

УДК 621.396.967.15

В.Д. Карлов<sup>1</sup>, И.Г. Леонов<sup>1</sup>, Н.Н. Петрушенко<sup>2</sup>, Е.В. Лукашук<sup>3</sup><sup>1</sup>Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков<sup>2</sup>Командование Воздушных Сил Вооруженных Сил Украины, Винница<sup>3</sup>ОАО «Акционерное Общество НИИ радиотехнических измерений», Харьков

## К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ВЫПУКЛОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Разработана математическая модель электрической и магнитной составляющих поля излучения элементов выпуклой антенной решетки. Полученные выражения позволяют построить алгоритмы численного моделирования поля излучения выпуклой антенной решетки в дальней, промежуточной и ближней зонах. Приведенные математические выражения могут быть положены в основу метода анализа характеристик направленности трехмерных моделей выпуклой антенной решетки в ближней, дальней и промежуточной зонах.

**Ключевые слова:** выпуклая антенная решетка, элементарный источник, диполь Герца, электрическое и магнитное поля, ближняя зона, дальняя зона, промежуточная зона, краевая задача.

### Введение

**Постановка проблемы:** Анализируя основные методы и особенности определения характеристик направленности (ХН) осесимметричных антенных решеток (ОСАР) (к числу которых относятся [1 – 3] и выпуклые антенные решетки) в ближней, дальней и промежуточной зонах, выделяют ряд их отличий от ХН плоских антенных решеток. Эти отличия в основном сводятся к тому, что при определении ХН, ОСАР должна рассматриваться как система сторонних неколлинеарных электрических (магнитных) токов на выпуклой поверхности антенны. Применение такого подхода требует использования основ электродинамики при решении задач определения ХН таких антенных систем [1, 2, 4]. Однако, неодинаковая ориентация парциальных диаграмм направленности излучателей не позволяет применять теорему перемножения диаграмм [5, 6] и косвенные методы определения ХН [1, 5, 7]. При этом пространственное распределение источников на выпуклых поверхностях усложняет решение как прямых, так и обратных задач синтеза антенн. Это связано с более сложными классами фазовых распределений по сравнению с плоскими антенными решетками и необходимостью совместного определения оптимальных амплитудно-фазовых и поляризационных распределений в решетке [7 – 12] с целью получения высокого коэффициента направленного действия антенны. Усложняется решение задач учета влияния дифракционных явлений в антенне. Так строгие решения связаны с построением векторных функций Грина конкретной краевой задачи, найдены лишь для простейших типов выпуклых поверхностей [1, 13, 14]. В известных работах [3, 6, 8] методы определения ХН имеют ряд особенностей, которые не позволяют в полной мере учесть специфику выпуклых дискретных излучающих систем. Наиболее

приемлемым в данном случае является метод анализа ОСАР, основанный на использовании принципа суперпозиции полей элементарных источников (ЭИ). К ЭИ обычно относят [15]: электрический вибратор (диполь Герца); магнитный диполь (элементарная рамка); излучатель Гюйгенса (элемент плоской волны); турникетный излучатель (компланарный крест-вибратор); провод со стоячей или бегущей волной. Однако, в известных работах недостаточно полно представлены математические модели полей элементарных источников в дальней, промежуточной и ближней зонах применительно к выпуклым антенным решеткам.

**Цель статьи:** разработка математической модели, позволяющей проводить численное моделирование поля элементов выпуклой антенной решетки в дальней, промежуточной и ближней зонах.

### Основная часть

На практике в качестве облучателей антенной решетки используются вибраторные и щелевые (дифракционные) антенны малых электрических размеров [1, 16, 17]. В связи с этим в качестве ЭИ выберем элементарный электрический диполь [5, 18, 19]. Ориентацию диполя в пространстве зададим вектором  $\vec{dI}$ . Будем полагать распределение тока по диполю постоянным. Вектор-момента  $\vec{p}$  диполя (рис. 1), характеризующий ориентацию и величину комплексной амплитуды тока диполя определяется соотношением [5, 19]:

$$\vec{p} = \dot{I} \cdot (j\omega_0)^{-1} \cdot \vec{dI} = \dot{q} \cdot \vec{dI}, \quad (1)$$

где  $\dot{I}$  – комплексная амплитуда тока в диполе;  $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$  – круговая частота тока;  $\vec{dI} = |\vec{dI}| \cdot \vec{e}^0$  – вектор, учитывающий линейные размеры и поляризацию диполя;  $\vec{e}^0$  – орт-вектор;  $\dot{q}$  – электрический заряд.

