УДК 358.4:355.42

Р.В. Хращевський

Національна академія оборони України, Київ

ФОРМУВАННЯ ЗАВДАНЬ КООРДИНАТОРА СИСТЕМИ ПЛАНУВАННЯ

На основі аналізу принципів координації системи планування сформульовані глобальні завдання та завдання, що вирішуються координатором на підпорядкованих рівнях управління. Визначені основні конфлікти, що виникають у скоординованій системі планування та запропоновані напрямки узгодження багаторівневої системи планування з метою її координації по завданнях, що вирішуються в даній системі.

Ключові слова: *координація, система планування, узгодженість.*

Вступ

Постановка завдання аналізу. Формування адаптивної системи планування лежить через введення в її структуру елементів координації різних рівнів управління по завданнях, що вирішуються в процесі планування [1, 2] та «адапторів» системи планування [1 – 3] до ситуації, що складається на момент прийняття рішення. Зважаючи на це необхідно визначити основні конфлікти, що виникають у скоординованій системі планування та запропонувати основні напрямки узгодження багаторівневої системи планування з метою її координації по завданнях, що вирішуються в даній системі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням математичної теорії координації систем управління приділяється багато уваги. Значний внесок у дослідження зазначеного питання зробили такі вчені як М. Месарович, Д. Мако, І. Такахара, А. Рапопорт, Ст. Бір, У. Маккаллок, М. Блюм, Л. Вербік, Дж. Коуен, Л. Льофгрен, Г. Паск, У.Р. Ешбі, Р. Сперрі, Р. Бьорл, Дж. Платт, Г. Цопф, А. Новіков, Д. Вілліс, Ф. Розенблатт, Г. Крейн, Дж. Баумен, Ч. Розен, С. Амарел, П. Грін, А. Шимбел та багато інших. Аналіз публікацій з даного питання показав, що розроблені теоретичні положення в основному стосуються формуванню автоматизованих систем управління виробництвом. Питання ж прийняття рішень в неавтоматизованих системах планування потребує подальшого дослідження з метою формування чіткої структури координатора.

Метою даної статті є проведення аналізу принципів координації системи планування та на його основі сформулювати завдання, що будуть вирішуються координатором багаторівневої системи планування для її координації.

Основна частина

Якщо глобальне завдання оптимізації задане, а локальні оптимізаційні завдання параметризуються у результаті подачі координуючих сигналів, то завдання координатора полягає фактично в тому, щоб знайти оптимальний координуючий сигнал. Конкретне завдання, що розв'язується координатором, тоді повинно бути таким, щоб його рішення було оптимальним координуючим впливом. Реальні труднощі складаються в конкретизації цього завдання. Можна було б вибрати глобальне завдання як завдання, що розв'язується координуючим елементом, однак при такому підході немає істинного поділу вироблення рішення між системами планування різних рівнів [4].

Інший підхід складається у використанні постулату сумісності й принципів координації, викладених [1, 2]; для системи планування, у якій всі завдання, що вирішуються є оптимізаційними, найбільше підходять принципи прогнозування й узгодження [1, 2, 5, 6].

Принцип узгодження. При використанні принципу узгодження спосіб координації будується на «розв'язанні» взаємодій, і тому в розпорядженні координатора є лише метод координації шляхом зміни цілей. Проаналізуємо часткові форми принципу узгодження.

Узгодження взаємодій. Ця часткова форма принципу узгодження вже була розглянута в [5]; тут ми можемо виразити її наступною пропозицією:

$$(\exists\gamma)\left(\exists x^{\gamma}\right)(\exists\hat{m})\left\{\begin{matrix}\left[(m,u)=x^{\gamma}\ \text{та}\ K(m)=u\right]\Rightarrow\\ \Rightarrow m=\hat{m}\end{matrix}\right\}. \quad (1)$$

Принцип стверджує, що глобально оптимальний керуючий вплив забезпечується оптимальними локальними рішеннями щораз, коли сполучні входи узгоджені.

Узгодження функцій якості. При такій формі принципу узгодження порівнюються локальні витрати (функції якості), а не самі сполучні входи. Нехай для кожного γ із $\mathscr{C}$ відображення $\overline{g}_{\gamma} : M \times U \to V^{n}$ визначається у вигляді

$$\overline{g}_{\gamma}(m,u)=\left(g_{1\gamma}(m_1,u_1),\ldots,g_{n\gamma}(m_n,u_n)\right). \quad (2)$$

Принцип узгодження функцій якості виражається тоді пропозицією

$$(\forall\gamma)\left(\forall x^{\gamma}\right)(\exists\hat{m})\left\{\begin{matrix}\left[\begin{matrix}(m,u)=x^{\gamma}\ \ \text{і}\\ g_{\gamma}(m,K(m))=g_{\gamma}(m,u)\end{matrix}\right]\Rightarrow\\ \Rightarrow m=\hat{m}\end{matrix}\right\}, \quad (3)$$

зміст якого зводиться до того, що глобально оптимальний керуючий вплив складається з оптимальних локальних рішень щораз, коли погоджені очікувані й фактичні локальні витрати.

