УДК 621.394.5

М.Ф. Логвиненко

Харківський національний університет внутрішніх справ, Харків

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ СТАНІВ БІНАРНИХ ДИСКРЕТНИХ КАНАЛІВ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

В роботі наведена методика обробки статистики про якість дискретного каналу зв'язку. Запропоновано алгоритм формування станів каналу з незалежними помилками. Такі стани формують дискретний випадковий процес. Запропоновано спосіб згладжування цього випадкового процесу.

Ключові слова: *дискретний канал, вектор бінарних завад, незалежні випадкові величини, умовна ймовірність, критерій погодження* χ^2.

Вступ

При побудові математичних моделей джерел завад [1] у дискретних каналах, заснованих на обробці статистичних даних про їхню якість, першим етапом є визначення таких станів каналу, які характеризуються незалежними бінарними завадами, що виникають з деякими постійними умовними ймовірностями виникнення завади на один біт даних. Такі стани каналу утворюють ті чи інші випадкові послідовності, тобто випадкові процеси з дискретним часом та дискретними просторами значень. Багатолітні дослідження дискретних каналів проказують, що реальні канали мають змінні параметри: нестаціонарність, групування завад у пакети, які в свою чергу можуть утворювати випадкові процеси. Тому представляються доцільними дослідження саме найпростіших його станів, що описуються біноміальним законом виникнення бінарних завад, бо дані стани і є елементами випадкових процесів, які формалізують дії завад у дискретних каналах.

Предметом даного дослідження є деяка статистика про якість дискретного каналу (генеральна сукупність), так званий вектор бінарних завад – це бінарна послідовність з нулями на позиціях без завад та одиницями на місцях спотворених бітів. **Об'єкт дослідження** – стани цієї послідовності з незалежними завадами та послідовності таких станів.

Аналіз літератури. В [1] приведено огляд та узагальнення досвіду створення математичних моделей джерел завад, що використовують стани каналу з незалежними завадами. В [2] запропонована загальна методика та перелік задач статистичних випробувань каналів, в [3] приведена одна з методик планування експерименту з вимірювань якості дискретного каналу, а в [4] запропоновано методику моделювання вектору завад. В [5] наведено перелік параметрів дискретних каналів, що отримують при обробці таких статистик.

Метою роботи є розробка методики визначення станів бінарного дискретного каналу з незалежними завадами та формування випадкового процесу, що характеризує послідовність таких станів каналу.

При досягненні цієї мети виникають наступні задачі:

1) оцінка достатності розміру вибірки для оцінки умовної імовірності виникнення бінарних завад;

2) надійна перевірка гіпотези про незалежність завад у визначеному стані каналу;

3) формування послідовностей станів дискретного каналу;

4) визначення необхідної кількості станів каналу для адекватного опису дії джерел завад.

Основний матеріал

1. Визначення розміру вибірки для оцінки імовірності завад та перевірка гіпотези про незалежність завад. Для оцінки нижньої границі довжини стану в бітах скористаємося результатами [6] вирішення такої задачі: задана довірча ймовірність β для деякої події, що має ймовірність ε_0. Яке число незалежних випробувань повинно бути проведено, щоб верхня границя довірчого інтервалу (нижня дорівнює нулю) для оцінки ε_0 дорівнювала ε_2. Це значення згідно [6] визначається за простою формулою:

$$N = \frac{\lg(1-\beta)}{\lg(1-\varepsilon_2)}. \quad (1)$$

Якщо задавати значення для довірчої ймовірності та якість дискретного каналу у вигляді частоти завад на біт, отримуємо значення для розміру вибірки. Їх приклади наведено у табл. 1. Дані цієї таблиці для нашого випадку можна інтерпретувати наступним чином – це оцінка для довжини інтервалів без завад (довжини нульових інтервалів) при відповідних ймовірностях завади на біт.

Таблиця 1

Оцінка для нижньої границі об'єму вибірки стану каналу при відповідних частотах завад на біт

β	ε_2			
	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
0,9	22	227	2304	22988
0,95	28	295	2995	29885
0,99	44	455	4608	45997

Для вибору довжини вибірки задамо деяке число n_W бінарних завад і виберемо вибірку так, щоб у ній було рівно n_W одиниць. Тоді оцінкою для імовірності завади буде величина:

$$\varepsilon_0 = \frac{n_w}{L}, \quad (2)$$

де L – довжина такої вибірки.