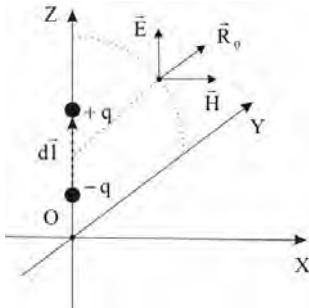


Рис. 1. Диполь Герца в свободном пространстве

Здесь и далее будем полагать, что внутренняя задача для каждого из диполей, входящих в выпуклую антенную решетку, решена и распределение токов в них найдено. Причем зависимость комплексной амплитуды тока от времени будем полагать гармонической.

Используем известные строгие решения для электрического  $\dot{\vec{E}}(\vec{X}|\vec{X}_0, \dot{\vec{p}})$  и магнитного  $\dot{\vec{H}}(\vec{X}|\vec{X}_0, \dot{\vec{p}})$  поля диполя, расположенного в свободном безграничном пространстве и помещенного в точку  $X_0$  основной правой декартовой системы координат [20, 21]:

$$\dot{\vec{E}}(\vec{X}|\vec{X}_0, \dot{\vec{p}}) = \frac{1}{\epsilon_0} \left[ \nabla(\dot{\vec{p}} \cdot \nabla \dot{g}) + k_0^2 \cdot \dot{\vec{p}} \cdot \dot{g} \right]; \quad (2)$$

$$\dot{\vec{H}}(\vec{X}|\vec{X}_0, \dot{\vec{p}}) = j\omega_0 \cdot (\dot{\vec{p}} \times \nabla \dot{g}), \quad (3)$$

где  $\dot{g} = \frac{\exp(j \cdot k_0 \cdot R)}{4\pi \cdot R}$  – функция Грина диполя;

$R = |\vec{X} - \vec{X}_0|$  – расстояние от точки расположения диполя до точки наблюдения (ТН) с радиус вектором  $\vec{X}$ .

Преобразуем (2) и (3) с учетом равенства [22]

$$\text{grad } H(G) = \frac{\partial H}{\partial G} \text{ grad } G:$$

$$\nabla \dot{g} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{1 - jk_0 R}{R^2} \right) \cdot \exp\{jk_0 R\} \cdot \vec{R}_0, \quad (4)$$

где  $\vec{R}_0 = (\vec{X} - \vec{X}_0) \cdot R^{-1}$  – орт направления на ТН.

С учетом (4), преобразуем одно из слагаемых в выражении (2), и как показано в [23] получим:

$$\nabla(\dot{\vec{p}} \cdot \nabla \dot{g}) = \frac{1}{4\pi} \left[ (\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) \cdot \nabla \left( \frac{1 - jk_0 R}{R^2} \cdot \exp\{jk_0 R\} \right) + \frac{1 - jk_0 R}{R^2} \cdot \exp\{jk_0 R\} \cdot \nabla(\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) \right]. \quad (5)$$

Применив оператор набла к выражению в скобках, в первом слагаемом формулы (5) получим:

$$\begin{aligned} & (\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) \cdot \nabla \left( \frac{1 - jk_0 R}{R^2} \cdot \exp\{jk_0 R\} \right) = \\ & = (\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) \vec{R}_0 \cdot \left( \frac{2 - 2jk_0 R}{R^3} - \frac{k_0^2}{R} \right) \cdot \exp\{jk_0 R\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Второе слагаемое в (5) приведем к виду:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1 - jk_0 R}{R^2} \right) \cdot \exp\{jk_0 R\} \cdot \nabla(\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) = \\ & = \frac{jk_0 R - 1}{R^2} \cdot \exp\{jk_0 R\} \cdot \left( \frac{\dot{\vec{p}}}{R} - \frac{(\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) \cdot \vec{R}_0}{R} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Подставив результаты проведенных выкладок в выражения для поля диполя (2), (3) и приведя подобные слагаемые, окончательно получим:

$$\dot{\vec{E}}(\vec{X}|\vec{X}_0, \dot{\vec{p}}) = \frac{1}{\epsilon_0} \left( k_0^2 \cdot \dot{\vec{p}}^T + jk_0 \cdot \frac{\dot{\vec{p}}^T}{R} - \frac{\dot{\vec{p}}^T}{R^2} \right) \times \frac{\exp\{jk_0 R\}}{4\pi R}; \quad (8)$$

$$\dot{\vec{H}}(\vec{X}|\vec{X}_0, \dot{\vec{p}}) = \dot{\vec{p}}^\perp \cdot \left( -\omega_0^2 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - j\omega_0 \frac{1}{R} \right) \times \frac{\exp\{jk_0 R\}}{4\pi R}, \quad (9)$$

где  $\dot{\vec{p}}^T = \dot{\vec{p}} - (\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) \cdot \vec{R}_0$  и  $\dot{\vec{p}}^\perp = \dot{\vec{p}} - 3 \cdot (\dot{\vec{p}} \cdot \vec{R}_0) \cdot \vec{R}_0$  – тангенциальные составляющие вектора  $\dot{\vec{p}}$  касательные к орту  $\vec{R}_0$ ;  $\dot{\vec{p}}^\perp = \dot{\vec{p}} \times \vec{R}_0$  составляющая вектора  $\dot{\vec{p}}$ , перпендикулярная к орту  $\vec{R}_0$ .

Заменим вектор-функции (8) и (9) асимптотическими выражениями, справедливыми в дальней зоне диполя [23] при  $R_0 \gg |d\vec{l}|$  и введем условную нумерацию дипольного источника двузначным индексом – nm:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}_{nm}(\vec{X}|\vec{X}_{nm}, \dot{\vec{p}}_{nm}) & \approx k_0^2 \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \dot{\vec{p}}_{nm}^T \times \\ & \times \exp(j \cdot k_0 \cdot \vec{R}_{nm}^0 \cdot \vec{X}) \cdot \dot{g}_{nm}(k_0 \cdot R_{nm}); \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{H}}_{nm}(\vec{X}|\vec{X}_{nm}, \dot{\vec{p}}_{nm}) & \approx -k_0^2 \cdot \omega_0 \cdot \dot{\vec{p}}_{nm}^\perp \times \\ & \times \exp(j \cdot k_0 \cdot \vec{R}_{nm}^0 \cdot \vec{X}) \cdot \dot{g}_{nm}(k_0 \cdot R_{nm}), \end{aligned}$$

где  $\vec{X}$ ,  $\vec{X}_{nm}$  – радиус векторы ТН (X) и расположения излучателя ( $X_{nm}$ ) в основной системе координат, соответственно;  $k_0 = \omega_0 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = (2\pi f_0) c^{-1}$  – волновое число;  $\dot{\vec{p}}_{nm}^T = \dot{\vec{p}}_{nm} - \vec{R}_{nm}^0 \cdot (\vec{R}_{nm}^0 \cdot \dot{\vec{p}}_{nm})$ ,  $\dot{\vec{p}}_{nm}^\perp = \vec{R}_{nm}^0 \times \dot{\vec{p}}_{nm}$  – тангенциальная и перпендикулярная проекции вектора  $\dot{\vec{p}}_{nm}$  на орт направления на ТН  $\vec{R}_{nm}^0 = (\vec{X} - \vec{X}_{nm}) R_{nm}^{-1}$ ,  $R_{nm} = |\vec{X} - \vec{X}_{nm}|$  – расстояние от nm-го диполя до точки наблюдения;  $\dot{g}_{nm}(k_0, R_{nm}) = \frac{\exp(j \cdot k_0 \cdot R_{nm})}{4\pi \cdot k_0 \cdot R_{nm}}$  – функция, которая описывает сферическую волну, порождаемую вибратором в его дальней зоне.

