

УДК 621.396

С.С. Жила, Нгуен Нгок Винь Хао, А.В. Одокиенко

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков

## ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПРИЕМНИКА В СВЧ МОДУЛЯЦИОННЫХ РАДИОМЕТРАХ

*Синтезирован оптимальный алгоритм оценки нестабильного во времени коэффициента усиления приемника в СВЧ модуляционном радиометре. Получены аналитические выражения для предельных погрешностей оценивания. Обоснована целесообразность фильтрации оценок в реальном масштабе времени фильтром Калмана-Бьюси.*

**Ключевые слова:** СВЧ модуляционный радиометр, оптимальный алгоритм, предельные погрешности оценивания, фильтр Калмана-Бьюси.

### Введение

СВЧ радиометр с модуляцией полезного сигнала впервые был предложен в 1946 году профессором Робертом Генри Дике [1]. За более чем 60 лет его структурная схема, элементная база и технические средства реализации значительно усовершенствованы [2-4]. Разработана теория статистического синтеза оптимальных алгоритмов обработки сверхширокополосных сигналов собственного радиотеплового излучения [5] и на ее основе синтезирован оптимальный многоканальный модуляционный радиометр [6,7].

Метод обработки сигналов в модуляционном радиометре позволяет устранить смещение оценок полезного сигнала, вызванное внутренними шумами радиометра, но не устраняет влияния нестабильности коэффициента усиления приемника. Для получения достоверных результатов необходимо оценивать коэффициент усиления в процессе измерений.

В работе на основе теории оптимальных статистических решений и оценок параметров вероятностных распределений синтезируется оптимальный алгоритм первичной оценки нестабильного во времени коэффициента усиления приемника на коротких интервалах модулирующей функции, когда вход приемника закрыт.

Точность первичных оценок предлагается повысить оптимальной линейной фильтрацией в фильтре Калмана-Бьюси.

### Постановка задачи

На  $i$ -м интервале модулирующей функции  $[t_i, t_i + \Delta t]$  необходимо найти оптимальные оценки нестабильного во времени коэффициента усиления приемника  $K_0[1 + \xi_i]$ . При этом полагается, что нестабильность коэффициента усиления радиометра  $\xi(t)$  – медленно меняющаяся функция, постоянная на интервалах времени равных периоду модуляции  $\xi_i(t) \approx \xi_i = \text{const}$ .

### Исходные соотношения

Модель уравнения наблюдения на  $i$ -м интервале модулирующей функции имеет вид

$$u_i(t) = u_s(t, \lambda) + u_n(t, \lambda) + n_p(t), \quad (1)$$

где

$$u_s(t, \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} [s_{\text{этл}}(\tau)(1 - m(\tau))] h(t - \tau)[1 + \xi_i] d\tau; \quad (2)$$

$$u_n(t, \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) h(t - \tau)[1 + \xi_i] d\tau; \quad (3)$$

$h(t - \tau)$  и  $\xi_i h(t - \tau)$  – стационарная и флуктуирующая составляющие импульсной характеристики входного тракта радиометра;  $\lambda = \xi_i$  – искомый параметр, описывающий изменения передаточной характеристики во времени;  $m(t)$  – модулирующая функция в виде меандра, принимающая значения нуля или единицы;  $s_{\text{этл}}(t)$  – шумовой сигнал эталонного источника с заранее известной спектральной плотностью мощности (СПМ);  $n(t)$  – внутрен-

ний шум приемника;  $n_p(t)$  – регуляризирующая добавка [8].

Процессы  $s_{\text{этал}}(t)$ ,  $n(t)$  и  $n_p(t)$  – взаимно независимые белые шумы с нулевым средним и автокорреляционными функциями

$$0,5N_{0\text{этал}}\delta(\tau), 0,5N_{0n}\delta(\tau), 0,5N_{0p}\delta(\tau), \quad (4)$$

и соответственно СПМ

$$G_{\text{этал}}(f)=0,5N_{0\text{этал}}, G_n(f)=0,5N_{0n}, G_p(f)=0,5N_{0p}. \quad (5)$$

СПМ  $G_p(f) \ll G_{\text{этал}}(f)$  и  $G_p(f) \ll G_n(f)$ .

