

УДК 623.004.67

С.Л. Котлярова, В.В. Ромашенко, П.А. Саприкіна

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ВИТРАТОМІРІВ ПРИ СКЛАДНИХ КІНЕМАТИЧНИХ СТРУКТУРАХ ПОТОКУ

В статті розглянуті особливості імітаційного методу дослідження метрологічних характеристик електромагнітних витратомірів при складному профілі потоку. Приведені вирази для поверхневих вагових функцій при граничних режимах течії: турбулентному і ламінарному.

Ключові слова: електромагнітні витратоміри; магнітне поле; кінематична структура потоку; об'ємна вагова функція.

Вступ

Постановка задачі. При дослідженні метрологічних характеристик електромагнітних витратомірів імітаційним методом, який називають також непрямым, основна проблема полягає у вимірюванні магнітного поля в каналі. Недостатньо зміряти магнітне поле в невеликій локальній області (наприклад, в центрі каналу), необхідно мати повну інформацію про його значення і топографію у всій робочій зоні каналу. Крім того, необхідно враховувати геометрію каналу і розподіл швидкості потоку.

Аналіз літератури У роботах [1,2] отриманий вираз для сигналу витратоміру через "поверхневу вагову функцію".

Метою статті є дослідження електромагнітних витратомірів імітаційним методом, що володіє простотою виконання вимірювань і достатньою точністю отриманого результату.

Основний матеріал

Вимірювання розподілу неоднорідного магнітного поля традиційними методами (за допомогою теслометра) виявилось практично нездійсненним із-за складності вимірювань і низької точності отриманого результату. Спроби виключити необхідність вимірювання магнітного поля, орієнтуючись на розрахункове його визначення, також виявились безрезультатними. Неоднорідність розподілу магнітного поля в каналі залежить від багатьох чинників, деякі з них важко контрольовані, наприклад, щільність намотування котушок індуктора, магнітні властивості матеріалу трубопроводу, неточність виготовлення і збірки магнітопроводу, якість збірки первинного перетворювача в цілому і ін. Два прилади навіть одного і того ж серію і типорозмера, виготовлені за однією і тією ж технологією, можуть істотно відрізнятись по функції розподілу індукції магнітного поля в каналі.

Необхідне принципово інше рішення задачі дослідження електромагнітних витратомірів імітаційним методом, що володіє простотою виконання вимірювань і достатньою точністю отриманого результату.

Оскільки магнітне поле можна описати скалярним магнітним потенціалом, який однозначно визначається своїм значенням на поверхні каналу або площини, що проходить через вісь каналу і лінію, що сполучає електроди, то сигнал U витратоміру можна записати у вигляді

$$U = v_0 \int_S B_n G_1 dS,$$

де G_1 – поверхнева вагова функція, залежна від кінематичної структури потоку; B_n — нормальна до поверхні S компонента магнітного поля; v_0 — середня швидкість потоку. Введення поняття "Поверхневої вагової функції" дозволило описати сигнал витратоміру при істотно меншому об'ємі необхідної інформації про магнітне поле в робочій зоні каналу і, тим самим, не тільки відкрити реальну можливість дослідження електромагнітних витратомірів безпроливним способом, але і істотно спростити їх розрахунок.

Для вимірювання магнітного поля в робочому об'ємі каналу була запропонована конструкція перетворювача магнітного поля (зонда), що є спеціальною плоскою індукційною котушкою, що розташовується в каналі на внутрішній поверхні каналу або в площині осі каналу і лінії, що сполучає електроди.

Фізичною основою створення перетворювача магнітного поля у вигляді поверхневої або плоскої індукційної котушки з'явилась можливість відновити характеристику магнітного поля у всьому робочому об'ємі каналу по характеристиці розподілу на вказаних поверхнях.

Якщо витки котушки розподілені по лініях поверхневої вагової функції W_n , а котушка поміщена в канал в площині, що проходить через вісь каналу і лінію, що сполучає електроди, то напругу, що індуктується в котушці, пропорційно напрузі, що виникає між електродами при русі потоку рідини з відповідним розподілом швидкості. Таким чином, імітаційна модель з перетворювачем магнітного поля у вигляді плоскої індукційної котушки, виконаної по поверхневій ваговій функції, дозволяє моделювати прилади різної конструкції при різних гідродинамічних режимах і структурах потоку.

