$  и  $P_{пот} = 0$  выражение (2) примет вид

$$\frac{T_{ср}}{T_{п}} = 2 + \frac{(1 + T_{та} / T_{п}) \cdot P_{оо}}{1 - P_{оо}}. \quad (3)$$

Вероятности необнаружения и обнаружения ошибки при произвольном законе распределения ошибок зависят от длины кодограммы –  $n$ , вероятности ошибки  $P_{ош}$  и в общем случае определяются следующим образом

$$P_{но} = [1 - (1 - P_{ош})^n] \cdot (1/2^r);$$

$$P_{оо} = [1 - (1 - P_{ош})^n] \cdot (1 - 1/2^r), \quad (4)$$

где  $r$  – количество проверочных разрядов.

Поскольку  $r$  выбирается из условия  $r \geq \log(1 + n)$ , и при  $P_{ош} \ll 1$

$$P_{но} \approx nP_{ош} / (n + 1); P_{оо} \approx nP_{ош} (1 - 1/(n + 1)). \quad (5)$$

Зависимость вероятности ошибки кодовой комбинации от эквивалентной вероятности ошибки одного бита имеет вид  $P_{\text{ошКК}} = 1 - (1 - P_3)^m$ , где  $m = n - \log(1+n)$ , а эквивалентная вероятность ошибки

$$P_3 = 1 - \left(1 - P_{\text{ошКК}}\right)^{1/m}. \quad (6)$$

Подставляя (5) в (6), получим

$$P_3 = 1 - \left(1 - \frac{n P_{\text{ош}} \cdot 1/(n+1)}{1 - n P_{\text{ош}} \cdot (1 - 1/(n+1))}\right)^{-(n - \log(1+n))}.$$

Выражение (2) с учетом (4) примет вид

$$\frac{T_{\text{ср}}}{T_{\text{п}}} = 2 + \frac{(1 + T_{\text{та}} / T_{\text{п}}) \cdot (1 - (1 - P_{\text{ош}})^n) \cdot (1 - 1/2^r)}{1 - (1 - (1 - P_{\text{ош}})^n) \cdot (1 - 1/2^r)}.$$

Производящая функция для относительного времени доведения кодограммы

$$F1(Z) = \frac{P_{\text{кв}} \cdot Z^{1+T_{\text{кв}}/T_{\text{п}}} \cdot (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}})}{1 - Z^{1+T_{\text{та}}/T_{\text{п}}} \cdot [1 - P_{\text{кв}} \cdot (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}})]}.$$

Дисперсия относительного времени доведения кодограммы определяется

$$D_{T_{\text{ср}}/T_{\text{п}}} = \frac{d^2 F1(Z)}{dZ^2} \Big|_{Z=1} + \frac{T_{\text{ср}}}{T_{\text{п}}} - \left(\frac{T_{\text{ср}}}{T_{\text{п}}}\right)^2 = \frac{(T_{\text{та}} + T_{\text{п}})^2 \cdot (1 - P_{\text{кв}} \cdot (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}}))}{T_{\text{п}}^2 \cdot (P_{\text{кв}} \cdot (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}}))^2}.$$

Это выражение с учетом допущений и преобразований примет вид

$$D_{T_{\text{ср}}/T_{\text{п}}} = \frac{(T_{\text{та}} + T_{\text{п}})^2 \cdot P_{\text{оо}}}{T_{\text{п}}^2 \cdot (1 - P_{\text{оо}})^2} = \frac{(T_{\text{та}}^2 / T_{\text{п}}^2 + 2 \cdot T_{\text{та}} / T_{\text{п}} + 1) \cdot [1 - (1 - P_{\text{ош}})^n] \cdot (1 - 1/2^r)}{(1 - [1 - (1 - P_{\text{ош}})^n] \cdot (1 - 1/2^r))^2}.$$

### МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ ІМОВІРНОСТІ ПОМИЛКИ, СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ ТА ДИСПЕРСІЇ ЧАСУ ПРИ ПЕРЕДАЧІ КОДОВОЇ КОМБІНАЦІЇ В СИСТЕМАХ ЗІ ЗВОРОТНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

З.З. Закіров

У статті розроблена методика визначення еквівалентної імовірності помилки, середнього значення та дисперсії часу при передачі кодової комбінації в системах зі зворотним зв'язком, що, на відміну від відомих, враховує властивості інформаційного потоку й специфіку протоколів взаємодії. Вона дозволить висунути вимоги до характеристик, що описують процес передачі кодової комбінації в системах зі зворотним зв'язком, визначити ефективність і доцільність застосування інформаційних технологій, методів підвищення якісних характеристик процесу передачі інформації.

**Ключові слова:** імовірнісно-часовий граф, утворююча функція, імовірність, дисперсія.

### PROCEDURE OF DETERMINATION OF THE EQUIVALENT PROBABILITY OF THE ERROR, MEAN AND VARIANCE OF TIME BY TRANSMISSION OF THE CODE PATTERN TO FEEDBACK SYSTEMS

Z.Z. Zakirov

In article the procedure of determination of the equivalent probability of an error, a mean and a variance of time is developed at transmission of a code pattern to feedback systems which, as against known, takes into account properties of an information highway and specificity of reports of interaction. She will allow to demand to the performances circumscribing process of transmission of a code pattern in feedback systems, to define effectiveness and expediency of application of information process engineering, methods boosting qualitative performances of process of an information communication.

**Keywords:** probability - temporal graph, a generating function, probability, a variance.

## Вывод

Разработана методика определения эквивалентной вероятности ошибки, среднего значения и дисперсии времени, которая учитывает физические процессы, происходящие при передаче кодовой комбинации в защищенных каналах связи. Она основывается на применении математического аппарата ВВГ и производящих функций. Применение данного методического аппарата, при заданном значении эквивалентной вероятности ошибки, позволит предъявить требования к вероятности ошибки, среднему значению и дисперсии времени при передаче кодовой комбинации в системах с обратной связью.

## Список литературы

1. Шварц М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ: пер. с англ. / М. Шварц. – М.: Наука; Гл. ред. физмат. лит., 1992. – Ч. 1. – 336 с.
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок; пер. с англ. И.И. Грушко; под ред. В.И. Неймана. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
3. Филлипс Д. Методы анализа сетей: пер. с англ. / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.
4. Дэвис Д. Вычислительные сети и сетевые протоколы / Д. Дэвис, Д. Барбер, У. Прайс. – М.: Мир, 1982. – 562 с.
5. Адаптивная компенсация помех в каналах связи / Ю.И. Лосев, А.Г. Бердников, Э.Ш. Гойхман, Б.Д. Сизов; под. ред. Ю.И. Лосева. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с.
6. Захаров А.И. Основы передачи данных / А.И. Захаров. – Л.: ВАС, 1985. – 157 с.
7. Крылов В.В. Теория телетрафика и ее приложения / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова. – СПб.: БХВ Петербург, 2005. – 288 с.
8. Лосев Ю.И. Методика определения вероятностно-временных характеристик информационных технологий с учетом специфики протоколов / Ю.И. Лосев, З.З. Закиров // Системи обробки інформації: зб. наук. праць. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вип. 1 (68). – С. 43-47.

Поступила в редколлегию 15.12.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Ю.И. Лосев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.