<u>*Принцип прогнозування.*</u> Нехай для даного координуючого сигналу γ із $\mathscr{C}$ m^γ позначає такий керуючий вплив із M, що $(m^\gamma, \alpha^\gamma) = x^\gamma$, де α^γ – передвіщене значення сполучних входів. Принцип прогнозування взаємодій може бути тоді виражений пропозицією

$$(\forall\gamma)\left(\forall m^\gamma\right)(\exists\hat{m})\left\{\begin{array}{l}\left[m = m^\gamma \ \text{ і } \ K(m) = \alpha^\gamma\right] \Rightarrow \\ \Rightarrow m = \hat{m}\end{array}\right\}. \quad (4)$$

Ця спеціальна форма принципу прогнозування не залежить від того, чи використовується координація шляхом зміни цілей: вона відноситься лише до правильності прогнозування сполучних входів.

Застосовність принципу прогнозування взаємодій істотно звужується, якщо не використовується координація шляхом змін цілей: або шанси правильного прогнозування малі, або правильні передбачення не приводять до глобального оптимуму. З іншого боку, при координації шляхом зміни цілей точність прогнозування сполучних входів не завжди забезпечує досягнення глобальної оптимальності. Це означає, що необхідно застосування більш узагальненої форми розглянутого принципу.

Для чіткого розмежування двох способів координації (прогнозування взаємодій і координації за допомогою зміни цілей) ми будемо виражати кожний координуючий сигнал γ як пару (α, β), де $\alpha = \alpha^\gamma$ – прогнозоване значення зв'язуючого входу, а $\beta = \beta^\gamma$ – параметр, що конкретизує локальні функції якості $G_{i\gamma} = G_{i\beta}$. У цьому випадку множиною можливих координуючих сигналів $\mathscr{C}$ є множина $\mathscr{A} \times \mathscr{B}$, де $\mathscr{A} \subseteq U$, а $\mathscr{B}$ – множина можливих значень β.

Нехай η: $M \to \mathscr{B}$ – задане відображення і

$$q_\eta(m) = (K(m), \eta(m)) \quad (5)$$

для всіх m із M. Тоді для q_η принцип прогнозування, що задається умовою (5), виражається пропозицією

$$(\forall\gamma)\left(\forall m^\gamma\right)(\exists\hat{m})\left\{\begin{array}{l}\left[m = m^\gamma \ \text{ і } \ q_\eta(m) = \gamma\right] \Rightarrow \\ \Rightarrow m = \hat{m}\end{array}\right\} \quad (6)$$

Щоб указати на застосування заданого відображення η, ми будемо говорити про принцип прогнозування (взаємодій) з використанням відображення η.

Помітимо, що якщо дана система планування така, що координується за допомогою принципу прогнозування й застосуванням обраного відображення η, то область пошуку оптимального координуючого сигналу можна обмежити підмножиною $q_\eta(M)$ множини координуючих сигналів $\mathscr{C}$.

Вирішення конфліктів у скоординованій системі планування. Чи застосовується той або інший принцип координації і чи приводить його використання до оптимального координуючого впливу, залежить від співвідношення між глобальною й локальними цільовими функціями. Загалом кажучи, мова фактично йде про залежність між глобальним і локальними завданнями; однак, так як ми обмежуємося розглядом завдань оптимізації при відсутності обмежень, цю залежність можна виразити через цільові функції. Справді, прагнення нижчестоящих елементів управління (штабів) мінімізувати свої власні цільові функції, загалом кажучи, не приводить до досягнення глобального оптимуму. У зв'язку із цим може виникнути конфлікт (неузгодженість) між локально прийнятими рішеннями. Принципи координації стверджують, що конфлікти вирішуються тоді, коли при прийнятті локальних рішень забезпечується виконання деяких умов «узгодження». Однак здійснення таких «узгоджень» є реально досяжним лише в тому випадку, коли система має певні властивості. У цьому розділі ми опишемо основні властивості системи й дослідимо їх роль в усуненні конфліктів.

У загальному випадку у системі планування застосування ПС ЗС України виникають два види конфліктів: міжрівневі та внутрішньорівневі [4].

