

УДК 531.553:531.555

О.М. Шийко, П.В. Полениця, І.В. Коплик, О.П. Остапова, О.М. Авдєєва

Науковий центр бойового застосування РВіА Сумського державного університету, Суми

## МОДЕЛЬ РУХУ АРТИЛЕРІЙСЬКОГО СНАРЯДА, СТАБІЛІЗОВАНОГО ОБЕРТАННЯМ

Запропоновано модель руху артилерійського снаряда, який стабілізовано обертанням. Модель дозволяє крім основних параметрів траєкторії розраховувати дериваційне відхилення снаряда. Враховано вплив зміни метеорологічних умов з висотою траєкторії на рух снаряда.

**Ключові слова:** сила лобового опору, прискорення Кориоліса, дериваційне відхилення.

### Постановка задачі та головні припущення

Рух снаряда в повітрі, як твердого тіла, в загальному випадку описується шістьма диференціальними рівняннями другого порядку: трьома рівняннями руху центра мас і трьома рівняннями руху снаряда відносно центра мас. При використанні диференціальних рівнянь руху першого порядку їх кількість зростає вдвічі, тобто шість рівнянь описують рух центра мас і шість рівнянь – рух снаряда відносно центра мас.

У загальному вигляді розв'язання такої задачі досить складне, бо необхідно знати велику кількість аеродинамічних коефіцієнтів снаряда, визначення яких є трудомістким і потребує суттєвих матеріальних витрат. Разом з тим, при малих кутах нутації, що має місце в більшості випадків руху артилерійських снарядів, рух центра мас снаряда не суттєво залежить від його руху відносно центра мас. У цьому випадку снаряд можна розглядати як матеріальну точку, на яку діють сила тяжіння і сила опору повітря. Рух снаряда можна описати шістьма рівняннями першого порядку.

Сформулюємо припущення за яких будемо описувати рух снаряда, що стабілізується під час польоту обертанням:

1). Снаряд розглядається як матеріальна точка, що рухається під дією двох сил: сили тяжіння і сили опору повітря.

2). Сила тяжіння змінює свою величину і напрямок під час віддалення снаряда від точки вильоту, виходячи з уявлень про сферичність Землі.

3). Поверхня Землі приймається за сферу радіусом  $R_3 = 6,371 \cdot 10^6$  м.

4). Враховується обертання Землі шляхом введення сили Кориоліса.

5). Приймаються нормальні метеорологічні умови (нормальні значення на земній поверхні та нормальні залежності розподілу метеорологічних елементів за висотою).

6). Враховується повздовжня  $W_x$  і бокова  $W_z$  складові швидкості вітру.

7). Сила опору повітря за наявності кута нутації  $\delta$  включає наступні складові: силу лобового опору  $R_T$ , що направлена по дотичній до траєкторії руху центра мас снаряда; нормальну силу  $R_N$ , що прикладена в центрі мас і розташована у площині опору; перекидаючий момент  $M$ , що діє у площині опору. Іншими складовими аеродинамічних сил будемо нехтувати.

8). Під час руху снаряда, що обертається, на криволінійній ділянці траєкторії середнє положення осі снаряда, тобто осі динамічної рівноваги, відхилено вправо від дотичної (якщо нарізка ствола права) на кут  $\delta_p$ . Снаряд летить уперед і трохи боком, тому виникає бокова складова сили опору повітря, під впливом якої відбувається так зване дериваційне зміщення снаряда праворуч від площини кидання.

Сила лобового опору, нормальна сила та перекидаючий момент визначаються наступними залежностями [1]:

$$\begin{aligned} R_T &= \frac{i \cdot d^2}{g} \cdot 10^3 \cdot \pi(Y) \cdot F(V_\tau); \\ R_N &= \frac{d \cdot l}{g} \cdot 10^3 \cdot H(Y) \cdot V^2 \cdot k_N \left( \frac{V}{a} \right) \cdot \delta; \\ M &= \frac{d^2 \cdot h}{g} \cdot 10^3 \cdot H(Y) \cdot V^2 \cdot k_M \left( \frac{V}{a} \right) \cdot \delta, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння;  $a$  – швидкість звука;  $d$  – калібр снаряда;  $l$  – довжина снаряда;  $i$  – коефіцієнт форми снаряда;  $h$  – плече перекидаючого моменту (відстань від центра опору до центра мас снаряда);  $V$  – швидкість;  $V_\tau$  – приведена швидкість снаряда;  $H(Y)$  – функція щільності повітря, що виражає нормальну залежність розподілу щільності повітря з висотою  $Y$ ;  $\pi(Y)$  – функція тиску, аналогічна функції щільності;  $F(V_\tau)$ ,  $k_N \left( \frac{V}{a} \right)$ ,  $k_M \left( \frac{V}{a} \right)$  – табличні функції опору повітря.

При цьому:

$$\pi(Y) = H(Y) \frac{\tau}{\tau_{ON}}; V_\tau = V \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}};$$

$$\tau_{ON} = 288,9 \text{ K}; F(V_\tau) = F(V) \frac{\tau_{ON}}{\tau};$$

$$F(V) = 4,74 \cdot 10^{-4} \cdot V^2 \cdot C_{X\text{ет}} \left( \frac{V}{a} \right),$$

де  $C_{X\text{ет}} \left( \frac{V}{a} \right)$  – табличний коефіцієнт лобового опору еталонного снаряда.

За нормальний розподіл температури  $\tau$  з висою прийняті залежності [2]:

– для висот від 0 до 9300 м:

$$\tau(Y) = \tau_{ON} - 0,006328 \cdot Y + \Delta\tau;$$

– для висот від 9300 м до 12000 м:

$$\tau(Y) = 230,0 + 0,006328(Y - 9300) + 1,172 \cdot 10^{-6} (Y - 9300)^2 + \Delta\tau;$$

– для висот від 12000 м і вище:

$$\tau(Y) = 221,5 + \Delta\tau;$$

де  $\Delta\tau$  – відхилення температури від  $t=15^\circ \text{ C}$  на рівні моря.

Прискорення лобового опору дорівнює:

$$E = \frac{R_\Gamma}{m} = C \cdot \pi(Y) \cdot F(V_{\Gamma\tau}), \quad (2)$$

де

$$V_{\Gamma\tau} = V_\tau \cdot \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau(Y)}};$$

$$C = \frac{i \cdot d^2}{q} \cdot 10^3 \text{ – балістичний коефіцієнт снаряда;}$$

$m, q$  – маса та вага снаряда.

### Основна частина

Виходячи із зроблених припущень, складемо диференційні рівняння руху центра мас неопереного снаряда.

Для цього введемо наступні системи координатних осей (рис. 1):

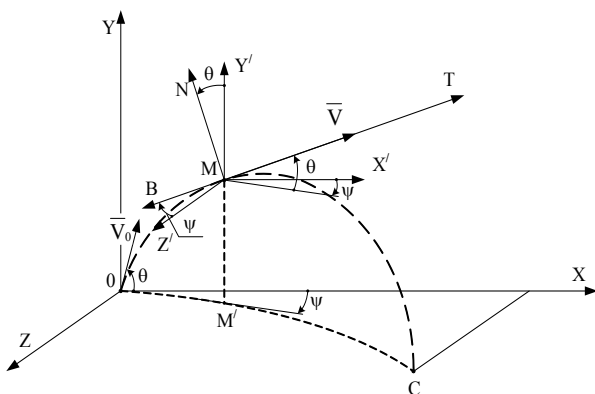


Рис. 1. Стартова (OXYZ), рухома (MX'Y'Z') і швидкісна системи координат (MTNB)

– стартову систему координат OXYZ, що суміщена з точкою вильоту;

– паралельну до неї систему координат MX'Y'Z', що рухається поступово разом з центром мас;

– швидкісну систему координат MTNB з початком у центрі мас снаряда.

Вісь T швидкісної системи спрямована вздовж дотичної до траєкторії руху центра мас.

Вісь N перпендикулярна до дотичної та лежить у вертикальній площині, а також містить дотичну (нормаль у вертикальній площині).

Третя вісь B перпендикулярна вертикальній площині, в якій розташовані вісі T і N.

Площина OXY – площина кидання.