Підкреслимо цінність можливості моделювання за допомогою зонда поверхневої вагової функції витратоміру. Остання залежить від геометрії каналу, кінематичної структури потоку, розподілу фазового складу вимірюваного середовища в каналі, рівня заповнення рідиною каналу при безнапірному потоці. Отже, безпроливним методом можна досліджувати метрологічні характеристики витратоміру при зміні кожного з перерахованих чинників окремо або всіх їх разом. Для цього досить застосувати зонд, виконаний з урахуванням тієї поверхневої вагової функції, яка відображає який-небудь досліджуваний чинник або їх сукупність.

Розглянемо докладніше можливість дослідження електромагнітних витратомірів імітаційним методом при складних кінематичних структурах потоку, коли дослідження за допомогою проливних витратомірних установок із-за складності і дорожнечі вживаного устаткування практично нереальні, особливо у разі витратомірів великого діаметру.

Відомо, що розвиток і вдосконалення електро- і теплоенергетичних об'єктів, рішення питань захисту екологічного середовища вимагають все більш точних і надійних засобів вимірювань витрати води і теплоносіїв на основі води в напірних трубопроводах. Вимірювання витрати електропровідних середовищ з складною структурою потоку, що часто змінюється, кінематичною, необхідне і при рішенні технологічних задач в хімічній і металургійній промисловості, при виробництві засобів мікроелектроніки і ін.

Сигнал, що порушується на електродах електромагнітного витратоміру, визначається розподілом швидкості потоку по поперечному перетину каналу, усередненим з так званою об'ємною ваговою функцією, залежною тільки від геометрії каналу витратоміру. Ця властивість не характерна для інших перетворювачів витрати, в яких вимірюваною величиною найчастіше є локальна швидкість потоку.

Відмінності умов вимірювання в трубах малого (20...80 мм) і великого (200...2000 мм) діаметрів приводять до різних кінематичних структур потоку в робочому об'ємі витратоміру.

Витратоміри малого діаметру майже завжди можна встановити достатньо далеко від трубопровідної арматури, і профіль потоку в трубах малого діаметру з високим ступенем точності можна вважати осесиметричним. Проте вимога переходу до діапазону 1 : 1000 неминуче приводить до перебудови профілю швидкості усередині допустимого діапазону витрат.

Потоки в трубах великого діаметру завжди турбулентні. Тут витратоміри часто потрібно встановити поблизу трубопровідної арматури. Профіль швидкості істотно асиметричний. Такі потоки характерні для магістральних, дериватів, розподільних і технологічних трубопроводів, що поставляють воду від насосних станцій до енергетичної системи, що діє, або відвідних від неї воду.

Потоки, як правило, протікають при температурі 5...35 °С, проте в системах теплопостачання температура рідкого теплоносія може досягати 150...180 °С. У холодній воді можлива незначна кількість піску, мула, водоростей і навіть дрібної риби. Як правило, для зниження кількості домішок на всмоктуючій частині насоса ставлять фільтри. Швидкість рідини не перевищує 1,5...3,5 м/с, причому, чим більше діаметр трубопроводу, тим нижче номінальна швидкість потоку.

Трубопроводи малих і середніх діаметрів (400...1200 мм) виготовляють зазвичай із сталі, а великих діаметрів — із залізобетону. Їх прокладають під землею на глибині 2...3 м від її поверхні. Доступ для установки витратомірів зазвичай можливий в найбільш незручному для вимірювань місці: у зігнутого відведення трубопроводу від насоса, підведення до якого-небудь агрегату, відстійника, баку або усередині колодязя, де розташована замочна засувка, дисковий затвор, зворотний клапан або відвідний трійник. Як відомо, розподіл швидкості потоку тут часто має істотно асиметричну епіюру. Крім того, в цих місцях обмежений доступ до трубопроводу, оскільки він зазвичай лежить безпосередньо на бетонній підставі або близько примикає до агрегату. За межами приміщень, на горизонтальній і прямолінійній ділянці трубопроводу, де епіюра розподілу швидкості осесиметрична, установка витратоміру утруднена необхідністю виконання будівельно-монтажних робіт по розтині трубопроводу і організації обслуговування приладу.

Електромагнітні витратоміри дозволяють вимірювати витрату при складних структурах потоку, що створюються достатнім заповненням каналу вимірюваним середовищем; неоднорідним розподілом фазового складу при вимірюванні вугільних, піскових пульп і суспензій; зміною розподілу швидкості по перетину каналу близько розташованою трубопровідною арматурою і ін. Для дослідження електромагнітних витратомірів в таких умовах необхідне спеціальне метрологічне забезпечення. Проливні витратомірні установки, відтворюючі необхідну структуру потоку, у край складні і дорогостоящи. Перевірку електромагнітних витратомірів при складних структурах потоків можна здійснювати методом імітаційного моделювання.

