УДК 621.391

Д.В. Агеев

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЫБОРА ПУТЕЙ ПЕРЕДАЧИ MULTICAST ТРАФИКА СОГЛАСНО КРИТЕРИЮ МАКСИМУМА ПРИБЫЛИ ОПЕРАТОРА СВЯЗИ

В данной статье предлагается математическая постановка и решение задачи выбора путей передачи multicast трафика от узла источника к абонентским узлам согласно критерию максимума прибыли оператора связи. Решение данной задачи сводится к нахождению дерева, покрывающего абонентские узлы и подмножество транзитных узлов сети.

Ключевые слова: *multicast трафик, критерий максимума прибыли оператора связи.*

Введение

Бурное развитие информационных технологий и их широкое распространение выдвигает повышенные требования к телекоммуникационным системам. Удовлетворение выдвигаемых к телекоммуникационным системам требований возможно как за счет развития методов управления сетью, так и за счет развития методов проектирования. Одной из задач, решаемых в процессе проектирования мультисервисных телекоммуникационных систем, является задача выбора путей передачи информационных потоков между участниками информационного обмена. В зависимости от количества источников и адресатов, участвующих в информационном обмене, методы маршрутизации подразделяются на unicast, broadcast и multicast. **Данная статья** посвящена задаче выборе маршрутов доставки multicast трафика.

Multicast – это метод, который позволяет доставлять трафик от одного источника некоторой группе абонентских узлов, называемых multicast группой. При реализации multicast доставки чаше всего используют пути, которые имеют древовидную структуру с созданием копий передаваемых сообщений в узлах ветвления дерева. Такой метод имеет то преимущество, что обеспечивается минимум количества копий сообщений доставляемых multicast группе.

Наличие большого количества операторов связи, функционирующих в условиях конкуренции на одной и той же территории, а также быстрое моральное устаревание современных телекоммуникационных систем приводит к изменению критериев оптимальности, используемых при проектировании. В качестве критерия оптимальности принятого проектного решения автором предлагается использовать критерий максимума прибыли оператора связи.

В данной статье приведена математическая постановка и решение задачи нахождения путей доставки multicast трафика согласно критерию максимума прибыли оператора связи.

1. Математическая модель и постановка задачи

Проектируемая телекоммуникационная система имеет иерархическую структуру и содержит сеть доступа, сеть агрегации доступа и магистральный сегмент. Магистральный сегмент соединяет каналами связи пограничные коммутаторы, которые обеспечивают подключение сети агрегации доступа в магистральный сегмент. В состав сети агрегации доступа входят узлы агрегации и узлы доступа. Сеть агрегации и магистральный сегмент имеет многосвязную топологию. К узлам доступа подключаются абоненты сети с использованием радиальной топологии. В состав сети входит узел-источник multicast трафика, который передает информационный поток абонентским узлам, составляющих multicast группу.

Рассмотрим постановку задачи нахождения маршрутов доставки multicast трафика согласно критерию максимума прибыли провайдера инфотелекоммуикаионных услуг. Зададим исходные данные следующим образом: $Z^{UN} = \left\{z_i^{UN}\right\}$ – множество абонентов сети – потребителей инфотелекоммуникационных услуг, составлюющие multicast группу; $Z^{SN} = \left\{z_i^{SN}\right\}$ – множество узлов коммутации составляющих телекоммуникационную сеть; $Z = Z^{SN} \bigcup Z^{AN} \bigcup Z^{EN}$ – множество узлов сети, z^S – узел-источник multicast трафикаТопология сети задана матрицей инцидентности $B^Z = \left\|b_{ij}^Z\right\|$, где

$$b_{ij}^Z = \begin{cases} 1, \text{ если } z_i \text{ связан с } z_j \text{ каналом связи;} \\ 0, \text{ иначе;} \end{cases}$$

$D^Z = \left\|d_{ij}^Z\right\|$ – матрица приведенных затрат на передачу информационного потока через канал связи (i, j); $P(z_i^{UN})$ – доход, получаемый оператором связи при предоставлении абоненту z_i^{UN} услуги.

Таким образом, ставится задача определить группу абонентов сети, которым предоставляется телекоммуникационная услуга и определить маршруты доставки информационного трафика от узла источника до абонентских узлов, так чтобы прибыль оператора связи, определяемая как разность дохода от предоставления услуги и приведенных затрат на обеспечение передачи информационных потоков, была максимальной.