Для перевірки гіпотези про незалежність завад скористаємося статистикою, однією з варіантів критерію χ^2 у вигляді [7]:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{n_W} \frac{(\nu_k - \nu_k\varepsilon_0)^2}{\nu_k\varepsilon_0(1-\varepsilon_0)}, \quad (3)$$

де: ν_k – довжина k-ої послідовності у виборці, що складається з нулів та закінчується одиницею. Для перевірки гіпотези про незалежність слід задати значення квантилі α, тоді критична область критерію визначається нерівністю: $\chi^2 > \chi^2_\alpha$. У [7] також відзначається, що число підкласів вибірки повинно бути не менше десяти, тобто нижня границя значення n_W повинна дорівнювати десяти. Це число визначає також число степенів свободи m для даного критерія: $m = n_W - 1$.

Підсиленням перевірки гіпотези незалежності може служити перевірка середньої довжини беззавадового інтервалу у вибірці, тобто середньої довжини нульових послідовностей або нульових послідовностей з одиницею на кінці.

Для визначення їх теоретичного значення побудуємо зсічений геометричний закон таким чином:

$$P\{\lambda = k\} = \frac{1}{1-(1-\varepsilon_0)^{n_W+1}}(1-\varepsilon_0)^k \varepsilon_0, \quad (4)$$

$$k = 0, \ldots, n_W.$$

Через λ ми позначили випадкову величину послідовності нулів з одиницею на її кінці. Визначимо математичне сподівання цієї випадкової величини:

$$M[\lambda] = \frac{\varepsilon_0}{1-(1-\varepsilon_0)^{n_W+1}} \sum_{k=1}^{n_W} k(1-\varepsilon_0)^k. \quad (5)$$

Після відповідних перетворень з використанням [8] отримуємо такий вираз:

$$M[\lambda] = \frac{1-\varepsilon_0-(n_W\varepsilon_0+1)(1-\varepsilon_0)^{n_W+1}}{(1-(1-\varepsilon_0)^{n_W+1})\varepsilon_0}. \quad (6)$$

Середнє арифметичне довжин цих інтервалів по виборці повинно (зрозуміло, що з деякою точністю Δ) співпадати з математичним сподіванням, що визначається за формулою (5). Виходячи з вище сказаного, можна навести таку загальну схему обробки вектору бінарних завад. По заданому значенню n_W із вектора послідовно вибирається вибірка довжини L, що вміщує рівно n_W одиниць. Перевіряються умови незалежності завад. При їх виконанні збільшується n_W до тих пір, поки умови незалежності виконуються. При невиконанні цих умов проводиться зменшення n_W, довжини стану (крок назад у алгоритмі), нумерується даний стан, фіксуються його параметри. Після цього знову переходять по такій же схемі до виділення другого стану. При отриманні чергового стану каналу його довжину доцільно порівняти з нижньою її границею, визначеною за формулою (1): реальна границя повинна перевищувати нижню границю: $n_W >> N$. Якщо дана умова не виконується, то це свідчить про виражене групування завад. Слід зазначити: якщо при обробці всього вектору завад буде виділено тільки один стан каналу, то це означає, що канал адекватно може бути описано моделлю ДСК (двійковий симетричний канал без пам'яті). Кожен стан S_i характеризується наступними параметрами: довжиною в бітах L_i, кількістю завад $n_W^{(i)}$ та ймовірністю незалежних бінарних завад на біт $\varepsilon_i = \dfrac{n_W^{(i)}}{L_i}$.