Положення центра мас снаряда будемо визначати координатами X, Y, Z стартової системи координат. Орієнтацію вектора швидкості центра мас відносно до стартової системи координат визначимо двома кутами:  $\theta$  – кут між  $\bar{V}$  та проекцією  $\bar{V}$  на горизонтальну площину MX'Z';  $\psi$  – кут між віссю MX' та проекцією  $\bar{V}$  на горизонтальну площину MX'Z' (напрямки позитивного відліку кутів вказані на рис. 1).

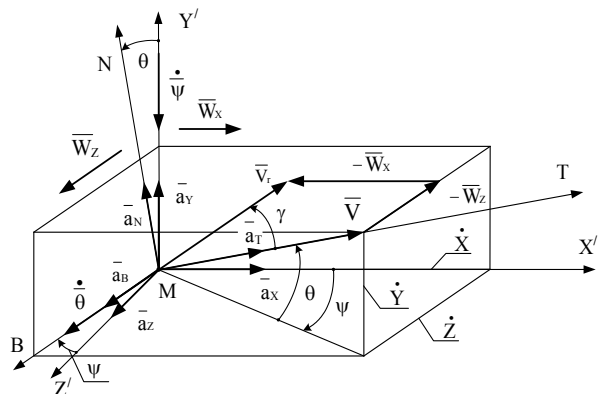


Рис. 2. Складові швидкостей та прискорень

Починаючи запис рівнянь руху, звернемося до рис. 2, з якого видно, що:

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= V \cdot \sin \theta; \\ \dot{X} &= V \cdot \cos \theta \cdot \cos \psi; \\ \dot{Z} &= V \cdot \cos \theta \cdot \sin \psi. \end{aligned} \quad (3)$$

Грунтуючись на теоремі про похідну вектора, отримаємо:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d\bar{V}'}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{V}, \quad (4)$$

де  $\frac{d\bar{V}}{dt}$  – похідна в стартовій системі координат;

$\frac{d\bar{V}'}{dt}$  – похідна в швидкісній системі координат;

$\bar{\Omega}$  – вектор кутової швидкості обертання швидкісної системи координат відносно стартової.

З рис. 2 видно, що:

$$\bar{\Omega} = \dot{\bar{\theta}} + \dot{\bar{\psi}}.$$

З точки зору спостерігача, який зв'язаний із швидкісною системою координат,  $\frac{d\bar{V}'}{dt} = \bar{a}_T$ .

У свою чергу  $\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{a}_M$  – повне абсолютне прискорення точки, розраховане за відношенням до стартової системи координат.

Отже, можна записати:

$$\bar{a}_M = \bar{a}_T + \bar{\Omega} \times \bar{V}, \quad (5)$$

або використавши (4):

$$\bar{a}_M = \bar{a}_T + \dot{\bar{\theta}} \times \bar{V} + \dot{\bar{\psi}} \times \bar{V}.$$

Зауваживши, що  $\dot{\bar{\theta}} \times \bar{V} = \bar{a}_N$  та  $\dot{\bar{\psi}} \times \bar{V} = \bar{a}_B$ , отримаємо:

$$\bar{a}_M = \bar{a}_T + \bar{a}_N + \bar{a}_B,$$

де  $\bar{a}_T$ ,  $\bar{a}_N$ ,  $\bar{a}_B$  – сумарні прискорення центра мас відповідно вздовж дотичної T, нормалі N та бокової нормалі B:

$$a_T = \dot{V}; \quad a_N = \dot{\theta} \cdot V; \quad a_B = V \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \theta.$$

Після елементарних перетворень маємо:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= a_T; \\ \dot{\theta} &= \frac{a_N}{V}; \\ \dot{\psi} &= \frac{a_B}{V \cdot \cos \theta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Використовуючи рис. 2 та приймаючи до уваги, що кут  $\psi$  малий, отримуємо:

$$\begin{aligned} a_T &= a_X \cdot \cos \theta + a_Y \cdot \sin \theta; \\ a_N &= -a_X \cdot \sin \theta + a_Y \cdot \cos \theta; \\ a_B &= -a_X \cdot \sin \psi + a_Z \cdot \cos \psi; \end{aligned} \quad (7)$$

де  $a_X$ ,  $a_Y$ ,  $a_Z$  – прискорення центра мас вздовж осей X, Y, Z.