Построим математическую модель решения задачи. Введем следующее обозначения:

$B^T = \left\| b_{ij}^T \right\|$ – матрица, определяющая набор каналов связи используемых для передачи multicast трафика, где b_{ij}^T=1, если канал связи (i,j) используется для передачи multicast трафика, иначе b_{ij}^T=0;

$\vec{B}^{UN} = \left(b_i^{UN} \right)$ – вектор, определяющий перечень абонентов сети, которым предоставляется телекоммуникационная услуга, где $b_i^{UN} = 1$, если абоненту z_i^{UN} предоставляется телекоммуникационная услуга, иначе b_i^{AN}=0.

Математическая модель имеет следующий вид:

$$\sum_{i, z_i \in Z^{UN}} P\left(z_i^{UN}\right) b_i^{UN} - \sum_{i,j,\, i<j,\, z_i, z_j \in Z} b_{ij}^T d_{ij}^Z \to \max \; ; \quad (1)$$

$$\exists\left(z_{k_1}; \ldots; z_{k_n}\right), b_{k_m k_{m+1}}^T = 1, z_{k_m} \in Z, m = 1 \ldots n-1,$$

$$k_1 = 1, k_n = j, z_1 = z^S, \forall j, z_j \in Z^{UN}, b_j^{UN} = 1 . \quad (2)$$

Условие (2) гарантирует, что для каждого абонента сети, которому предоставляется услуга, существует маршрут доставки информационного потока от узла-источника (существует путь между узлом-источником и абонентским узлом).

2. Решение задачи

Одной из сложных проблем, решаемых при реализации технологии передачи multicast трафика, является определение множества путей доставки информации от источника к каждому из абонентских узлов, которому предоставляется данная услуга, так чтоб обеспечивался минимум суммарных затрат на передачу. Совокупность данных путей образует дерево (иначе, учитывая возможность создания копий передаваемого сообщения, удаление ребра образующего цикл приводит к уменьшению суммарных затрат без потери функциональности). Данная проблема известна в иностранной литературе как multicast routing tree problem (MRT). Решению данной задачи посвящено множество работ, среди которых можно отметить [1, 2]. Однако, не смотря на большое количество работ, не известны методы точного решения задачи за полиноминальное время.

Решение поставленной задачи сводиться к нахождению кратчайшего связанного дерева с корнем в z^S, покрывающего заданное множество узлов (множество Z^{UN}), при этом во множество узлов, покрываемых деревом, могут включаться дополнительные узлы (множество Z^{SN}). В такой постановке данная задача аналогична классической задаче Штейнера на графе. В рассматриваемой задаче, в отличие от классической, допускается изменять множество «терминальных» узлов (множество Z^{UN}) и, кроме функции затрат на организацию связей между узлами, вводятся доходы на включение в состав дерева узлов. Приведенная модификация классической задачи Штейнера аналогична известной в иностранной литературы задаче PCST (Prize-Collecting Steiner Tree Problem) [3 – 6].

Зададим исходный граф $\Gamma = (V, E)$, где V – множество вершин графа, E – множество ребер. В качестве вершин графа примем множество узлов сети Z: V = Z, обозначим: V^{UN} – множество «терминальных» узлов, $V^{UN} = Z^{UN}$; V^{SN} – множество «точек Штейнера», $V^{SN} = Z^{SN}$; v^S – узел источник трафика, $v^S = Z^S$. Ребрами графа являются каналы связи, использование которых возможно при доставке трафика от источника к абонентам сети:

$$(i, j) \in E, b_{ij}^Z = 1 .$$

Припишем каждому ребру вес, равный затратам на передачу информационного трафика через канал связи (i,j)

$$c : E \to \Re^{\geq 0}, \; c\left(e_{ij}\right) = d_{ij}^Z .$$

Каждой вершине графа припишем вес, равный доходу $p(v_i)$:

$$p : V \to \Re^{\geq 0}, \quad p\left(v_i\right) = P\left(z_i^{UN}\right), \; v_i \in V^{UN} ;$$

$$p\left(v_i\right) = 0, \; v_i \notin V^{UN} .$$

Ставится задача: найти подграф $T = \left(V_T, E_T\right)$ графа Γ, $V_T \subseteq V$, $E_T \subseteq E$, являющийся покрывающим множество V_T деревом, такое, что:

$$F(T) = \sum_{v_i \in V_T} p\left(v_i\right) - \sum_{e_{ij} \in E_T} c\left(e_{ij}\right) \to \max . \quad (3)$$