Сигнал U електромагнітного витратоміру є функціоналом розподілів магнітного поля і швидкості рідини. Зважаючи на магнітогідродинамічну взаємодію, розподіл швидкості визначається тільки гідродинамікою і для даного завдання вважається заданим. Явна залежність сигналу U від вказаних розподілів має вигляд

$$U = \int_{\tau} \mathbf{v} \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{B} \right] d\tau, \quad (1)$$

де \mathbf{v} – швидкість потоку; \mathbf{B} – індукція магнітного поля; \mathbf{r} – радіус-вектор; $d\tau$ – елемент об'єму; $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ – об'ємна вагова функція, яка в циліндрових координатах має вигляд

$$g(z, \rho, \theta) = \int_0^{\infty} \cos kz \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{I_n(k\rho)}{r I_n(kr)} \sin \theta dk; \quad (2)$$

$n = 2m + 1.$

Тут $I_n(k\rho)$ — модифікована функція Бесселя,

$$I'_n(kr) = \left. \frac{dI_n(k\rho)}{d\rho} \right|_{\rho=r}, \quad r - \text{радіус каналу.}$$

Припускаємо, що електроди знаходяться в точках з координатами $\rho = r, z = 0, \theta = \pm\pi/2.$

Із залежності (1) виходить, що об'ємна вагова функція характеризує внесок в сигнал витратоміру потенціалів, що індукуються потоком рідини в магнітному полі індуктора в різних точках каналу.

Інтеграл по k у виразі (2) можна представити як суму вирахувань подынтегрального виразу по полюсах, що є нулями функції $I'_n(kr)$. Обмежившись вирахуваннями в нулях з мінімальними значеннями $|k|$, отримаємо наближений вираз

$$g(z, \rho, \theta) = \frac{e^{-|z|/r} \left(1 - \rho^2 / r^2 e^{-2|z|/r}\right) \sin \theta}{1 + 2\rho^2 r^{-2} e^{-2|z|/r} \cos 2\theta + \rho^4 / r^4 e^{-4|z|/r}}.$$

Оскільки скалярний магнітний потенціал A ($\mathbf{B} = \text{grad}A$) задовольняє рівнянню Пуассона, то найбільш загальний вираз для нього в каналі витратоміру можна записати у вигляді

$$A(z, \rho, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikz} \sum_{n=0}^{\infty} \left[a_n(k) \cos n\theta + b_n(k) \sin n\theta \right] \frac{I_n(k\rho)}{I_n(kr)} dk.$$

Сигнал витратоміру характеризується тій складовій магнітного поля, яка визначається лише коефіцієнтами $a_n(k)$. Тому для виразу сигналу через нормальну складову $H(z, y)$ магнітного поля до площини $S\{z, y\}$, що проходить через електроди і вісь труби, досить отримати співвідношення $a_n = f_n(H(z, y))$, де f_n — функціонал від цієї складової.

Відмітимо, що

$$H(z, y) = \left. \frac{\partial A}{\partial x} \right|_{x=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikz} \left[\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (2m+1) a_{2m+1}(k) \frac{I_{2m+1}(ky)}{y} + \sum_{m=0}^{\infty} 2mb_{2m}(k) (-1) \frac{I_{2n}(ky)}{y} \right] dk.$$

Введемо позначення

$$\Phi(y) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m n a_n(k) \frac{I_n(ky)}{y}, \quad n = 2m + 1. \quad (3)$$

Оскільки $\Phi(y)$ — парна функція y , то її можна розкласти в ряд по $\cos(2\pi m y / r)$:

$$\Phi(y) = \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m \cos(2\pi m y / r), \quad (4)$$

причому коефіцієнти α_m визначимо через складову $H(z, y)$ таким чином:

$$\alpha_m = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{ikz} \int_{-r}^r \frac{H_n(z, y) \cos(2\pi m y / r)}{1 + \delta_{m,0}} dy,$$

де $\delta_{m,0}$ — символ Кронекера.

Відомо, що

$$\sin t \cos(z \cos t) =$$

$$= \frac{2}{z} \sum_{\rho=0}^{\infty} (-1)^{\rho} (2\rho + 1) J_{2\rho+1}(z) \sin(2\rho + 1)t,$$

де $J_{2\rho+1}$ — функція Бесселя.