Прискорення сили опору при наявності вітру буде спрямовано у бік, зворотній вектору відносної швидкості  $\bar{V}_r$  і може бути розраховане згідно (2) з причини малості кута  $\gamma$  (рис. 2).

Проекції прискорення сили опору повітря на вісі координат X, Y, Z:

$$E_X = -E \frac{\dot{X} - W_X}{V_r}; \quad E_Y = -E \frac{\dot{Y}}{V_r}; \quad E_Z = -E \frac{\dot{Z} - W_Z}{V_r},$$

де  $\bar{V}_r = \bar{V} - \bar{W}_X - \bar{W}_Z$ .

Легко показати, що проекції прискорення сили опору на вісі швидкісної системи координат мають вигляд:

$$\begin{aligned} E_T &= -E \cos \gamma; \\ E_N &= -\frac{E W_X}{V_r} \cdot \sin \theta; \\ E_B &= \frac{E W_Z}{V_r}; \end{aligned} \quad (8)$$

де

$$\cos \gamma = \frac{V - W_X \cos \theta}{V_r};$$

$$V_r = \sqrt{\left(\dot{X} - W_X\right)^2 + \left(\dot{Y}\right)^2 + \left(\dot{Z} - W_Z\right)^2}.$$

Визначимо складові прискорення сили тяжіння, припускаючи, що вектор  $\bar{g}$  лежить у площині кидання, тобто нехтуючи малістю відхилення снаряда в боковому напрямку. Легко довести, що:

$$g_X = -g \cdot \sin \varphi; \quad g_Y = -g \cdot \cos \varphi; \quad g_Z = 0.$$

В силу малості кута  $\nu$  у швидкісній системі та враховуючи [3], що

$$g = g_0 \left(1 - 2 \frac{Y}{R_3}\right)$$

і

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R + Y},$$

отримаємо:

$$\begin{aligned} g_T &= -g_0 \left(1 - 2 \frac{Y}{R_3}\right) \cdot \sin \theta; \\ g_N &= -g_0 \left(1 - 2 \frac{Y}{R_3}\right) \cdot \cos \theta; \\ g_B &= g_0 \left(1 - 2 \frac{Y}{R_3}\right) \cdot \frac{X}{R + Y} \cdot \sin \psi. \end{aligned} \quad (9)$$

Для того, щоб врахувати в рівняннях руху обертання Землі, запишемо вираз для прискорення Кориоліса [4]:

$$\bar{a}_K = 2(\bar{\Omega} \times \bar{V}) = 2 \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \Omega_X & \Omega_Y & \Omega_Z \\ \dot{X} & \dot{Y} & \dot{Z} \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Проекції прискорення Кориоліса дорівнюють відповідним мінорам матриці (10). Нехтуючи доданками, що містять  $\dot{Z}$ , бо  $\dot{Z} \ll \dot{Y}$ , отримаємо:

$$\begin{aligned} a_{KX} &= -2\Omega_Z \cdot \dot{Y}; \\ a_{KY} &= 2\Omega_Z \cdot \dot{X}; \\ a_{KZ} &= 2 \left( \Omega_X \cdot \dot{Y} - \Omega_Y \cdot \dot{X} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Проекції прискорення Коріоліса на осі швидкісної системи координат у припущенні малості  $\psi$ , мають вигляд:

$$\begin{aligned} a_{KT} &= 0; \\ a_{KN} &= -2\Omega V \cdot \cos \lambda \cdot \sin \alpha_{СТР}; \\ a_{KB} &= -2 \left( \dot{X} \cdot \sin \lambda - \dot{Y} \cdot \cos \lambda \cdot \cos \alpha_{СТР} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

де  $\lambda$  – географічна широта точки вильоту;  $\alpha_{СТР}$  – азимут напрямку стрільби.