Обозначим как P_{max} – максимальное значение получаемого дохода (доход, получаемый провайдером при подключении всех абонентов к сети):

$$P_{max} = \sum_{v_i \in V^{UN}} p\left(v_i\right) = \sum_{v_i \in V} p\left(v_i\right) .$$

Вычтем из левой и правой части целевой функции P_{max}:

$$F(T) - P_{max} = \sum_{v_i \in V_T} p\left(v_i\right) - \sum_{v_i \in V} p\left(v_i\right) - \sum_{e_{ij} \in E_T} c\left(e_{ij}\right) =$$

$$= -\sum_{v_i \notin V} p(v_i) - \sum_{e_{ij} \in E_T} c(e_{ij}) \to \max .$$

Таким образом, задача (1), (2) аналогична задаче:

$$F'(T) = \sum_{v_i \in V} p(v_i) + \sum_{e_{ij} \in E_T} c(e_{ij}) \to \min . \qquad (4)$$

В работе [3] показано, что задача (3) является NP-сложной, в то время как для задачи (4) имеется несколько эффективных приближенных алгоритмов.

Для уменьшения размерности решаемой задачи применяется подготовительный этап. Операции, выполняемые для уменьшения размерности классической задачи Штейнера, не подходят напрямую для PCST-задачи. Ниже приведен адаптированный вариант, построенный на базе процедур, описанных в [4]. Суть данного этапа заключается в преобразовании графа $\Gamma(V, E, c, p)$ в сокращенный граф $\Gamma'(V', E', c', p')$ с использованием описанных ниже шагов и обратном преобразовании полученного решения T' в T.

1. Примем g_{ij} – длина кратчайшего пути между любыми вершинами v_i и v_j, $v_i, v_j \in V$ (учитываются только веса ребер). Если $\exists e = (i, j)$ такое, что $g_{ij} < c_{ij}$, тогда ребро e может быть удалено из графа Γ.

2. Рассмотрим вершину $v \in V^{SN}$ со степенью $l \ge 3$, соединенную с вершинами из множества $Adj(v) = \{v_1, v_2, ..., v_l\}$. Для любого подмножества $K \subset V$, обозначим как $MST_g(K)$ кратчайшее связанное дерево для K с расстояниями g_{ij}. Если

$$MST_g(K) \le \sum_{w \in K} c_{vw}, \quad \forall K \subseteq Adj(v), \quad |K| \ge 3 ,$$

тогда степень вершины v в оптимальном решении должна быть равна нулю или двум. Таким образом, мы можем удалить вершину v из графа Γ и заменить каждую пару $(v_i, v), (v, v_j)$ парой (v_i, v_j) добавлением нового ребра $e = (i, j)$ со стоимостью

$$c(e) = c((v_i, v)) + c((v, v_j)) - p(v)$$

или если ребро $e = (i, j)$ уже существует, то присвоить ему стоимость

$$c(e) = \min\{c(e), c((v_i, v)) + c((v, v_j)) - p(v)\}.$$

Упрощенную версию данной процедуры необходимо применить для всех вершин $v \in V$ со степенью $l = 1$ и $l = 2$.

3. Если смежные вершины $v_i, v_j \in V^{AN}$ такие, что:

$$\min\{p(v_i), p(v_j)\} - c_{ij} > 0 \text{ и } c_{ij} = \min_{(i,k)} c_{ik} ,$$

тогда v_i и v_j могут быть объединены в одну вершину с весами

$$p(v) = p(v_i) + p(v_j) - c_{ij} .$$

В работе [7] предлагается эффективный алгоритм решение задачи PCST с использованием метода ветвей и сечений (branch-and-cut) для ориентированного графа с корневой вершиной. Задачу PCST предлагается решать, как задачу целочисленного программирования, с использованием ограничений на минимальный вес сечения, для обеспечения связности, получаемого в результате решения, графа. Преобразуем полученный на подготовительном этапе сокращенный граф $\Gamma'(V', E', c', p')$ в ориентированный реберно-взвешенный граф $\Gamma_D(V_D, E_D, c'')$ с использованием идеи изложенной в работе [6].