Міжрівневий конфлікт є конфлікт між двома суміжними рівнями, або, у загальному випадку, між двома різними рівнями в n-рівневої системи (у нашому випадку між оперативним і тактичним рівнями управління). У такій системі планування глобальна мета може полягати в досягненні мінімуму глобальних (сумарних) витрат, тоді як локальні цілі, можливо, будуть зводитися до мінімізації локальних витрат. Якщо глобальна мета й локальні цілі не сумісні в тому розумінні, що досягнення мінімальних локальних витрат перешкоджає мінімізації сумарних витрат, виникає конфлікт між рівнями.

Внутрішньорівневий конфлікт являє собою конфлікт у межах окремого рівня. Припустимо знову, що локальна мета складається в досягненні мінімальних локальних витрат. Якщо локальні цілі несумісні в тому розумінні, що досягнення мінімальних локальних витрат одним локальним вирішальним елементом перешкоджає іншому елементу в досягненні мінімальних локальних витрат, у наявності конфлікт усередині даного рівня.

Такі специфічні властивості систем дозволяють встановити наявність або відсутність подібних конфліктів і можуть бути використані не тільки для характеристики систем планування і з'ясування природи конфліктів, але і як орієнтири для синтезу або модифікації системи планування, а також для її координації. Ці властивості визначаються через взаємозв'язки між цільовими функціями, що відображають розмаїтість цілей у системі планування і тому ми будемо називати їх «цільовими властивостями» системи планування.

Відправним пунктом при визначенні цільових властивостей є наступні допоміжні функції, виражені через цільові функції системи планування ПС ЗС України:

1). *(Цільова) функція глобальних затрат g: M →V.*

2). *Локальні функції затрат* $h_{i\gamma}$: $M \to V$.

Для кожного γ із $\mathscr{C}$ і кожного i, $1 \le i \le n$, функція $h_{i\gamma}$ задається на М виразом $h_{i\gamma}(m) = g_{i\gamma}(m_i, K_i(m))$.

Для будь-якого керуючого впливу m із М значення $h_{i\gamma}(m)$ вказує на затрати, які змушений зробити і-й локальний вирішальний елемент при подачі локального керуючого впливу m_i і сполучним входом $u_i = K_i(m)$, який фактично реалізується.

3). *Міжрівневі функції якості* ψ_γ*:* $V^n \to V$.

Для кожного координуючого сигналу γ із # існує єдине співвідношення $\Psi_\gamma \subseteq V^n \times V$,

$$\Psi_\gamma = \left\{ \left(\left(h_{1\gamma}(m), \ldots, h_{n\gamma}(m) \right), g(m) \right) : m \in M \right\},$$

яке зв’язує сумарні (глобальні) затрати для любого керуючого впливу m із М з фактичними локальними затратами $h_{i\gamma}(m)$. Ми назвемо Ψ_γ міжрівневою характеристикою (якістю) для фіксованого γ. У загальному випадку областю визначення Ψ_γ є деяка підмножина V^n; це означає, що існують деякі n-мірні вектори локальних затрат $(v_1, \ldots, v_n)$ в V^n, які не можуть мати місця при любому керуючому впливі. Якщо Ψ_γ є функція, то

$$g(m) = \Psi_\gamma(h_{1\gamma}(m), \ldots, h_{n\gamma}(m))$$

для всіх керуючих впливів m із М і, отже, глобальні (сумарні) затрати є функцією фактичних локальних затрат. Тому, якщо Ψ_γ є функція, то для даного координуючого сигналу γ існує міжрівнева функція (якості), яка позначається через ψ_γ, і ми визначимо її як розширення Ψ_γ на всю множину V^n.

4). *Уявні глобальні цільові функції* $g_{\mathscr{C}}$*:* $\mathscr{C} \times M \times U \to V$. Якщо для кожного координуючого сигналу γ із $\mathscr{C}$ існує міжрівнева функція ψ_γ, то існує і уявна глобальна цільова функція, і визначаємо її як функцію $g_{\mathscr{C}}$ на $\mathscr{C} \times M \times U$,

$$g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u) = \psi_\gamma(g_{1\gamma}(m_1, u_1), \ldots, g_{n\gamma}(m_n, u_n)). \quad (7)$$

Функція $g_{\mathscr{C}}$, якщо вона існує, дає нам сумарні затрати, якими вони представляються локальним елементам прийняття рішення (підпорядкованим штабам); вона не завжди дає істинні сумарні затрати, тому що враховує всі пари (m, u) із $M \times U$, хоча деякі з цих пар порушають умову $u = K(m)$; однак для любого γ із $\mathscr{C}$ і m із М

$$g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, K(m)) = g(m).$$

Тому $g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u)$ представляє істинні сумарні затрати всякий раз, коли $u = K(m)$.