Під час постановки задачі про рух снаряда було зроблено припущення, що його вісь не співпадає з напрямком руху. Між віссю снаряда й дотичною до траєкторії завжди існує деякий кут  $\delta$ , змінний за часом. Періодична складова кута  $\delta$  призводить до появи нормальної сили, що обертається навколо осі динамічної рівноваги і надає траєкторії снаряда спіралеподібної форми. Сама ж вісь динамічної рівноваги для снаряда, що обертається, на криволінійній ділянці траєкторії не співпадає з дотичною, а утворює з нею деяку неперіодичну складову кута  $\delta$ , так званий кут динамічної рівноваги  $\delta_p$  [1].

Кут  $\delta_p$  можна представити двома складовими  $\delta_{1p}$  та  $\delta_{2p}$  (рис. 3). Кут  $\delta_{1p}$ , що значно більший за кут  $\delta_{2p}$ , лежить у площині, яка проходить через дотичну перпендикулярно вертикальній площині, в якій лежить дотична. Кут  $\delta_{2p}$  лежить у вертикальній площині, що проходить через дотичну.

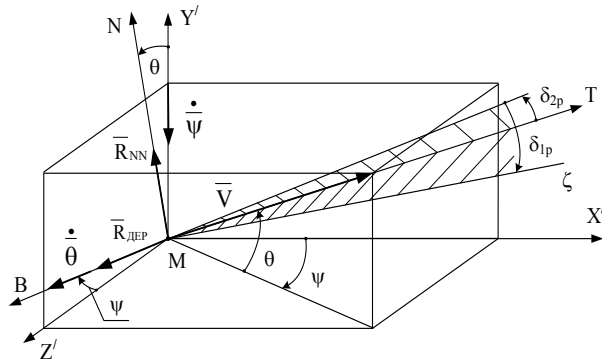


Рис. 3. Складові динамічного кута рівноваги  $\delta_p$

Наявність кутів нутації  $\delta_{1p}$  і  $\delta_{2p}$  призводить до появи нормальної неперіодичних складових сили опору  $\bar{R}_{ДЕР}$  і  $\bar{R}_{NN}$  (рис. 3).

При цьому бокова нормальна сила  $\bar{R}_{ДЕР}$  викликає дериwаційне відхилення снаряда і сила  $\bar{R}_{NN}$  дещо змінює дальність польоту.

Необхідно також прийняти до уваги те, що сила опору повітря зростає зі збільшенням кута  $\delta_p$ , бо погіршуються умови обтікання. Отже, збільшується і сила лобового опору. Зростання лобового опору можна врахувати збільшенням балістичного коефіцієнта  $C$ .

Нормальна бокова складова  $\bar{R}_{ДЕР}$  сили опору повітря, що викликана наявністю кута  $\delta_{1p}$ , лежить у площині кута  $\delta_{1p}$  та спрямована вздовж бокової нормалі  $B$ .

При цьому, згідно з (1), можна записати:

$$R_{ДЕР} = \frac{d \cdot l}{g} \cdot 10^3 \cdot H(Y) \cdot V^2 \cdot k_N \left( \frac{V}{a} \right) \cdot \delta_{1p} \cdot (13)$$

Вираз для  $\delta_{1p}$  має вигляд [1]:

$$\delta_{1p} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left| \dot{\theta} \right| \cdot \varphi(t), \quad (14)$$

де

$$\alpha = B \cdot r_0; \quad \beta = \frac{d^2 \cdot h}{g} \cdot 10^3 \cdot H(Y) \cdot V^2 \cdot k_M \left( \frac{V}{a} \right);$$

$$B = 0,55 \frac{qd^2}{4g}; \quad r_0 = \frac{2\pi V_0}{\eta d};$$

$$h = h_1 + 0,57h_2 - 0,16d; \quad \varphi(t) = \frac{r}{r_0} = e^\sigma;$$

$$\sigma = -0,0598 \frac{d}{q} \cdot \int_0^t \frac{4}{V^5} dt,$$

де  $\varphi(t)$  – враховує затухання кутової швидкості обертання снаряда;  $B$  – осьовий момент інерції снаряда;  $r$  – кутова швидкість обертання снаряда;  $r_0$  – початкова швидкість обертання снаряда;  $\eta$  – відносна довжина ходу нарізів ствола;  $h$  – плече перекидаючого моменту, тобто відстань від центра опору до центра мас снаряда;  $h_1$  – відстань від центра тяжіння снаряда до головної частини;  $h_2$  – довжина головної частини.