Множество вершин графа $V_D = V'$ содержит вершины сокращенного графа. Множество дуг E_D содержит по две направленные дуги (i, j) и (j, i) для каждого ребра $(i, j) \in E', v_i, v_j \notin V^S$, по одной направленной дуги (i, j) для каждого ребра $(i, j) \in E', v_i \in V^S, v_j \in V' \setminus V^S$. В качестве весов дуг графа Γ_D примем величины c''_{ij}:

$$c''_{ij} = \begin{cases} c'_{ij} - p'_j & \forall (i, j) \in E_D, i \ne r; \\ 0 & \forall (r, j) \in E_D. \end{cases}$$

Пример преобразования графа приведен на рис. 1. Подграф T_D графа Γ_D является деревом с корнем в вершине v^S. Подграф T_D является решением задачи PCST.

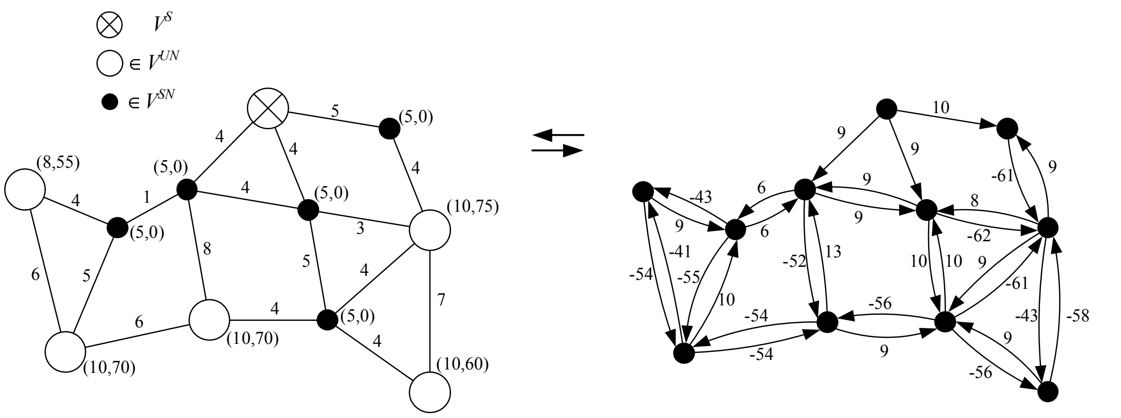

Рис. 1. Пример преобразования графа Γ' в Γ_D

Опишем математическую модель решения задачи нахождения дерева Штейнера минимальной длины T_D в ориентированном графе Γ_D как задачу целочисленного линейного программирования. Введем векторы $x \in \{0,1\}^{|E_D|}$ и $y \in \{0,1\}^{|V_D|-1}$:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & (i,j) \in T_D; \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases} \quad \forall (i,j) \in E_D;$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & v_i \in T_D; \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases} \quad \forall v_i \in V_D, v_i \neq v^S.$$

Для обеспечения условия связности введем понятие сечения, отделяющую заданную вершину от корневой. Необходимым условием связности графа является то, что должна быть дуга, пересекающая данное сечение. Обозначим: V'_D – множество вершин графа Γ_D $V'_D \subset V_D$ и комплементарное множество $\bar{V}'_D \subset V_D \setminus V'_D$, разделенные ориентированными сечениями: $\delta^+(V'_D) = \{(i,j) \mid i \in V'_D, j \in \bar{V}'_D\}$ и $\delta^-(V'_D) = \{(i,j) \mid i \in \bar{V}'_D, j \in V'_D\}$.