Позначивши $z = iky, \cos t = -i\pi m / (ky)$, отримаємо

$$\cos(\pi m y / r) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\pi m / (kr))^2}} \sum_{\rho=0}^{\infty} (2\rho + 1) \times \times \frac{I_n(ky) (-1)^{\rho}}{ky} \left[\frac{\pi m}{kr} - \sqrt{1 + \left(\frac{\pi m}{kr}\right)^2} \right]^{2\rho+1}. \quad (5)$$

Підставивши вираз (5) в розкладання (4) і порівнявши з формулою (3), отримаємо

$$a_n(k) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a_m}{\sqrt{1 + (\pi m / (kr))^2}} \left[\frac{\pi m}{kr} - \sqrt{1 + \left(\frac{\pi m}{kr}\right)^2} \right]^{(n-1)/2}.$$

Отже, потенціал магнітного поля

$$A(z, \rho, \theta) = \int_{S(z,y)} H(z, y) W(z - \tilde{z}, y, \rho, \theta) dS(\tilde{z}, y),$$

де $W(z - \tilde{z}, y, \rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos k(z - \tilde{z}) \sum_{\rho=0}^{\infty} \frac{I_n(k\rho)}{I_n(kr)} \times$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(\pi m y / r)}{\sqrt{1 + (\pi m / (kr))^2}} \left[\frac{\pi m}{kr} - \sqrt{1 + \left(\frac{\pi m}{kr}\right)^2} \right]^{2\rho} dk,$$

$n = 2\rho + 1.$

Враховуючи, що $\mathbf{B} = \text{grad}A$, і підставляючи вираз, що вийшов, в залежність (1), знайдемо, що сигнал витратоміру

$$U = \int_{S(z,y)} B_n(z, y) G(z, y) dS(z, y),$$

де поверхнева вагова функція для перетину $S(z, y)$ має вигляд:

$$G(z, y) = \int_{\tau} \left[\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial W}{\partial r} (z - \tilde{z}, y, \tilde{\rho}, \tilde{\theta}) \right] d\tau, \quad (6)$$

тобто представлена аналітично залежно від конструктивних параметрів каналу і структури потоку.

Висновок

Широко поширена думка, що проливний метод приваблює імітаційного, хоч би тому, що він відповідає природним умовам експлуатації приладу, на наш погляд, не зовсім логічний. Прोलівний метод дозволяє досліджувати витратомір в умовах, відповідних тільки умовам проливної витратомірної установки (тобто тільки за приватних умов структури потоку і лише при електромагнітних перешкодах, що є на проливній установці). У промислових умовах фізичні властивості

вимірюваного середовища, структура потоку і комплекс перешкод інші. Вони можуть істотно відрізнятися від умов перевірки приладу на витратомірній установці. При імітаційному методі дослідження витратомірів створюються загальні умови, відповідні різним режимам кінематичної структури і різним рівням і частотним спектрам електромагнітних перешкод. Якщо ці умови охоплюють і промислові, то імітаційний метод дозволяє достовірніше визначити дійсні метрологічні характеристики витратоміру в промислових умовах. Більш того, якщо є можливість детально сформулювати умови експлуатації витратоміру, то імітаційний метод дозволяє їх відтворити і досліджувати метрологічні характеристики приладу в цих умовах. Тому імітаційний метод дослідження електромагнітних витратомірів переважніше проливної методу, оскільки він більш інформативний.

Список літератури

1. Вельт И.Д. О метрологическом обеспечении электромагнитных расходомеров / И.Д. Вельт, Ю.В. Михайлова // Датчики и системы. – 2005. – № 4. – С. 8-14.
2. Вельт И.Д. Имитационное моделирование электромагнитных расходомеров / И.Д. Вельт, Ю.В. Михайлова // Приборы и системы управления. — 1997. – № 11. – С. 42-46.
3. Salami L.A. Application a computer to asymmetric flow measurement in circular pipes / L.A. Salami // Trans, of the Inst. of Meas. and Control. – 1984. – Vol. 6, N 4, July-Sept.

Надійшла до редколегії 17.12.2009

Рецензент: канд техн. наук, доц. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ РАСХОДОМЕРОВ ПРИ СЛОЖНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ ПОТОКА

С.Л. Котлярова, В.В. Романашенко, П. А. Сапрыкина

В статье рассмотрены особенности имитационного метода исследования метрологических характеристик электромагнитных расходомеров при сложном профиле потока. Приведены выражения для поверхностных весовых функций при предельных режимах течения: турбулентном и ламинарном.

Ключевые слова: электромагнитные расходомеры; магнитное поле; кинематическая структура потока; объемная весовая функция.