У наведених залежностях  $h$ ,  $h_1$  і  $h_2$  пов'язані формулою Гобара [1], а величина  $\sigma$  визначається теоретичною формулою Сльозкіна [1] та встановлює закон змінення кутової швидкості снаряда за наявності тертя о повітря.

Коефіцієнти опору  $k_N \left( \frac{V}{a} \right)$  та  $k_M \left( \frac{V}{a} \right)$  є функціями числа Маха  $M = \frac{V}{a}$  і, отже, однозначними функціями приведеної швидкості, оскільки за визначенням

$$M(V, a) = \frac{V}{a} = \frac{V_\tau}{a_{ON}},$$

де  $a_{ON} = \text{const}$  – нормальна швидкість звуку. Позначимо

$$k_N \left( \frac{V}{a} \right) = k_N(V_\tau); \quad k_M \left( \frac{V}{a} \right) = k_M(V_\tau).$$

Використовуючи (13) та (14) отримуємо прискорення центра мас снаряда у напрямку нормалі  $B$ , що викликано дією сили  $R_{ДЕР}$ :

$$E_{\text{ДЕР}} = C_N \cdot |\dot{\theta}| \cdot \varphi(t) \cdot \frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})}, \quad (15)$$

де

$$C_N = \frac{l \cdot \alpha \cdot g}{d \cdot h \cdot q}.$$

Збільшення лобового опору з причини наявності кута  $\delta_p$  можна врахувати множником при балістичному коефіцієнті [5]:

$$C = \frac{i \cdot d^2}{q} \cdot 10^3 \cdot \left(1 + \varepsilon \cdot \delta_p^2\right),$$

де для снарядів  $\varepsilon = 16 \div 20$  [7].

$$\frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})} = \left[ \frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})} \right]_{4,5} \cdot \frac{4,5d}{l}.$$

Залежність відношення

$$\frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})}$$

від безрозмірної довжини снаряда  $\frac{l}{d}$  за узагальненими експериментальними даними має вигляд [6]:

$$\frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})} = \left[ \frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})} \right]_{4,5} \cdot \frac{4,5}{l/d}, \quad (16)$$

де  $\left[ \frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})} \right]_{4,5}$  – співвідношення аеродинамічних

коефіцієнтів для снаряда довжиною 4,5 калібру, що прийнятий за еталон.

Визначимо прискорення центра мас снаряда у напрямку нормалі N. Складова кута динамічної рівноваги дорівнює [1]

$$\delta_{2p} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \dot{\delta}_{1p}. \quad (17)$$

Використовуючи (20), отримаємо:

$$\dot{\delta}_{1p} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\alpha}{\beta} \cdot |\dot{\theta}| \cdot \varphi \right).$$

Заміна  $\varphi$ ,  $H(Y)$  та  $k_M$  їх середніми значеннями дозволяє отримати вираз

$$\dot{\delta}_{1p} = - \frac{\varphi \alpha g^2 \left( V \dot{\theta} \sin \theta + 3 \cos \theta \dot{V} \right)}{\left[ \pi(Y) \frac{\tau_{\text{ON}}}{\tau(Y)} \right] k_M d^2 h \cdot 10^3 V^4}. \quad (18)$$

Згідно з (1) нормальна сила набуде вигляду:

$$R_{\text{NN}} = \frac{d \cdot l}{g} \cdot 10^3 \cdot H(Y) \cdot V^2 \cdot k_N \cdot \delta_{2p}.$$

Прискорення центра мас снаряда у напрямку нормалі N, викликане дією сили  $R_{\text{NN}}$  становить:

$$E_{\text{NN}} = \frac{\alpha \cdot g}{q \cdot h} \cdot 4,5 \cdot \left[ \frac{k_N(V_{\text{гт}})}{k_M(V_{\text{гт}})} \right]_{4,5} \cdot \dot{\delta}_{1p}. \quad (19)$$

Знайдемо аналітичний вираз для похідної  $\dot{\pi}(Y)$ . Це дозволить, включити  $\dot{\pi}(Y)$  до числа рівнянь руху.