Внутрішньорівнева і міжрівнева узгодженість. Є всі підстави вважати, що вирішальні елементи системи планування перебувають у стані деякого роду узгодженості, якщо всі вони можуть одночасно досягти кожен своєї власної мети, незважаючи на взаємодію між ними. У випадку оптимізуючих систем узгодженість можна охарактеризувати як одночасне досягнення всіма елементами оптимальних значень цільових функцій.

Введемо тепер два визначення узгодженості, сформулювавши їх спочатку в досить абстрактній формі, а потім зв'язавши ці поняття з узгодженістю для системи планування.

Сімейство функцій f_i, $1 \le i \le n$, має властивість узгодженості, якщо існує спільний елемент, що належить до області визначення кожної з функцій f_i і мінімізує кожну функцію f_i в її області визначення. Такий елемент ми будемо називати елементом, що узгоджує функції f_i або ж просто елементом узгодження, якщо з контексту ясно, про яке сімейство функцій мова йде. Однак можливі випадки, коли функції f_i не мають спільних елементів; тоді вони не можуть бути узгодженими; з іншого боку, їх області визначення можуть виявитися однією і тією ж одноелементною множиною; у цьому випадку сімейство має властивість узгодженості.

Сімейство функцій f_i, $1 \le i \le n$, є узгодженими, з функцією f, якщо кожний елемент, що узгоджує функції f_i є в області визначення f і мінімізує f на її області визначення. Якщо сімейство не володіє властивістю узгодженості, то воно не узгоджено ні з якою функцією.

Розглянемо функції f_i, графіки яких представлені на рис. 1. Сімейство $\{f_1, f_2\}$ має узгодженість (елементом узгодження для областей визначення розглянутих функцій буде x_0) і перебуває в узгодженості з f_3. Застосуємо тепер ці абстрактні поняття для опису різних видів узгодженості, типових для системи планування.

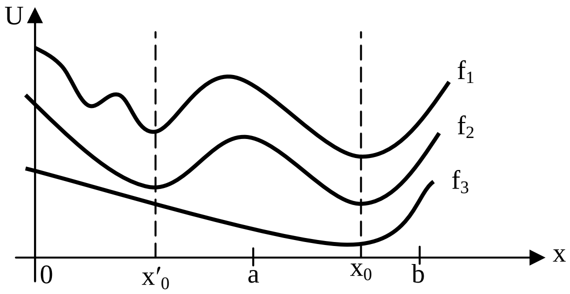

Рис. 1. До визначення поняття узгодження функцій.

Безумовна узгодженість. Координуючий сигнал γ з $\mathscr{C}$ приводить до безумовної локальної узгодженості, якщо відповідне сімейство локальних функцій витрат $h_{i\gamma}$, $1 \le i \le n$, має властивість узгодженості. Отже, координуючий сигнал γ спричиняє безумовну локальну узгодженість, якщо в М існує такий керуючий вплив, що мінімізує кожну з локальних функцій витрат $h_{i\gamma}$ на М.

Координуючий сигнал γ з $\mathscr{C}$ породжує безумовну міжрівневу узгодженість, якщо відповідне сімейство локальних функцій витрат $h_{i\gamma}$, $1 \le i \le n$, виявляється узгодженим із глобальною цільовою функцією. Таким чином система планування має безумовну міжрівневу узгодженістю, якщо кожний координуючий сигнал приводить до такої узгодженості. Система планування має безумовну міжрівневу узгодженістю, якщо певний керуючий вплив m з М, мінімізує сумарні (глобальні) витрати і одночасно мінімізує й локальні функції витрат $h_{i\gamma}$, $1 \le i \le n$, при деякому координуючому сигналі γ з $\mathscr{C}$.

Обмежена узгодженість. Для існування координуючого сигналу γ, що створює локальну узгодженість, необхідна наявність керуючого впливу з множини M, що одночасно мінімізує кожну з локальних функцій витрат $h_{i\gamma}$, $1 \le i \le n$, на всій множині M керуючих впливів. Якщо не існує такого керуючого впливу для якого-небудь координуючого входу системи, навряд чи багато користі принесе та обставина, що система планування має міжрівневу узгодженість. Однак у цьому випадку необхідно обмежити область мінімізації, щоб досягалася також і локальна узгодженість.

У зв'язку із цим ми розглянемо кілька способів визначення обмеженої узгодженості для системи планування залежно від того, які обмеження накладають на підмножини, у яких виконується пошук локального оптимуму. Особливу увагу приділимо обмеженням, що породжуються сполучними входами; для заданого сполучного входу u_i розглянемо мінімізацію функції $h_{i\gamma}(m)$ за умови $K_i(m) = u_i$ тому що $h_{i\gamma}(m) = g_{i\gamma}(m_i, u_i)$, коли $K_i(m) = u_i$.