Несколько видоизменим (10), для чего введем вещественный вектор  $\vec{s}_{nm}$ , который не зависит от частоты и комплексной амплитуды тока и характеризует лишь поляризацию и линейные размеры диполя:

$$\vec{s}_{nm} = \frac{\dot{\vec{p}}_{nm}}{\dot{q}_{nm}} = j\omega_0 \cdot \frac{\dot{\vec{p}}_{nm}}{\dot{I}_{nm}}. \quad (11)$$

Тогда (10) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}_{nm}(\vec{X}|\vec{X}_{nm}, \dot{I}_{nm}) & = \frac{\dot{I}_{nm} \cdot k_0}{j \cdot 4\pi \cdot R_{nm}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \vec{s}_{nm}^T \times \\ & \times \exp\left\{j \cdot k_0 \cdot \left( \vec{R}_{nm}^0 \cdot \vec{X} + R_{nm} \right)\right\}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{H}}_{nm}(\vec{X}|\vec{X}_{nm}, \dot{I}_{nm}) & = -\frac{\dot{I}_{nm} \cdot k_0}{j \cdot 4\pi \cdot R_{nm}} \cdot \vec{s}_{nm}^\perp \times \\ & \times \exp\left\{j \cdot k_0 \cdot \left( \vec{R}_{nm}^0 \cdot \vec{X} + R_{nm} \right)\right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\bar{s}_{nm}^T = \dot{q}^{-1} \cdot \left( \dot{p}_{nm} - \bar{R}_{nm}^0 \cdot \left( \bar{R}_{nm}^0 \cdot \dot{p}_{nm} \right) \right)$  и  $\bar{s}_{nm}^\perp = \dot{q}^{-1} \cdot \left( \bar{R}_{nm}^0 \times \dot{p}_{nm} \right)$  – тангенциальная и перпендикулярная составляющие вектора  $\bar{s}_{nm}$ .

### Выводы

Приведенные выражения позволяют составить на их основе алгоритмы численного моделирования поля элементарного источника в дальней, промежуточной и ближней зонах.

### Список литературы

1. Воскресенский Д.И. Выпуклые сканирующие антенны (основы теории и методы расчета) / Д.И. Воскресенский, Л.И. Пономарев, В.С. Филиппов. – М.: Советское радио, 1978. – 304 с.
2. Антенны и устройства СВЧ (Проектирование фазированных антенных решеток): учебное пособие для вузов / [Воскресенский Д.И., Кременецкий С.Д. и др.]; под ред. Д.И. Воскресенского. – М.: Радио и связь, 1981. – 432 с.
3. Josefsson L. Conformal array theory and design / L. Josefsson, P. Persson. – New Jersey: IEEE press. Wiley-Interscience publication, 2006. – 488 p.
4. Крылов Г.Н. Цилиндрические, кольцевые и вертикальные антенны / Г.Н. Крылов. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 204 с.
5. Фельд Я.Н. Антенны сантиметровых и дециметровых волн. В 2-х частях / Я.Н. Фельд, Л.С. Бененсон. – М.: ВВИА, 1955. – Ч. 1. – 207 с.
6. Щелкунов С., Фриш Г. Антенны. Теория и практика / С. Щелкунов, Г. Фриш. – М.: Госэнергоиздат, 1955. – 604 с.
7. Пономарев Л.И. О максимальном КНД сферических и конических антенн / Л.И. Пономарев // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1968. – Т. 10, № 5. – С. 426-440.
8. Сазонов Д.М. Синтез многоручевых кольцевых антенных решеток с полной круговой симметрией / Д.М. Сазонов, Ю.С. Ушаков // Радиотехника и электроника. – 1979. – Т. 15, № 5. – С. 127-132.
9. Пономарев Л.И. Синтез дуговых и сферических антенных решеток. / Л.И. Пономарев, И.С. Юспрайх // Антенны. – 1972. – Вып. 16. – С. 53-66.
10. Taylor T.T. A Synthesis method for circular and cylindrical antennas composed of discrete elements / T.T. Taylor // IRE Trans. on Ant. and Prop. – 1955. – v. AP-3. – P. 251-259.

11. Ziehm. Optimum directional pattern synthesis of circular arrays / Ziehm // The Radio and Electr. Eng. – 1964. – v. 28, № 5. – P. 391.