MODELING ELECTROMAGNETIC FLOWMETER WITH COMPLEX KINEMATIC STRUCTURES OF FLOW

S.L. Kotlyarova, V.V. Romanashenko, P.A. Saprykina

The article describes the features of a simulation method of research of metrological characteristics of electromagnetic flowmeters in a complex flow profile. Expressions are given for the surface weighting functions at the limiting flow regimes: turbulent and laminar.

Keywords: electromagnetic flowmeters, magnetic field, the kinematic structure of the flow, volumetric weight function.

УДК 631.311.001.57

А.Т. Лебедев, Є.І. Калінін

Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка, Харків

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ГРУНТООБРОБНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ З ПАСИВНИМИ РОБОЧИМИ ОРГАНАМИ У СКЛАДІ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ЗАСОБУ ЗІ ЗДВОЄНИМИ ШИНАМИ

У статті розглянута динамічна модель ґрунтообробного машинно-тракторного агрегату у складі енергетичного засобу із здвоєними шинами, яка враховує особливості руху трактора на гоні і схему агрегування його з сільськогосподарською машиною. За допомогою отриманої динамічної моделі оцінена динамічна стійкість орного агрегату ХТЗ-150К-09+ПЛН-5-35 на агрофоні нормальної вологості.

Ключові слова: динаміка, здвоєні шини, орний агрегат, стійкість, траєкторія руху.

Вступ

Головним завданням регулювання сільськогосподарських агрегатів є встановлення основних закономірностей руху агрегату по відношенню до опорної поверхні і його складових – трактору і навісної машини – відносно один-одного. В такому випадку

мова йде про встановлення закономірностей руху агрегату за допомогою диференціальних рівнянь, які дають вичерпну характеристику поведінки агрегату в будь-яких умовах.

Диференціальні рівняння повністю визначають статистичні і динамічні властивості агрегату і дають можливість встановити значення його передаваль-

них функцій і частотних характеристик, необхідних для аналізу і синтезу системи управління в цілому.

Аналіз останніх досягнень. Вивченню динаміки агрегатів на гоні присвячені роботи Артемова М.П., Бронштейна Я.Л., Василенка П.М., Горячікіна В.П., Гусяцького М.Л., Гячева Л.В., Єнікєєва В.Г., Іофінова О.П., Лур'є А.Б., Малкіна І.Г., Попєлова Ю.О., Рослякова В.П., Синеєкова Г.Н., Чудакова Д.О., Щучкіна Н.В. та ін. У роботах даних авторів машинно-тракторний агрегат розглядається як багатомасова система з певною кількістю ступенів свободи. Розробка ж динамічної моделі зводиться до складання рівнянь динаміки на основі рівнянь Лагранжа. Кожній роботі властиве різноманіття змін параметрів стану як самого трактора (наприклад, технічний стан системи керування в роботі Н.П. Артемова [1]), так і властивостей сільськогосподарської машини (наприклад, зміна технічного стану лемешів плуга). Серед вивчення динаміки агрегату із здвоєними шинами виділяються роботи, основним параметром, що вивчається, в яких є динаміка повороту трактора, обладнаного навісною сільськогосподарською машиною. Курсова ж динаміка агрегату на гоні не розглядалася.

Метою даної роботи є складання динамічної моделі ґрунтообробного агрегату у складі енергетичного засобу, обладнаного здвоєними шинами і аналіз динамічної стійкості МТА на прикладі ґрунтообробного агрегату ХТЗ-150К-09+ПЛН-5-35.

Основна частина

Для складання динамічної моделі ґрунтообробного агрегату приймемо наступні допущення, що дозволяють спростити як сам вивід, так і остаточний вид даної моделі:

1. Остови напіврам і плуга є абсолютно твердими тілами, оскільки вони є жорсткими конструкціями і їх деформації нікчемно малі. Дане допущення відповідає шостій аксіомі статки, що говорить про те, що рівновага механічної системи не порушується при «твердінні» системи [2].

2. Зв'язок між напіврамами трактора є ідеальним (відсутні зазори, зношення, деформації). Дане допущення, хоч і носить спірний характер, не має значного впливу на стійкість агрегату на гоні.

3. Кут повороту моста напіврами завжди дорівнює курсовому куту даної напіврами, оскільки у тракторів з ламаною рамою поворот агрегату здійснюється тільки за рахунок зміни кута між напіврамами.

4. Динамічна система агрегату має певну кількість ступенів свободи.

5. Динаміка агрегату досліджується на горизонтальній опорній поверхні.

6. Дисипація енергії в системі відсутня, оскільки втрати тісно пов'язано з розсіюванням енергії на гістерезисні явища в шині і в ґрунті, які впливають тільки на переміщення даних тіл відносно одного, що не позначається на курсову динаміку ґрунтообробного агрегату.