Нехай для кожного m з M і кожного i, $1 \le i \le n$, $[m]_{Ki}$ позначає клас всіх m' з M, еквівалентних m у тому розумінні, що $K_i(m') = K_i(m)$. Очевидно, що кожне m з M міститься в множинах $[m]_{Ki}$, …, $[m]_{Kn}$, які воно породжує; крім того, якщо K – взаємно однозначне відображення, то це і є єдиний керуючий вплив m, загальний для всіх цих множин. Для будь-якого i, $1 \le i \le n$, і m з M нехай $h_{i\gamma}^{(m)}$ позначає обмеження для $h_{i\gamma}$ на множині $[m]_{Ki}$. Введемо наступні визначення обмеженої узгодженості у системі планування. Координуючий сигнал γ з $\mathscr{C}$ спричиняє обмежену локальну узгодженість, якщо існує такий керуючий вплив m з M, що сімейство обмежених локальних функцій витрат, має властивість узгодженості. Очевидно, що якщо для даного m з M сімейство $\left\{h_{i\gamma}^{(m)},...,h_{n\gamma}^{(m)}\right\}$ має узгодженість, то у випадку існування однозначної функції K дане m є єдиний керуючий вплив, що узгоджує обмежені локальні функції витрат $h_{i\gamma}^{(m)}$, $1 \le i \le n$.

Координуючий сигнал γ з $\mathscr{C}$ спричиняє обмежену міжрівневу узгодженість, якщо для всіх керуючих впливів m з M сімейство обмежених локальних функцій витрат $h_{i\gamma}^{(m)}$, $1 \le i \le n$, виявляється узгодженою із глобальною цільовою функцією. Таким чином система планування має обмежену міжрівневу узгодженість, якщо кожен координуючий сигнал у системі породжує обмежену міжрівневу узгодженість.

Між безумовною й обмеженою узгодженістю існує взаємозв'язок. Якщо сімейство локальних функцій витрат $h_{i\gamma}^{(m)}$, $1 \le i \le n$, має властивість узгодженості, то по визначенню існує керуючий вплив з M, що приводить до узгодженості функцій $h_{i\gamma}$, і для будь-якого такого керуючого впливу сімейство обмежених локальних функцій витрат $h_{i\gamma}^{(m)}$, $1 \le i \le n$, є погодженим. Тому всякий координуючий сигнал, що приводить до безумовної локальної узгодженості, спричиняє також і обмежену локальну узгодженість. Виходячи із цього, можемо зробити висновок, що система планування, яка володіє обмеженою міжрівневою узгодженістю, має також і безумовну міжрівневу узгодженість.

Рис. 1 допомагає нам розібратися в розглянутій ситуації. Помітимо, що функція f_1 і f_2 узгоджені з f_3; точка x_0 є, єдина точка, у якій досягається мінімум як f_1, так і f_2 на їх області визначення [0, b]; у ній же досягається й мінімум f_3. Однак обмеження, пов'язані зі звуженням області визначення f_1 і f_2 до сегмента [0, a], руйнують їх узгодженість із функцією f_3; хоча в точці x'_0 має місце мінімум f_1 і f_2 на [0, a], ця точка не дає мінімуму f_3.

Використання властивостей цільових функцій при вирішенні конфлікту. Викладемо тепер деякі з головних висновків щодо систем планування, що мають властивість узгодженості, що ми надалі будемо називати цільовою властивістю. Наше завдання полягає у тому, щоб з'ясувати, яким чином можливість вирішення конфлікту між глобальними й локальними цілями, у даній системі планування залежить від наявності або відсутності деяких властивостей цільових функцій.

Узгодженість і вирішення конфлікту. Для кожного координуючого сигналу γ з $\mathscr{C}$ нехай (m^γ, u^γ) буде парою з $M \times U^\gamma$, де $U^\gamma = U_1^\gamma \times \ldots \times U_n^\gamma$ так що для кожного i, $1 \le i \le n$, пари $\{m_i^\gamma, u_i^\gamma\}$ належить $M_i \times U_i^\gamma$ і мінімізує відповідну i-у локальну цільову функцію $g_{i\gamma}$ на множині $M_i \times U_i^\gamma$.

Таким чином якщо система планування має безумовну міжрівневу узгодженість і $K(M) \subseteq U^\gamma$ для кожного координуючого сигналу γ з $\mathscr{C}$, то m^γ є глобально оптимальний керуючий вплив усякий раз, коли $u^\gamma = K(m^\gamma)$.