Корреляционная функция уравнения наблюдения  $u_i(t)$  имеет вид

$$R_{u_i}(t, \tau, \lambda) \approx K_0^2 [1 + \xi_i]^2 \times \\ \times R_h(\tau) 0,5 [N_{0\text{этал}} [1 - m(t)]^2 + N_{0n}] + 0,5 N_{0p} \delta(\tau), \quad (6)$$

где  $R_h(\tau)$  – автокорреляционная функция импульсной характеристики входного тракта радиометра,  $\tau = t_1 - t_2$ .

Найденная корреляционная функция  $R_{u_i}(t, \tau, \lambda)$  характеризует нестационарный процесс, так как зависит не только от разности  $\tau = t_1 - t_2$ , но и от времени  $t_1 = t$ .

Мгновенную спектральную плотность мощности нестационарного случайного процесса найдем, применив к корреляционной функции (6) обобщенную теорему Хинчина-Винера

$$G_{u_i}(f, t, \lambda) = K_0^2 [1 + \xi_i]^2 |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 \times \\ \times 0,5 \{ [N_{0\text{этал}} [1 - m(t)]^2 + N_{0n}] + N_{0p} \}, \quad (7)$$

где  $|\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} R_h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$  – квадрат модуля нормированной АЧХ входного тракта радиометра.

### Решение оптимизационной задачи

Решение получим методом максимума функционала правдоподобия [8]

$$P[u_i(t) | \lambda] = k(\lambda) \exp \{ -0,5 \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} u_i(t_1) \times \\ \times W_{u_i}(t_1, t_2, \lambda) u_i(t_2) dt_1 dt_2 \} = \max, \quad (8)$$

где  $W_{u_i}(t_1, t_2, \lambda)$  – функция, обратная корреляционной функции наблюдения  $u_i(t)$ ;  $k(\lambda)$  – множитель, зависящий от  $\lambda$ .

Дифференцируя логарифм (8) по  $\lambda$  и переходя в частотную область, получим уравнение правдоподобия [8]

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} G_{u_i}(f, t_1, \lambda) \right] G_{u_i}^{-1}(f, t_1, \lambda) dt_1 df = \\ = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} G_{u_i}(f, t_1, \lambda) \right] \times \\ \times G_{u_i}^{-2}(f, t_1, \lambda) u_i(t_1) u_i(t_2) e^{-j2\pi f(t_1-t_2)} dt_1 dt_2 df. \quad (9)$$

Решив уравнения (9) получим алгоритм оценки коэффициента усиления приемника на  $i$ -м интервале модулирующей функции в частотной области

$$K_0^2 [1 + \xi_i]^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_{\text{опт},i}(j2\pi f) \dot{U}_{[1-m],i}(j2\pi f)|^2 df}{0,5\Delta F \Delta t \{ N_{0\text{этал}} + N_{0n} \}} = \\ = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{U}_{W[1-m],i}(j2\pi f)|^2 df}{0,5\Delta F \Delta t \{ N_{0\text{этал}} + N_{0n} \}} \quad (10)$$

где  $|\dot{K}_{\text{опт},i}(j2\pi f)|^2 = |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 |\dot{K}_{\text{инв},i}(j2\pi f)|^2$  (11) – квадрат АЧХ оптимального фильтра, первый множитель которого соответствует согласованной фильтрации колебаний  $u_i(t)$ , а второй инверсной фильтрации в фильтре с частотной характеристикой

$$|\dot{K}_{\text{инв},i}(j2\pi f)|^2 = \left\{ |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 + \right. \\ \left. + 0,5 \left[ N_{0p} / \left( K_0^2 [1 + \xi_i]^2 (N_{0\text{этал}} + N_{0n}) \right) \right] \right\}^{-1}; \quad (12)$$

$$|\dot{U}_{W[1-m],i}(j2\pi f)|^2 = \left| \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} [1 - m(t)] u(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 \quad (13)$$