7. Взаємодія колеса з опорною поверхнею є постійною, відбувається по площі плями контакту і за відсутності прослизання.

8. Основним чинником, що характеризує курсову стійкість агрегату на гоні є курсовий кут першої напіврами трактора, як такої, яка сприймає дію оператора агрегату.

Відповідно до прийнятих допущень розглянемо рух центрів мас ґрунтообробного агрегату по координатних осях X , Y . При цьому агрегат розглядатимемо як трьохмасову модель з п'ятьма ступенями свободи ξ , η , ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 (рис. 1).

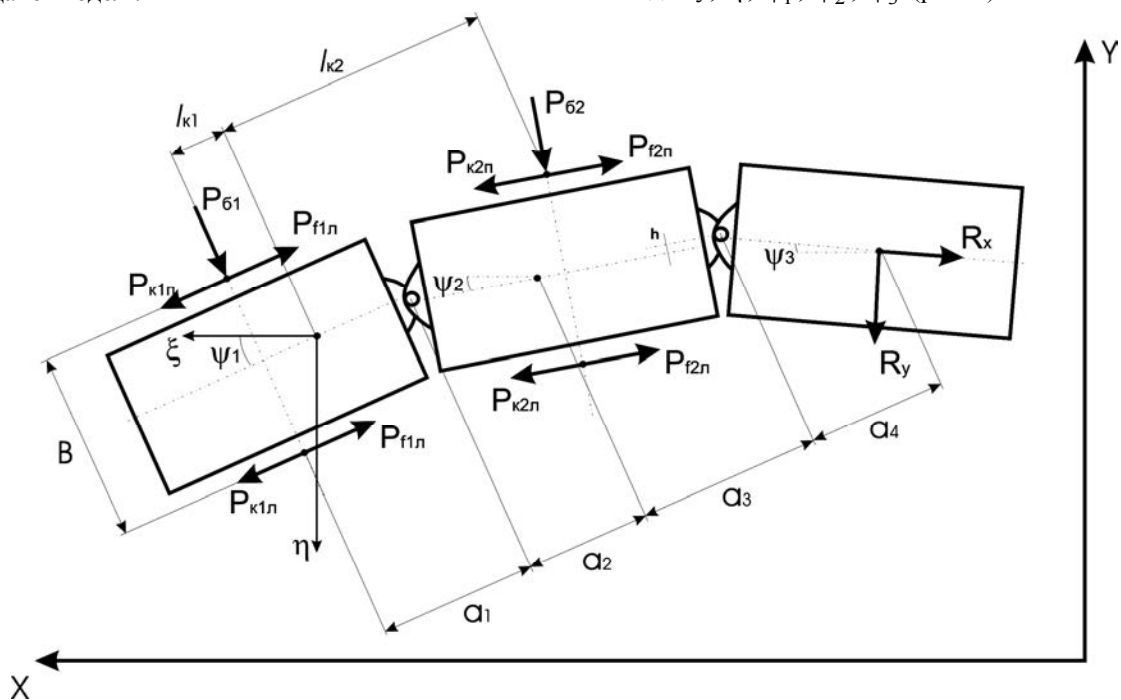


Рис. 1. Динамічна модель ґрунтообробного агрегату

Дана кількість ступенів свободи обґрунтовується тим, що розгляд динаміки агрегату у вертикальній площині збільшить складність динамічної моделі, обмеживши її використання, без істотного поліпшення результатів розрахунків.

З урахуванням останнього припущення центр узагальнених координат помістимо в центр мас першої напіврамі трактора.

Для зручності складання динамічної моделі введемо наступні позначення: m_1 – маса передньої напіврамі трактора, кг; m_2 – маса задньої напіврамі трактора, кг; m_3 – маса ґрунтообробної машини, кг; $m_1 + m_2 + m_3 = m$ – маса ґрунтообробного агрегату, кг; J_1 – момент інерції передньої напіврамі трактора, $\text{кг}\times\text{м}^2$; J_2 – момент інерції задньої напіврамі трактора, $\text{кг}\times\text{м}^2$; J_3 – момент інерції ґрунтообробної машини, $\text{кг}\times\text{м}^2$; $P_{f1П}$ – сила опору кочення переднього правого колеса трактора, Н; $P_{f1Л}$ – сила опору кочення переднього лівого колеса трактора, Н; $P_{f2П}$ – сила опору кочення заднього правого колеса трактора, Н; $P_{f2Л}$ – сила опору кочення заднього лівого колеса трактора, Н; $P_{K1П}$ – сила тяги переднього правого колеса трактора, Н; $P_{K1Л}$ – сила тяги переднього лівого колеса трактора, Н; $P_{K2П}$ – сила тяги заднього правого колеса трактора, Н; $P_{K2Л}$ – сила тяги заднього лівого колеса трактора,