Якщо ж у даній системі планування поряд з умовою $K(M) \subseteq U^\gamma$ для кожного координуючого сигналу γ з $\mathscr{C}$ існує ще й пари $\left(m_i^\gamma, u_i^\gamma\right) = \left(m_i, K_i(m)\right)$, $1 \le i \le n$, для деякого m з M. Тоді:

1) для того щоб m^γ було глобально оптимальним щораз, коли $u^\gamma = K(m^\gamma)$, необхідно й достатньо, щоб мала місце безумовна міжрівнева узгодженість;

2) існування координуючого сигналу γ з $\mathscr{C}$, що забезпечує безумовну локальну узгодженість, є необхідною й достатньою умовою для існування такої пари значень (m^γ, u^γ), що $u^\gamma = K(m^\gamma)$.

Звернемося тепер до властивостей обмеженої узгодженості.

Якщо дворівнева система має обмежену міжрівневу узгодженість і $U^\gamma = \{\alpha^\gamma\}$ для кожного координуючого сигналу γ з $\mathscr{C}$, то m^γ буде глобально оптимальним впливом щораз, коли $K(m^\gamma) = \alpha^\gamma$.

Якщо ж координація шляхом зміни цілей не використовується, то локальні цільові функції не будуть залежати від координуючих сигналів. Припустимо, що для кожного γ з $\mathscr{C}$ $U^{\gamma} = \{\alpha^{\gamma}\}$ і що для кожного i, $1 \le i \le n$, існує таке m_i^{γ}, що $\left(m_i^{\gamma}, \alpha_i^{\gamma}\right) = \left(m_i, K_i(m)\right)$ для деякого m з M. Крім того, припустимо, що $K(M) \subseteq \{\alpha^{\gamma}: \gamma \in \mathscr{C}\}$. Тоді:

1) для того щоб m^{γ} було глобально оптимальним, необхідно й достатньо, щоб мала місце обмежена міжрівнева узгодженість щораз, коли $K(m^{\gamma}) = \alpha^{\gamma}$;

2) обмежена локальна узгодженість є необхідною й достатньою умовою для існування таких α^{γ} і m^{γ}, що $K(m^{\gamma}) = \alpha^{\gamma}$.

Припустимо, що система планування має уявну глобальну цільову функцію $g_{\mathscr{C}}$, а координуючий сигнал γ з $\mathscr{C}$ такий, що:

1) пари (m^{γ}, u^{γ}) існує і U^{γ} містить $\hat{u} = K(\hat{m})$ для деякого глобально оптимального керуючого впливу $\hat{m}$;

2) $m = m^{\gamma}$ щораз, коли $g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u) = g_{\mathscr{C}}(\gamma, m^{\gamma}, u^{\gamma})$ і (m, u) належить $M \times U^{\gamma}$.

Тоді m^{γ} є глобально оптимальним, якщо

$$g_{\mathscr{C}}(\gamma, m^{\gamma}, u^{\gamma}) = \min_{M} g(m). \quad (8)$$

Рівність (8) дає умову, при якій координуючий сигнал γ буде оптимальним, якщо виконуються деякі інші умови. Зазначені умови вимагають, щоб існували оптимальні локальні рішення, задовольнялося припущення викладене в п. 2 і щоб так званий глобально оптимальний сполучний вхід утримувався в множині U^{γ}. Щоб перевірити зазначену вище рівність, необхідно знати мінімальні глобальні витрати $\hat{v}$. Однак, навіть якщо відомо $\hat{v}$, ми не маємо вказівок на те, як використовувати уявну глобальну цільову функцію при пошуку оптимального координуючого сигналу.

Припустимо, що система планування має глобальну цільову функцію $g_{\mathscr{C}}$. Тоді для будь-якого γ з $\mathscr{C}$ нерівність

$$\inf_{U^{\gamma}} \inf_{M} g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u) \le \inf_{M} g(m) \quad (9)$$

має місце щораз, коли $K(M) \subseteq U^{\gamma}$ або коли існує глобально оптимальне управління $\hat{m}$ й $\hat{u} = K(\hat{m})$ належить U^{γ}.

Зміст нерівності (9) у тому, що якщо локальні вирішальні елементи передбачаються «розв'язаними», тобто кожний елемент вільний у виборі сполучних входів, що сприяють досягненню його власних цілей, то умовні глобальні витрати будуть нижче фактично реалізованих мінімальних глобальних витрат або ж рівні ним. Дійсно, як видно з рис. 2, поверхня $u(\gamma) = \inf\{g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u):(m, u) \in M \times U^{\gamma}\}$ завжди розташована нижче гіперплощини $v = \hat{v}$.

Припустимо, що система планування має уявну глобальну цільову функцію $g_{\mathscr{C}}$. Припустимо також, що для кожного $\gamma \in \mathscr{C}$ або $K(M) \subseteq U^{\gamma}$, або U^{γ} містить $\hat{u} = K(\hat{m})$ при деякому глобально оптимальному керуючому впливі $\hat{m}$.