– периодограмма Фурье процесса  $[1 - m(t)] u(t)$  в  $i$ -м периоде модулирующей функции усеченного временем  $[t_i, t_i + \Delta t]$ ;  $\Delta F_i = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_{\text{опт},i}(j2\pi f)|^2 df$ ;

$$\Delta t = \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} dt.$$

Воспользовавшись теоремой Парсеваля – Лапласа

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{U}_{W[1-m],i}(j2\pi f)|^2 df = \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} u_{\dot{W}}^2(t) dt$$

перепишем алгоритм (10) во временной области

$$K_0^2 [1 + \xi_i]^2 = \frac{\int_{t_i}^{t_i+\Delta t} u_{\dot{W}}^2(t) dt}{0,5\Delta F \Delta t \{ N_{0\text{этал}} + N_{0n} \}}. \quad (14)$$

Оптимальный алгоритм (14) содержит операции декорреляции уравнения наблюдения в фильтре с частотной характеристикой  $\dot{K}_{\text{опт},i}(j2\pi f)$ , квадратичного детектирование декоррелированных колебаний  $u_{\dot{W}}^2(t)$ , интегрирования в пределах модулирующей функции  $[1 - m(t)]$  на  $i$ -м интервале модуляции, нормировки результатов интегрирования относительно числа некоррелированных отсчетов  $\Delta F \Delta t$  и СПМ эталонного сигнала и внутреннего шума  $0,5\{N_{0\text{этал}} + N_{0n}\}$ , полученных на этапе калибровки.

### Вывод аналитического выражения для предельной погрешности

Предельную погрешность оценивания  $K_0^2 [1 + \xi_i]^2$  получим обращением информационной матрицы Фишера

$$\Phi_{\mu\mu} = -0,5 \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{d}{d\lambda} G_{ii}(f, t, \lambda) \right] \times \left[ \frac{d}{d\lambda} G_{ii}^{-1}(f, t, \lambda) \right] df dt \quad (15)$$

Подставив выражение (7) в (15), находим

$$\sigma_{K_0[1+\xi]}^2 = \Phi_{\mu\mu}^{-1} = 0,5(1 + \xi_i)^2 (\Delta F \Delta t)^{-1} \quad (16)$$

### Вторичная обработка оценок $\xi(t)$

Исследования объектов собственного радиотеплового излучения проводится на более длительных интервалах времени наблюдения, чем один период модулирующей функции  $m(t)$ . Восстановить функцию  $\xi(t)$  на всем интервале времени наблюдения можно методом конкатенации отдельных оценок  $\xi_i$ :

$$\xi(t) = \bar{\xi}^T = \|\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\|.$$

Так как точность оценок искомых параметров собственного радиотеплового излучения на всем интервале времени наблюдения  $T$  значительно выше, чем точность оценок отдельных значений коэффициента усиления приемника на интервале модулирующей функции  $\Delta t$ , то необходимо дополнительно сгладить первичные выходные эффекты алгоритмов (10) и (14), полученных методом максимального правдоподобия.

Алгоритм (10) предполагает усреднение по частотам периодограммы (13). Периодограмма является функцией частоты и как квадрат случайной величины при каждом значении частоты распределена по закону  $\chi^2$ . Радиус корреляции этой функции определяется полосой пропускания радиометра и временем наблюдения. Если полоса пропускания радиометра составляет  $\Delta F = 500 \cdot 10^6$  Гц, а  $\Delta t = 10^{-3}$  с, то результирующий эффект после усреднения (в силу центральной предельной теоремы) будет распределен по нормальному закону. Следовательно, оценки (10) и (14) можно представить в виде суммы математического ожидания и центрированного случайного процесса, который можно считать аддитивным шумом, распределенным по нормальному закону. В такой постановке задача оптимальной вторичной фильтрации оценок  $K_0[1 + \xi_i]$  сводится к линейной фильтрации в реальном масштабе времени фильтром Калмана – Бюси.