Н; C – приведена жорсткість лівого та правого гідроциліндрів трактора, $\text{Н}\times\text{м}/\text{рад}$; k – коефіцієнт демпфування гідроциліндрів трактора, $\text{Н}\times\text{с}/\text{м}$; P_{B1} , P_{B2} – зусилля бічного уводу коліс трактора, Н; $C_{Ш}$ – жорсткість шини коліс трактора, $\text{Н}\times\text{м}$; $k_{Ш}$ – коефіцієнт демпфування шини, $\text{Н}\times\text{с}/\text{м}$; R_x – проекція сили опору ґрунтообробного знаряддя на вісь X , Н (притаманна усім ґрунтообробним агрегатам); R_y – проекція сили опору ґрунтообробного знаряддя на вісь Y , Н (притаманна тільки орним агрегатам); ξ – повздовжнє переміщення центру мас передньої напіврамі трактора, м; η – поперечне переміщення центру мас передньої напіврамі трактора, м; ψ_1 – кут повороту передньої напіврамі трактора відносно її повздовжньої вісі переміщення, град; ψ_2 – кут повороту задньої напіврамі трактора відносно повздовжньої вісі переміщення його передньої напіврамі, град; ψ_3 – кут повороту ґрунтообробної машини відносно повздовжньої вісі переміщення передньої напіврамі трактора, град; a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , l_{K1} , l_{K2} , B , h – геометричні розміри ґрунтообробного агрегату, м.

Для визначення енергії поступального руху агрегату на гоні визначимо геометричне положення центрів тяжіння найбільш масивних його частин: передньої напіврамі, задньої напіврамі, ґрунтообробної машини (табл. 1).

Таблиця 1

Коефіцієнти перекладу геометричних зв'язків

$x_1^0 = \xi + \cos \psi_1$	$x_2^0 = \xi + a_1 \cos \psi_1 + a_2 \cos \psi_2$	$x_3^0 = x_2^0 + a_3 \cos \psi_2 + a_4 \cos \psi_3$
$y_1^0 = \eta + \sin \psi_1$	$y_2^0 = \eta + a_1 \sin \psi_1 + a_2 \sin \psi_2$	$y_3^0 = y_2^0 + a_3 \sin \psi_2 + a_4 \sin \psi_3$

У загальному випадку рівняння Лагранжу запишеться у вигляді [2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i,$$

де T – кінетична енергія системи; Π – потенційна енергія системи; q_i – узагальнена координата; \dot{q}_i – швидкість переміщення центру мас по узагальненій координаті q_i ; Q_i – узагальнені сили системи.

В якості узагальнених координат приймемо лінійні координати центру мас передньої напіврамі трактора $q_1 = \xi$ і $q_2 = \eta$, а також кутові координати $q_3 = \psi_1$, $q_4 = \psi_2$ – курсові кути передньої і задньої напіврам трактора по відношенню до напрямку руху агрегату (осі OX) і $q_5 = \psi_3$ – кут повороту ґрунтообробної машини відносно її вісі кріплення до задньої напіврамі.

Враховуючи припущення про відсутність дисипації енергії в системі, можна записати:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = 0,$$

тоді рівняння Лагранжу прийме вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i.$$

З визначення фізичного сенсу першої похідною і кінетичної енергії поступального руху, остання запишеться у вигляді суми кінетичних енергій поступального руху складових частин системи:

$$T_{\Pi} = T_{\Pi1} + T_{\Pi2} + T_{\Pi3} = \frac{m_1}{2} \left[(\dot{x}_1^0)^2 + (\dot{y}_1^0)^2 \right] + \frac{m_2}{2} \left[(\dot{x}_2^0)^2 + (\dot{y}_2^0)^2 \right] + \frac{m_3}{2} \left[(\dot{x}_3^0)^2 + (\dot{y}_3^0)^2 \right].$$

З огляду на те, що елементи динамічної системи мають не тільки поступальний, але і обертальний рух, з кінетичною енергією

$$T_B = T_{B1} + T_{B2} + T_{B3} = \frac{1}{2} (J_1 \dot{\psi}_1^2 + J_2 \dot{\psi}_2^2 + J_3 \dot{\psi}_3^2)$$