Тоді рівність

$$\max_{\mathscr{C}} \min_{U^{\gamma}} \min_{M} g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u) = \min_{M} g(m) \quad (10)$$

є достатньою умовою координованості.

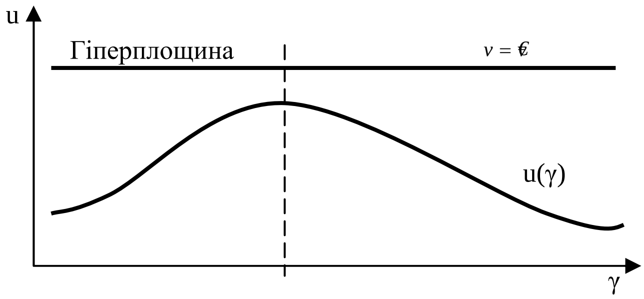

Рис. 2. Відносне розміщення поверхні $u(\gamma) = \inf\{g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u):(m, u) \in M \times U^{\gamma}\}$ і гіперплощини $v = \hat{v}$

При цьому існує ще одна трудність: мінімальні глобальні витрати можуть бути невідомі і не можна буде скористатися умовою (10). Проте, у якості достатньої умови координованості можемо використати умову наявності сідлової точки.

Припустимо, що у системі планування уявна глобальна цільова функція $g_{\mathscr{C}}$ задовольняє нерівності

$$g(m) \le \sup_{\mathscr{C}} g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u) \quad (11)$$

для всіх (m, u) із $M \times U$. Тоді має місце рівність:

$$\inf_{M} g(m) = \inf_{U} \inf_{M} \sup_{\mathscr{C}} g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u)$$

і виконання рівності

$$\max_{\mathscr{C}} \min_{U^{\gamma}} \min_{M} g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u) = \min_{U^{\gamma}} \min_{M} \max_{\mathscr{C}} g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u)$$

достатньо для координованості.

Умова, що виражена нерівністю (11), ілюструється на рис. 3.

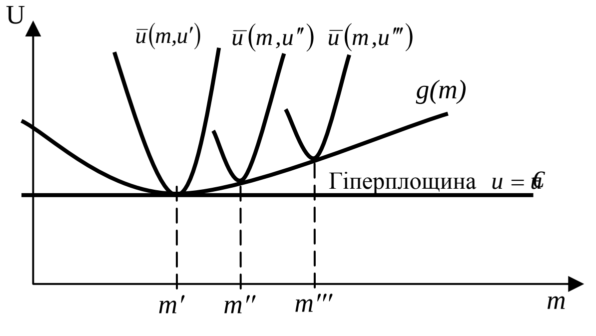

Рис. 3. Відносне розміщення поверхонь $\bar{u}(m, u) = \sup\{g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u): \gamma \in \mathscr{C}\}$ і гіперплощини $u = \hat{u}$ для фіксованих значень u. Значення m', m'' і m''' такі, що u' = K (m'), u'' = K (m'') і u''' = K(m''').

Таким чином, якщо координатор шукає максимум на області $\mathscr{C}$ для фіксованої пари (m, u), то умовні глобальні витрати представляються локальним вирішальним елементам більше високими, ніж мінімальні фактичні витрати. Якщо локальні вирішальні елементи мінімізують умовні глобальні витрати на області $M \times U^{\gamma}$ для заданого γ, то, як показано на рис. 2, отримані результати будуть розташовуватися нижче мінімальних фактичних витрат. Коли ці протилежні дії будуть урівноважені (що й виражено умовою сідлового типу). У силу припущення $K(M) \subseteq U^{\gamma}$ отримані вище результати застосовуються головним чином у випадку коли використовується «розв'язання» взаємодій. Інше припущення, відповідно до якого U^{γ} містить $\hat{u} = K(\hat{m})$ для деякого глобально оптимального керуючого впливу $\hat{m}$, допускає використання прогнозування взаємодії за умови, що прогноз дає значення $\alpha^{\gamma} = \hat{u}$. Щоб розглянути випадок, коли використовується спосіб прогнозування взаємодій, візьмемо множини $\mathscr{A}$ і $\mathscr{B}$, де $\mathscr{A}$ – така підмножина U, що $K(M) \subseteq \mathscr{A}$, а кожне β з $\mathscr{B}$ дає сімейство локальних цільових функцій $g_{i\beta}$, $1 \le i \le n$. Припустимо, що $\mathscr{C} = \mathscr{A} \times \mathscr{B}$, так що кожний координуючий сигнал γ являє собою пари $(\alpha^{\gamma}, \beta^{\gamma})$, де $\{\alpha^{\gamma}\} = U^{\gamma}$, а локальними цільовими функціями є функції $g_{i\gamma} = g_{i\beta}$, при $\beta = \beta^{\gamma}$.