Априорные сведения (уравнение сообщения) для линейного фильтра Калмана-Бюси зададим в виде дифференциального уравнения

$$d\xi(t)/dt = A \xi(t) + C \eta(t) \quad (17)$$

описывающего случайный процесс  $\xi(t)$  на выходе формирующего фильтра, на входе которого действует белый шум  $\eta(t)$ , характеризующийся корреляционной функцией  $N_{0\eta} \delta(t_1 - t_2)$ . Структуру фор-

мирующего фильтра определяют априорно известным энергетическим спектром нестабильности коэффициента усиления [9] и описывают фундаментальными матрицами  $A$  и  $C$  [8]. Уравнение наблюдения для фильтрации представим в виде

$$\Delta Y_{\text{ВЫХ}}(t_{k+1}) = H(t_{k+1})\xi(t_{k+1}) + \dot{Y}_{\text{ВЫХ}}(t_{k+1}) \quad (18)$$

где  $H(t_{k+1}) = K_0^2$ ,  $\dot{Y}_{\text{ВЫХ}}(t_{k+1})$  – центрированная случайная добавка, характеризующая недоусредненные остатки периодограммы (13). Дискретные отсчеты случайного процесса  $\dot{Y}_{\text{ВЫХ}}(t_{k+1})$ , следующие через интервалы времени  $\Delta t$  и равные периоду модулирующей функции полагаем независимыми с дисперсией (16).

### Имитационное моделирование полученных алгоритмов

Для подтверждения полученных результатов в программе Simulink разработана модель (рис. 1) многоканального модуляционного радиометра [6, 7] с дополнительным каналом оценки  $K_0[1 + \xi_i]$ .

Оцениванию подлежат яркостные температуры полезного сигнала  $T_s$  (алгоритм (17) [6]), внутреннего шума  $T_n$  (алгоритм (16) [6]) и эталонного источника  $T_{\text{этал}}$  (алгоритм (15) [6]), связанные с СПМ соотношениями

$$T_s = k_B^{-1} N_{0s}, \quad T_n = k_B^{-1} N_{0n}, \quad T_{\text{этал}} = k_B^{-1} N_{0\text{этал}} \quad (19)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $N_{0s}$  – СПМ полезного сигнала. Здесь  $T_s$  – основной параметр собственного радиотеплового излучения объектов исследования,  $T_n$  – помеха подлежащая компенсации,  $T_{\text{этал}}$  – температура, используемая в алгоритме (14).

Поясним работу модели. В блоке Signals формируется уравнение наблюдения  $u(t)$ , сигнал эталонного генератора  $s_{\text{этал}}(t)$  и модулирующие функции  $m(t)$  и  $1 - m(t)$ . Уравнение наблюдения проходит усилительный каскад  $K_0(t)$ , в котором коэффициент усиления изменяется по случайному закону. Функция, описывающая нестабильность коэффициента усиления, была сформирована в результате прохождения белого шума через формирующий фильтр с частотной характеристикой  $K(j\omega) = 1/(1 + j\omega T)$ , где  $T = 1/f_{\xi_{\text{max}}}$  – постоянная времени RC-цепочки,  $f_{\xi_{\text{max}}}$  – максимальная частота в энергетическом спектре нестабильности коэффициента усиления [9].

Уравнение наблюдения с выхода блока  $K_0(t)$  поступает в три канала, которые соответствуют оптимальным алгоритмам [6,7] обработки сигналов в модуляционном радиометре.