12. Harris J.H. A method of synthesis of optimum directional patterns from nonplanar apertures / J.H. Harris, H.E. Shanks // IRE Trans. on Ant. and Prop. – 1962. – v. AP-10, № 3. – P. 228.

13. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции / П.Я. Уфимцев. – М.: Сов. радио, 1962. – 456 с.

14. Бабич В.М. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн; метод эталонных задач / В.М. Бабич, В.А. Булдырев. – М.: Наука, 1972. – 456 с.

15. Справочник по антенной технике / [Бахрах Л.Д., Бенинсон Л.С., Зелкин Е.Г., Фельд Я.Н. и др.]; под ред. Я.Н. Фельда, Е.Г. Зелкина. – М.: ИПРЖР, 1997. – Т. 1. – 56 с.

16. Автоматизированное проектирование антенн и устройств СВЧ / [Воскресенский Д.И., Кременецкий С.Д., Гринев А.Ю. и др.]; под ред. Д.И. Воскресенского. – М.: Радио и связь, 1988. – 240 с.

17. Устройства СВЧ. Проектирование фазированных антенных решеток / [Воскресенский Д.И., Степаненко В.И., Филиппов В.С. и др.]; под ред. Д.И. Воскресенского. – М.: Радиотехника, 2003. – 474 с.

18. Стреттон Дж.А. Теория электромагнетизма / Дж.А. Стреттон; пер. с англ. под ред. С.М. Рытова. – М.-Л.: ОГИЗ, 1948. – 538 с.

19. Замятин В.И. Электродинамика и схематехника СВЧ. Часть 1. Электродинамика и распространение радиоволн / В.И. Замятин, С.И. Трубаев. – Х.: ВИРТА, 1992. – 434 с.

20. Джэксон Дж. Классическая электродинамика / Дж. Джэксон. – М.: Мир, 1965. – 705 с.

21. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский, Т.И. Никольская. – М.: Наука, 1989. – 544 с.

22. Пчелин Б.К. Векторный анализ для инженеров-электриков и радистов / Б.К. Пчелин. – М.: Энергия, 1968. – 256 с.

23. Фундаментальные и прикладные задачи теории рассеяния электромагнитных волн / [Сиренко Ю.К., Сухаревский И.В., Сухаревский О.И., Яшина Н.П.]; под ред. Ю.К. Сиренко. – Х.: Крок, 2000. – 344 с.

Поступила в редколлегию 4.12.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### ДО ПИТАННЯ ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ОПУКЛОЇ АНТЕНОЇ РЕШІТКИ

В.Д. Карлов, І.Г. Леонов, М.М. Петрушенко, О.В. Лукашук

У статті розроблена математична модель електричної й магнітної складової поля випромінювання елементів опуклої антенної решітки. Отримані вирази дозволяють побудувати алгоритми чисельного моделювання поля випромінювання опуклої антенної решітки в дальній, проміжній і ближній зонах. Наведені в статті математичні вирази можуть бути покладені в основу методу аналізу характеристик спрямованості тривимірних моделей опуклої антенної решітки в ближній, дальній і проміжній зонах.

**Ключові слова:** опуклі антенні ґрати, елементарне джерело, диполь Герца, електричне і магнітне поля, ближня зона, дальня зона, проміжна зона, краєва задача.

### TO A QUESTION ON MODELING OF CHARACTERISTICS OF RADIATION OF ELEMENTS OF A CONVEX ANTENNA LATTICE

V.D. Karlov, I.G. Leonov, N.N. Petrusenko, E.V. Lukashuk

In article the mathematical model of electric and magnetic components of a field of radiation of elements of a convex antenna lattice is developed. The received expressions allow to construct algorithms of numerical modeling of a field of radiation of a convex antenna lattice in distant, intermediate and near zones. The mathematical expressions resulted in article can be taken as a principle a method of the analysis of characteristics of an orientation of three-dimensional models of a convex antenna lattice in near, distant and intermediate zones.

**Keywords:** protuberant aerial grate, elementary source, dipole of Hertz, electric and magnetic fields, near area, distant area, intermediate area, regional task.