Якщо розглянута система має уявну глобальну цільову функцію $g_{\mathscr{C}}$, то функція $g_{\mathscr{B}}$ буде визначена на $\mathscr{B} \times M \times U$ так, що

$$g_{\mathscr{C}}(\gamma, m, u) = g_{\mathscr{B}}(\beta^{\gamma}, m, u).$$

Функція $g_{\mathscr{B}}$ є уявна глобальна цільова функція для системи, у якій за допомогою координуючого сигналу β здійснюється зміна (координація) цілей.

Для аналізу отриманих вище результатів стосовно до існуючої системи планування при використанні методу прогнозування взаємодій припустимо, що система планування має уявну глобальну цільову функцію $g_{\mathscr{B}}$, і $\mathscr{C} = \mathscr{A} \times \mathscr{B}$. Тоді

$$\sup_{\mathscr{B}} \inf_{\mathscr{A}} \min_{M} g_{\mathscr{B}}(\beta, m, \alpha) \le \inf_{M} g(m)$$

Крім того рівність

$$\max_{\mathscr{B}} \min_{\mathscr{A}} \min_{M} g_{\mathscr{B}}(\beta, m, \alpha) = \min_{M} g(m)$$

є достатньою умовою для координованості; у випадку ж, коли умова (11) виконується для всіх (m, u) з $M \times U$, для координованості досить виконання умови сідлового типу

$$\max_{\mathscr{B}} \min_{\mathscr{A}} \min_{M} g_{\mathscr{B}}(\beta, m, \alpha) = \min_{M} \min_{\mathscr{A}} \max_{\mathscr{B}} g_{\mathscr{B}}(\beta, m, \alpha).$$

Висновки

Таким чином сформовані завдання координатора системи планування дозволяють перейти до методів модифікації локальних оптимізаційних задач і до методів одержання їх із глобальної оптимізаційної задачі, маючи на увазі забезпечення координації, оскільки успіх у координуванні системи планування залежить від локальних оптимізаційних задач і їх взаємозв'язків. Так як стратегія координування, основана на обраному принципі координації, може скоординувати систему тільки в тому випадку, якщо зв'язки між локальними елементами задовольняють певним умовам, то може виникнути необхідність у модифікації локальних оптимізаційних задач, що буде результатом подальших досліджень.

Список літератури

1. *Хращевський Р.В. Обґрунтування контурів координації та адаптації системи планування застосування ПС ЗС України / Р.В. Хращевський // Збірник наукових праць. – Хм.: НА ДПСУ, 2009. – № 15.1. – С. 154-165.*
2. *Хращевський Р.В. Розробка моделі формування рішень по координації та адаптації системи оперативного планування / Р.В. Хращевський // Труди університету. – К.: НАОУ, 2009. – № 2 (92). – С. 50-55.*
3. *Хращевський Р.В. Проблема формування адаптивної системи оперативного планування Збройних Сил України / Р.В. Хращевський // Труди університету. – К.: НАОУ, 2009. – № 1 (91). – С. 177-185.*
4. *Хращевський Р.В. Аналіз системи оперативного планування застосування ЗС України / Р.В. Хращевський // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУПС, 2009. – № 1 (4). – С. 73-76.*
5. *Месарович М. Теория иерархических многоуровневых систем: пер. с англ. / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М.: Мир, 1973. – 344 с.*
6. *Принципы самоорганизации: пер. с англ. / А. Рапопорт, Ст. Бир, У. Маккаллок, У.Р. Эшби и др. – М.: Мир, 1966. – 622 с.*

Надійшла до редколегії 11.11.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Барабаш, Національна академія оборони України, Київ.

ФОРМИРОВАНИЕ ЗАДАЧ КООРДИНАТОРА СИСТЕМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ

Р.В. Хращевский

На основе анализа принципов координации системы планирования сформулированы глобальные задачи и задачи, которые решаются координатором на подчиненных уровнях управления. Определены основные конфликты, которые возникают в скоординированной системе планирования и предложены направления согласования многоуровневой системы планирования с целью ее координации по задачам, которые решаются в данной системе.

Ключевые слова: *координация, система планирования, согласованность.*

FORMING OF TASKS OF COORDINATOR OF THE PLANNING SYSTEM

R.V. Khrashchevskyi

Based on the analysis of the principles of coordination of the planning system formulated global tasks and tasks that are being addressed by the facilitator to subordinate levels of management. Identifies the main conflicts that arise in coordinated planning system and proposed areas of harmonization of multilevel planning system to its coordination of tasks in the system.

Keywords: *coordination, planning system, consistency.*