Продиференціюємо вираз для  $\pi(Y) = \frac{h}{h_{\text{ON}}}$  за часом:

$$\dot{\pi}(Y) = \frac{\dot{h}}{h_{\text{ON}}}, \quad (20)$$

де  $h$  – тиск повітря у точці траєкторії;  $h_{\text{ON}}$  – тиск на земній поверхні в умовах глобальної атмосфери ( $h_{\text{ON}} = 750$  мм рт. ст.).

Для того, щоб визначити  $\dot{h}$ , скористаємося рівнянням вертикальної рівноваги атмосфери [2]:

$$\frac{dh}{h} = - \frac{1}{R} \cdot \frac{dY}{\tau}, \quad (21)$$

де  $R$  – універсальна газова стала. З (21) маємо:

$$\dot{h} = - \frac{h}{R \cdot \tau} \cdot V \cdot \sin \theta. \quad (22)$$

Підставивши (22) в (20), отримаємо:

$$\dot{\pi}(Y) = - \frac{\pi(Y)}{R \cdot \tau} \cdot V \cdot \sin \theta.$$

Якщо враховувати дійсний розподіл температури за висотою, тоді

$$\dot{\pi}(Y) = - \frac{\pi(Y)}{R \cdot [\tau(Y) + \Delta\tau]} \cdot V \cdot \sin \theta, \quad (23)$$

де  $\tau(Y)$  – нормальна залежність змінення віртуальної температури з висотою;  $\Delta\tau = \frac{\Delta T}{1 - 3e/(8h)}$  – від-

хилення віртуальної температури від нормальної залежності [2];  $e$  – тиск водяних парів;  $\Delta T$  – відхилення абсолютної температури вологого повітря від нормального закону розподілу.

Додаючи знайдені складові прискорень центра мас снаряда у напрямку осей T, N та B, отримаємо:

$$\begin{aligned} a_T &= E_T + g_T; \\ a_N &= E_N + g_N - a_{\text{KN}} + E_{\text{NN}}; \\ a_B &= E_B + g_B - a_{\text{K}} + E_{\text{ДЕР}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Підставляємо (24) в (6), виконуємо необхідні перетворення та додаємо до рівнянь (3) і (23). Отримуємо наступну систему рівнянь руху центра мас снаряда:

$$\dot{Y} = V \cdot \sin \theta; \quad (25)$$

$$\dot{X} = V \cdot \cos \theta \cdot \cos \psi; \quad (26)$$

$$\dot{Z} = V \cdot \cos \theta \cdot \sin \psi; \quad (27)$$

$$\dot{V} = -E \cos \gamma - g_0 \left( 1 - 2 \frac{Y}{R_3} \right) \cdot \sin \theta; \quad (28)$$

$$\dot{\theta} = -g_0 \left( \frac{1-2\frac{Y}{R_3}}{V} \right) \cdot \cos \theta - \frac{EW_X}{V_r \cdot V} \cdot \sin \theta +$$

$$+ 2\Omega \cdot \cos \lambda \cdot \sin \alpha_{СТР} + \frac{E_{NN}}{V} + \frac{V \cdot \cos \theta}{R_3 + Y};$$

$$\dot{\psi} = g_0 \left( \frac{1-2\frac{Y}{R_3}}{V \cdot \cos \theta} \right) \cdot \frac{X}{R_3 + Y} \cdot \sin \psi + \frac{EW_Z}{V_r \cdot V \cdot \cos \theta} +$$

$$+ 2\Omega \cdot (\sin \lambda - \operatorname{tg} \theta \cdot \cos \lambda \cdot \cos \alpha_{СТР}) + \frac{E_{ДЕР}}{V \cdot \cos \theta};$$

$$\dot{\pi}(Y) = -\frac{\pi(Y)}{R \cdot \tau(Y)} \cdot V \cdot \sin \theta; \quad (31)$$