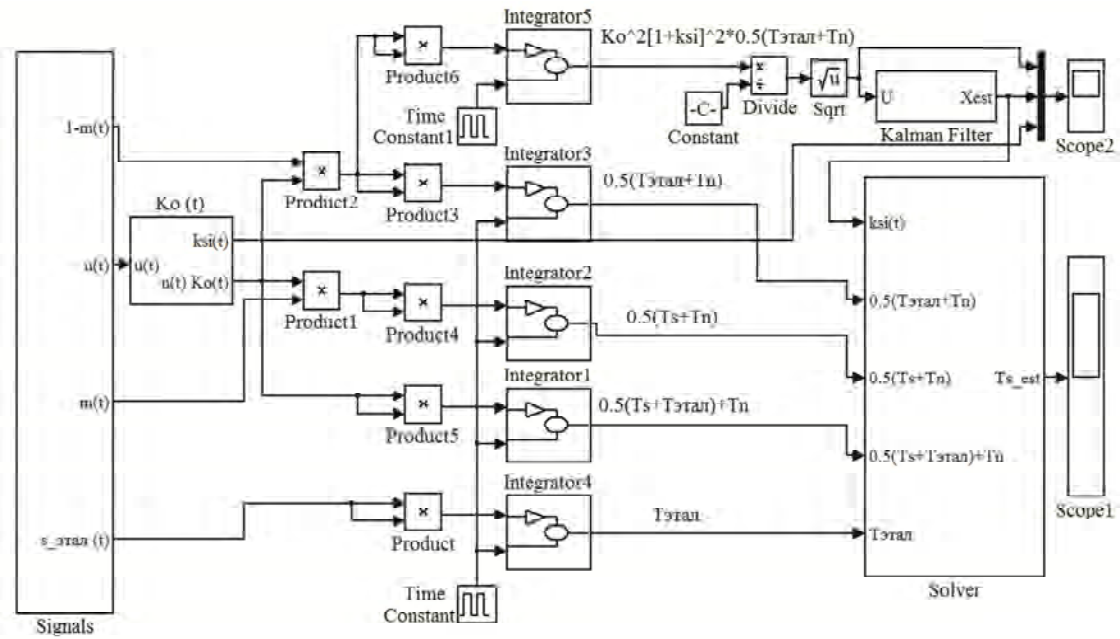
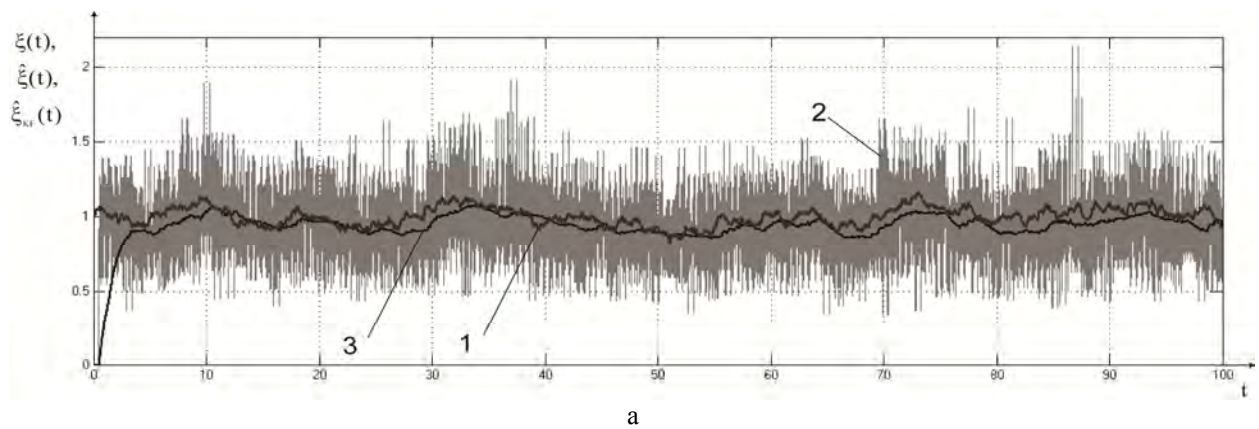