2. Усереднення частоти завад та згладжування станів каналу. Для різних ліній електрозв'язку кількість станів каналу, виділених за вище наведеною методикою, може бути різною, різними можуть бути також довжини одних і тих же станів. Тому при багатьох станах каналу доцільно провести усереднення умовних ймовірностей виникнення завад та кількості станів каналу. Усереднення ймовірностей бінарних завад проведемо з урахуванням (6). Для цього приймемо:

$$\varepsilon_i = \frac{1}{M[\lambda_i]}. \qquad (7)$$

Кожному стану S_i поставимо у відповідність таку усереднену ймовірність. Згладжування станів проведемо наступним чином: усім станам, умовна усереднена імовірність яких несуттєво відрізняється від ε_i присвоїмо номер i. В якості міри близькості ймовірностей бінарних завад візьмемо середньоквадратичне відхилення для геометричного закону розподілення довжини стану з незалежними завадами. Дане відхилення є верхньою границею для відхилення для зсіченого геометричного закону, що має громіздкий вигляд. Так, наприклад, другий початковий момент довжини інтервалу має вираз:

$$M[\lambda^2] = \frac{(1-\varepsilon_0)(2-\varepsilon_0)}{\varepsilon_0^2\left(1-(1-\varepsilon_0)^{n_W+1}\right)} - \frac{(1-\varepsilon_0)^{n_W+1}}{\varepsilon_0^2\left(1-(1-\varepsilon_0)^{n_W+1}\right)} \times$$
$$\times\left((n_W+1)^2 - (2n_W^2 + 2n_W - 1)(1-\varepsilon_0) + n_W^2(1-\varepsilon_0)^2\right). \qquad (8)$$

Однак, при малих значеннях ε_0 середньо – квадратичне відхилення для зсіченого геометричного закону несуттєво відрізняється від цієї характеристики для геометричного закону.

Таким чином, деякому j-му стану каналу присвоюємо номер i, якщо виконується умова:

$$\left|M[\lambda_i] - M[\lambda_j]\right| = \left|\frac{1}{\varepsilon_i} - \frac{1}{\varepsilon_j}\right| \le 2\frac{\sqrt{1-\varepsilon_i}}{\varepsilon_i}. \qquad (9)$$

Після такої «перенумерації» станів каналу ми отримуємо деяку уже згладжену послідовність станів каналу σ_i. Зрозуміло, що загальна кількість таким чином згладжених станів буде меншою від числа станів послідовності, отриманої по вище наведеному алгоритму. Таким чином, отримана послідовність – це випадкова послідовність цілих чисел (номерів станів каналу), при цьому у ній зустрічаються числа від 1 до деякого натурального числа M (максимальний номер стану). Перша проблема, яку слід вирішити при її обробці, це відповісти на питання: чи можна елементи даної послідовності вважати незалежними? Для цього перш за все необхідно визначити частоти появи того чи іншого стану у послідовності, що будуть оцінками для ймовірностей відповідних станів:

$$P_i = \frac{N\sigma_i}{N}, \qquad (10)$$

де N – загальна довжина послідовності станів; $N\sigma_i$ – число появ стану σ_i у послідовності.

Зрозуміло, що виконується умова:

$$\sum_{i=1}^{M} P_i = 1. \qquad (11)$$

При незначній кількості усіх станів M гіпотезу про їхню незалежність можна перевірити по визначенню поняття незалежності [9]. Для цього необхідно побудувати двох-, трьох-, чотирьох-, ..., M-мірні емпіричні розподілення та перевірити, чи вони дорівнюють добутку одномірних, обчислених за формулою (10). Так, наприклад, двомірні розподілення будуються наступним чином:

$$P_{ij} = \frac{N\sigma_i\sigma_j}{N-1}, i = 1,...,M; j = 1,...,M, \qquad (12)$$

де $N_{\sigma_i\sigma_j}$ – число пар станів виду «$\sigma_i\sigma_j$», що зустрічаються у загальній послідовності станів. Якщо поява станів незалежна, то повинно виконуватись M^2 нерівностей вигляду:

$$P_iP_j - \Delta_2 \le P_{ij} \le P_iP_j + \Delta_2 , \qquad (13)$$

де Δ_2 – задана точність.