$$\dot{S}(t) = V^{\frac{4}{5}}; \quad (32)$$

$$\dot{\delta}_{1p} = -l_7 \cdot l_8; \quad (33)$$

де

$$V_r = V \sqrt{1 - 2 \frac{(W_X \cos \theta \cos \psi + W_Z \sin \psi)}{V} + \frac{W^2}{V^2}};$$

$$W^2 = W_X^2 + W_Z^2;$$

$$\sigma = -0,0598 \frac{d}{q} \cdot l^{\frac{4}{5}} S(t);$$

$$l_7 = \frac{\alpha \cdot g^2 \cdot \varphi_{CP}}{\left[ \pi(Y) \cdot \frac{\tau_{ON}}{\tau(Y)} \right]_{CP} \cdot (k_M)_{CP}};$$

$$l_8 = \frac{V \cdot \sin \theta \cdot \dot{\theta} + 3 V \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \theta}{d^2 \cdot h \cdot 10^3 \cdot V^4};$$

$$\varphi_{CP} = \frac{1 + \varphi}{2};$$

$$(k_M)_{CP} = \frac{k_M(V_{rT})_0 + k_M(V_{rT})}{2}.$$

Останній доданок у рівнянні (29) враховує вплив на дальність польоту снаряда кривизни поверхні Землі й являє собою швидкість зниження лінії горизонту відносно до стартової.

## Висновки

У роботі наведена модель польоту снаряда, стабілізованого обертанням, в основу якої покладена система диференціальних рівнянь. Вона дозволяє дослідити параметри траєкторії снарядів, що стабілізовані обертанням. Дана модель може знайти своє застосування під час складання таблиць стрільби дослідно-теоретичним шляхом. Це дозволить суттєво скоротити витрати на проведення дорогокоштуючих балістичних стрільб за рахунок значного зменшення їх кількості і можливості одночасного визначення початкової швидкості, параметрів кучності, деривації і уточнення коефіцієнта форми снаряда.

## Список літератури

1. Внешняя баллистика / А.Д. Чернозубов и др. – М.: ВИА им. Дзержинского, 1954. – Ч. II. – 497 с.
2. Вентцель Д.А. Внешняя баллистика / Д.А. Вентцель, Я.М. Шапиро. – М.: Оборонгиз, 1939. – Ч. 2. – 251 с.
3. Беляева С.Д. Внешняя баллистика. Часть II. Устойчивость движения снарядов / С.Д. Беляева, Н.М. Монченко, Ж.П. Паршин. – М.: Изд-во МО СССР, 1988. – 393 с.
4. Айзерман М.А. Классическая механика / М.А. Айзерман. – М.: Наука, 1980. – 368 с.
5. Равдин И.Ф. Внешняя баллистика / И.Ф. Равдин. – Л.: Артакадемия, 1956. – 292 с.
6. Шапиро Я.М. и др. Внешняя баллистика / Я.М. Шапиро и др. – М.: ВИА им. Дзержинского, 1957. – Ч. IV. – 480 с.
7. Кириченко В.Д. Баллистика / В.Д. Кириченко. – Л.: ЛВАИУ, 1957. – 460 с.

Надійшла до редколегії 2.12.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.М. Фоменко, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

## МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО СНАРЯДА, СТАБИЛИЗИРОВАННОГО ВРАЩЕНИЕМ

А.Н. Шийко, П.В. Поленица, И.В. Коплык, О.П. Остапова, Е.Н. Авдеева

Предложена модель движения артиллерийского снаряда, стабилизированного вращением. Модель позволяет кроме основных параметров траектории рассчитать деривационное отклонение снаряда. Учено влияние изменения метеорологических условий по высоте траектории на движение снаряда.

**Ключевые слова:** сила лобового сопротивления, ускорение Кориолиса, деривационное отклонение.

## MODEL OF MOTION OF ARTILLERY SHELL STABILIZED BY SPIN

A.N. Shiyko, P.V. Polenitsa, I.V. Kopylyk, O.P. Ostapova, E.N. Avdeeva

Model of motion of artillery shell stabilized by spin is described. The model allows to calculate a derivational deviation of the shell. Influence of change of meteorological conditions on height of a trajectory on movement of the shell is considered.

**Keywords:** force of head-resistance, acceleration of Koriolis, derivational rejection.