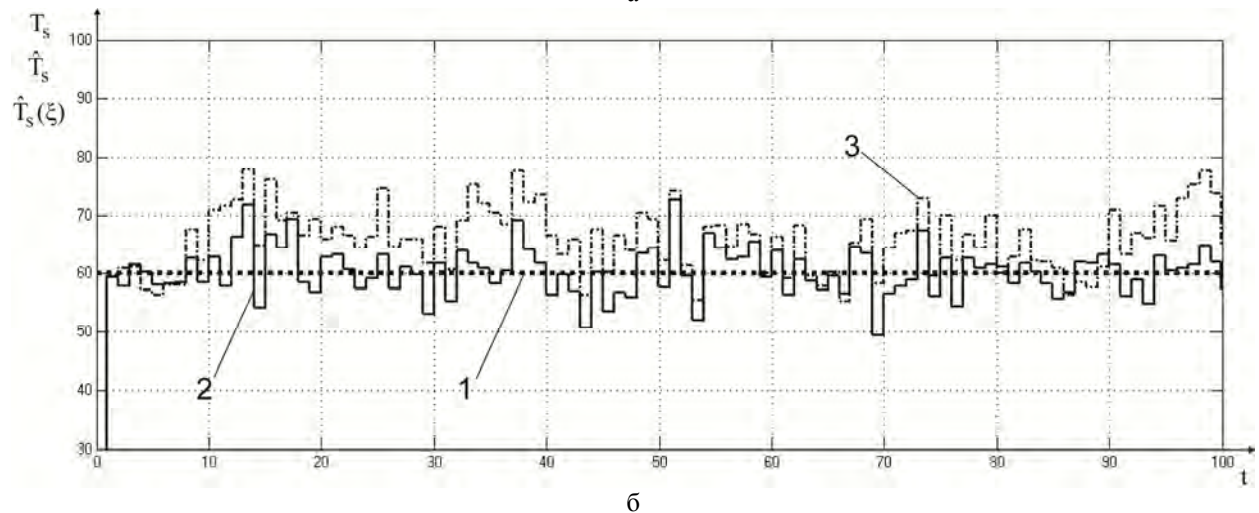
Рис. 1. Імітаційна модель багатоканального модуляційного радіометра з текущим контролем коефіцієнта усилення приймача

Після квадратичного детектування і інтегрування отримані оцінки  $0,5(\hat{T}_{\text{etal}} + \hat{T}_n)$ ,  $0,5(\hat{T}_s + \hat{T}_n)$ ,  $0,5(\hat{T}_s + \hat{T}_{\text{etal}}) + \hat{T}_n$ , залежачі від нестабільності коефіцієнта усилення. Згідно алгоритму (14) в додатковому каналі (виділен

штриховою лінією на рис. 1) формуються первичні оцінки  $\hat{\xi}(t)$ . В блоці Kalman Filter вони згладжуються. Окончателіні вирахування і нормування виконуються в блоці Solver. Результати роботи моделі зображені на рис. 2.



а



б

Рис. 2. Результати роботи імітаційної моделі багатоканального модуляційного радіометра

На рис. 2, а показан сигнал с выхода генератора функции  $\xi(t)$  (кривая 1), оценка  $\hat{\xi}(t)$  на первичном этапе обработки (кривая 2) и результат вторичной фильтрации  $\hat{\xi}_{KF}(t)$  в фильтре Калмана-Бюси (кривая 3).

На рис. 2, б показано истинное значение  $T_s$  (кривая 1), оценка  $\hat{T}_s(\xi)$  без компенсации нестабильности коэффициента усиления приемника (кривая 2) и  $\hat{T}_s$  с учетом оценок  $\hat{\xi}_{KF}(t)$  (кривая 3).

В первом случае СКО ошибки составляет 8.544 К, а во втором 7.27 К, при этом предельная чувствительность модуляционного радиометра или предельное СКО ошибки оценивания  $T_s$  равно 2.7 К.

## Выводы

Синтезирован оптимальный алгоритм оценки нестабильного коэффициента усиления приемника в модуляционном СВЧ радиометре.

Оптимальные операции содержат согласованную и инверсную фильтрации, квадратичное детектирование, накопление сигналов и нормировку относительно величин, полученных на этапе калибровки.

Найдены аналитические выражения для предельной погрешности оценивания искомого параметра.