Виконання цих рівнянь покаже попарну незалежність появи станів. Для перевірки незалежності всіх багатомірних емпіричних розподілень необхідна перевірка M^3 нерівностей виду:

$$P_iP_jP_k - \Delta_3 \le P_{ijk} \le P_iP_jP_k + \Delta_3 , \qquad (14)$$

перевірка M^4 нерівностей з чотирма індексами і т.д, M^M нерівностей для M-мірних розподілень. Умовою незалежності є виконання всіх $M^2 + M^3 + ... + M^M$ нерівностей цього типу. При кількості станів навіть в межах десяти така перевірка представляється достатньо складною. Замість такої перевірки скористаємося тим же критерієм χ^2, що був використаний вище (формула (3)). А саме задамося деякою кількістю n_σ станів одного типу та сформуємо класи послідовності по вище означеній схемі для одного конкретного стану з урахуванням частот, обчислених за формулою (9). Якщо сформувати критерій χ^2, задатись квантилем α і перевірити даний критерій, то випадок $P\{\chi^2 > \chi^2_\alpha\} < \Delta^*$, буде відповідати однорідності стану по всій послідовності. Якщо таку перевірку провести для всіх станів (тобто M разів обробити послідовність і перевірити відповідний критерій), то виконання всіх M умов по перевірці критерію з відповідним числом степенів свободи буде служити основою для побудови багатомірних моделей джерела завад [10].

Висновки

Запропонована методика побудови випадкових послідовностей станів дискретного каналу може використовуватись для побудови різноманітних математичних моделей джерел завад. Методика визначення станів каналу з незалежними завадами може бути використана також для тестування бінарних послідовностей на незалежність появи в них одиниць чи нулів.

Список літератури

1. *Блох Э.Л. Модели источника ошибок в каналах передачи цифровой информации / Э.Л. Блох, О.В. Попов, В.Я. Турин. – М.: Связь, 1971. – 312 с.*
2. *Пуртов Л.П. Элементы теории передачи дискретной информации / Л.П. Пуртов, А.С. Замрий, А.И. Захаров, В.М. Охорзин. – М.: Связь, 1972. – 232 с.*
3. *Логвиненко Н.Ф. Планирование эксперимента по измерениям качества дискретных каналов и обработке их результатов / Н.Ф. Логвиненко // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вип. 2 (69). – С. 77-79.*
4. *Логвиненко М.Ф. Моделювання дії джерел завад в дискретних бінарних каналах зв'язку / М.Ф. Логвиненко, Г.Ю. Під'ячий, В.А. Світличний // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вип. 7 (74). – С. 74-77.*
5. *Бакланов Н.Б. Тестирование и диагностика систем связи / Н.Б. Бакланов. – М.: Эко-Трендз, 2001. – 264 с.*
6. *Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник для вузов. / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 1999. – 576 с.*
7. *Королюк В.С. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М.: Наука. Главн. ред. физ.-мат. литературы, 1985. – 640 с.*
8. *Прудников А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Бычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 800 с.*
9. *Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1974. – 120 с.*
10. *Логвиненко Н.Ф. Многомерные модели источника ошибок в стационарном дискретном бинарном канале / Н.Ф. Логвиненко // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Техніка і електрофізика високих напруг. – Х.: НТУ „ХПІ", 2008. – № 44. – 180 с. – С. 99-105.*

Надійшла до редколегії 9.12.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Л. Єрохін, Харківський національний університет внутрішніх справ, Харків.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТОЯНИЙ БИНАРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ КАНАЛОВ ЭЛЕКТРОСВЯЗИ

Н.Ф. Логвиненко

В роботе приведена методика обработки статистики о качестве дискретного канала связи. Предложен алгоритм формирования состояний канала с независимыми ошибками. Такие состояния образуют дискретный случайный процесс. Предложен способ сглаживания этого случайного процесса.

Ключевые слова: *дискретный канал, вектор бинарных помех, независимые случайные величины, условная вероятность, критерий согласия* χ^2.

METHODS OF DETERMINING STATUSES OF BINARY DISCRETE COMMUNICATION CHANNELS

N.F. Logvinenko

The paper describes the methods of processing binary discrete channel quality statistics. The formation algorithm of channel statuses with independent errors is presented. Such statuses form discrete random process. The technique to smooth this random process is given.

Keywords: *discrete channel, binary errors vector, independent random variables, conditional probability,* χ^2 *fitting criterion.*