Математическую модель целочисленного линейного программирования можно записать как

$$\sum_{(i,j) \in E_D} c''_{ij} x_{ij} + \sum_{v_i \in V_D} p(v'_i) \to \min \qquad (5)$$

при условии:

$$\sum_{(j,i) \in E_D} x_{ji} = y_i; \quad \forall v_i \in V_D \setminus \{v^S\}; \qquad (6)$$

$$x\left(\delta^-(V'_D)\right) \geq y_k \text{ Ю } k \in V'_D, v^S \notin V'_D, \forall V'_D \subset V_D; \qquad (7)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0,1\}, \ \forall (i,j) \in E_D, \forall v_i \in V_D \setminus \{v^S\}. \qquad (8)$$

Условие (6) гарантирует, что степень входа для вершин результирующего дерева равна единице. Условие (7) гарантирует, что для каждой вершины v результирующего дерева существует ориентированный путь из корня v^S в v.

Алгоритм решения задачи (5) – (8) приведен в [7]. Полученное в результате дерево Штейнера T_D с использованием обратной процедуры преобразовывается в дерево T исходного графа Г, которое описывает топологию проектируемого фрагмента сети.

Заключение

В статье приведена постановка и решена задача нахождения путей доставки multicast трафика от узла источника до абонентских узлов согласно критерию максимума прибыли оператора связи. В результате проведенного анализа в статье пришли к выводу, что данная задача может быть сведена к задаче PCST – разновидности задачи Штейнера на графе.

Предложенный метод решения задачи может быть использован при проектировании мультисервисных телекоммуникационных систем, в которых предоставляются телекоммуникационные услуги, использующие multicast передачу информационных потоков, такие как «Triple Play» и «Multy Play» при предоставлении услуг IP-TV, IP-Radio и др.

Список литературы

1. *Ballardie A. Core-based trees (CBT) – An architecture for scalable inter-domain multicast routing / A. Ballardie, P. Francis, J. Crowcroft // Computer Communication Review. – 1993. – 23 (4). – P. 85-95.*
2. *Berry L.T.M. Graph theoretic models for multicast communications / L.T.M. Berry // Computer Networks and ISDN Systems. – 1990. – 20 (1). – P. 95-99.*
3. *Feigenbaum J. Sharing the cost of multicast transmissions / J. Feigenbaum, C.H. Papadimitriou, S. Shenker // Journal of Computer and System Sciences. – 2001. – 63 (1). – P. 21-41.*
4. *Duin C.W. Some generalizations of the Steiner problem in graphs / C.W. Duin, A. Volgenant // Networks. – 1987. – 17 (2). – P. 353-364.*
5. *Segev A. The node-weighted Steiner tree problem / A. Segev // Networks. – 1987. – 17. – P. 1-17.*
6. *Fischetti M. Facets of two Steiner arborescence polyhedra / M. Fischetti // Mathematical Programming. – 1991. – 51. – P. 401-419.*
7. *An algorithmic framework for the exact solution of the prize-collecting steiner tree problem / I. Ljubić, R. Weiskircher, U. Pferschy, G. Klau, P. Mutzel, M. Fischetti // Mathematical Programming. – 2006. – Series B. – 105 (2-3). – P. 427-449.*

Поступила в редколлегию 25.03.2010

Рецензент: д-р техн. наук, доц. А.В. Лемешко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ВИБОРУ ШЛЯХІВ ПЕРЕДАЧІ MULTICAST ТРАФІКУ ЗГІДНО КРИТЕРІЮ МАКСИМУМУ ПРИБУТКУ ОПЕРАТОРА ЗВ'ЯЗКУ

Д.В. Агєєв

У даній статті пропонується математична постановка і рішення задачі вибору шляхів передачі multicast трафіку від вузла джерела до абонентських вузлів згідно критерію максимуму прибутку оператора зв'язку. Рішення даної задачі зводиться до знаходження дерева, що покриває абонентські вузли і підмножину транзитних вузлів мережі.

Ключові слова: *multicast трафік, критерій максимуму прибутку оператора зв'язку.*

DECISION OF TASK OF CHOICE OF WAYS OF TRANSMISSION OF MULTICAST OF TRAFFIC IN OBEDIENCE TO CRITERION OF A MAXIMUM OF INCOME OF OPERATOR OF CONNECTION

D.V. Ageev

In this article the mathematical raising and decision of task of choice of ways of transmission of multicast traffic is offered от the knot of source to the knots of subscribers in obedience to the criterion of a maximum of income of operator of connection. The decision of this task is taken to finding of tree, covering the knots of subscribers and subset of knots of transits of network.

Keywords: *multicast traffic, criterion of a maximum of income of operator of connection.*