Показано, что оценки, полученные методом максимального правдоподобия, необходимо дополнительно сглаживать в реальном масштабе времени фильтром Калмана – Бюси.

Проведено имитационное моделирование, подтверждающее полученные в работе результаты и выводы.

Так СКО ошибочного оценивания  $\hat{T}_s$  при регулярном контроле коэффициента усиления уменьшается на 17,5 %.

## Список литературы

1. Dicke, R. H. *The Measurement of Thermal Radiation at Microwave Frequencies* [Text] / R. H. Dicke // *Review of Scientific Instruments*. – 1946. – Vol. 17. – P. 268–275.
2. Спутниковые СВЧ радиометрические комплексы дистанционного зондирования Земли. Современное состояние и тенденции развития [Текст] / М. В. Данилычев, В. Ф. Кравченко, Б. Г. Кутуза, Д. В. Чуриков // *Физические основы приборостроения*. – 2014. – Т. 3, № 1. – С. 3–25.
3. Радиоизлучение Земли как планеты / А. Е. Баширинов, А. С. Гурвич, С. Т. Егоров. – М. : Наука, 1974. – 187 с.
4. Волосюк, В. К. Статистический синтез оптимальных и квазиоптимальных одноантенных радиометров модуляционного типа / В. К. Волосюк, В. В. Павликов // *Физические основы приборостроения*. – 2012. – Т. 1, № 1. – С. 86–100.
5. Волосюк, В. К., Кравченко, В. Ф., Павликов, В. В., Шифрин, Я. С. Новые методы оптимальной и квазиоптимальной пространственно-временной обработки сигналов радиотеплового излучения в сверхширокополосных устройствах и системах // *Анализ и синтез сложных систем в природе и технике : Международная научно-техн. конф. : сб. науч. труд. 2013. С. 22–28.*
6. Волосюк, В. К. Синтез оптимальных алгоритмов обработки радиотепловых сигналов в радиометрических приемниках модуляционного типа [Текст] / В. К. Волосюк // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2014. – № 2. – С. 5–10.
7. Волосюк, В. К. Синтез оптимального сверхширокополосного модуляционного радиометра [Текст] / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, С. С. Жила // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2014. – № 3. – С. 45–50.
8. Волосюк, В. К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст] / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2008. – 264 с.
9. Шум вида 1/f в радиометре полной мощности [Текст] / П. Г. Цыбульев, М. В. Дугин, А. Б. Берлин, Н. А. Нижельский, Д. В. Кратов, Р. Ю. Удовицкий // *Астрофизический бюллетень*. – 2014. – Т. 69, № 2. – С. 256–262

Поступила в редколлегию 4.09.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. А. А. Зеленский, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина, Харьков.

## ОПТИМАЛЬНА ОЦІНКА КОЕФІЦІЄНТА ПІДСИЛЕННЯ ПРИЙМАЧА У НВЧ МОДУЛЯЦІЙНИХ РАДІОМЕТРАХ

С. С. Жила, Нгуєн Нгок Вінх Хао, О. В. Одокієнко

*Синтезований оптимальний алгоритм оцінки нестабільного у часі коефіцієнта підсилення приймача у НВЧ модуляційному радіометрі. Отримані аналітичні вирази для граничних похибок оцінювання. Обґрунтована доцільність фільтрації оцінок у реальному масштабі часу фільтром Калмана-Бюсі.*

**Ключові слова:** НВЧ модуляційний радіометр, оптимальний алгоритм, гранична похибка оцінювання, фільтр Калмана-Бюсі.

## RECEIVER GAIN OPTIMAL ESTIMATION IN MICROWAVE CHOPPER RADIOMETERS

S. S. Gila, Nguen Ngoc Vin Hao, O. V. Odokienko

*The optimal algorithm of estimation receiver unstable gain of microwave chopper radiometer is synthesized. Analytical expressions for limiting errors of estimation are derived. Reasonability of estimates filtration in true time by Kalman filter is proved.*

**Keywords:** microwave chopper radiometer, optimal algorithm, limit error of estimation, Kalman filter.