значення повної кінетичної енергії системи

$$T = T_{\Pi} + T_B = \frac{m_1}{2} \left[(\dot{x}_1^0)^2 + (\dot{y}_1^0)^2 \right] + \frac{m_2}{2} \left[(\dot{x}_2^0)^2 + (\dot{y}_2^0)^2 \right] + \frac{m_3}{2} \left[(\dot{x}_3^0)^2 + (\dot{y}_3^0)^2 \right] + \frac{1}{2} (J_1 \dot{\psi}_1^2 + J_2 \dot{\psi}_2^2 + J_3 \dot{\psi}_3^2).$$

Після диференціювання [3] з урахуванням значень табл. 1 отримуємо перший член рівняння Лагранжу, який має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} \right) &= m\ddot{\xi} - (\sin \psi_1 + 2a_1 \sin \psi_1)m\dot{\psi}_1 - \\ &- (\cos \psi_1 + 2a_1 \cos \psi_1)m\dot{\psi}_1^2 - (m_2a_2 \sin \psi_2 + \\ &+ m_3a_2 \sin \psi_2 + m_3a_3 \sin \psi_2)\dot{\psi}_2 - \\ &- (m_2a_2 \cos \psi_2 + m_3a_2 \cos \psi_2 + m_3a_3 \cos \psi_2)\dot{\psi}_2^2 - \\ &- m_3a_4 \sin \psi_3\dot{\psi}_3; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}} \right) &= m\ddot{\eta} + (m_1 \cos \psi_1 + m_2a_1 \cos \psi_1 + m_3a_1 \cos \psi_1)\dot{\psi}_1 - \\ &- (m_1 \sin \psi_1 + m_2a_1 \sin \psi_1 + m_3a_1 \sin \psi_1)\dot{\psi}_1^2 + \\ &+ (m_2a_2 \cos \psi_2 + m_3a_2 \cos \psi_2 + m_3a_3 \cos \psi_2)\dot{\psi}_2 - \\ &- (m_2a_2 \sin \psi_2 + m_3a_2 \sin \psi_2 + m_3a_3 \sin \psi_2)\dot{\psi}_2^2 + \\ &+ m_3a_4 \cos \psi_3\dot{\psi}_3 - m_3a_4 \sin \psi_3\dot{\psi}_3^2; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}_1} \right) &= m\ddot{\xi} + m\ddot{\eta} - (m_1 \sin \psi_1 - m_1 \cos \psi_1 + \\ &+ m_2a_1 \sin \psi_1 - m_2a_1 \cos \psi_1 + m_3a_1 \sin \psi_1 - \\ &- m_3a_1 \cos \psi_1)\dot{\psi}_1 + (m_1 \cos \psi_1 - m_1 \sin \psi_1 - \\ &- m_2a_1 \cos \psi_1 + m_2a_1 \sin \psi_1 + m_3a_1 \cos \psi_1 - \\ &- m_3a_1 \sin \psi_1)\dot{\psi}_1^2 - (m_2a_2 \sin \psi_2 - m_2a_2 \cos \psi_2 + \\ &+ m_3a_2 \sin \psi_2 + m_3a_3 \sin \psi_2 - m_3a_2 \cos \psi_2 - \\ &- m_3a_3 \cos \psi_2)\dot{\psi}_2 - (m_2a_2 \cos \psi_2 + m_2a_2 \sin \psi_2 + \\ &+ m_3a_2 \cos \psi_2 + m_3a_3 \cos \psi_2 + m_3a_2 \sin \psi_2 + \\ &+ m_3a_3 \sin \psi_2)\dot{\psi}_2^2 - (m_3a_4 \sin \psi_3 - m_3a_4 \cos \psi_3)\dot{\psi}_3 - \\ &- (m_3a_4 \cos \psi_3 + m_3a_4 \sin \psi_3)\dot{\psi}_3^2 + J_1\dot{\psi}_1; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}_2} \right) &= (m_2 + m_3)\ddot{\xi} + (m_2 + m_3)\ddot{\eta} - \\ &- (m_2a_1 \sin \psi_1 - m_2a_1 \cos \psi_1 + m_3a_1 \sin \psi_1)\dot{\psi}_1 - \\ &- (m_2a_1 \cos \psi_1 + m_2a_1 \sin \psi_1 + m_3a_1 \cos \psi_1 + \\ &+ m_3a_1 \sin \psi_1)\dot{\psi}_1^2 - (m_2a_2 \sin \psi_2 - m_2a_2 \cos \psi_2 + \\ &+ m_3a_2 \sin \psi_2 + m_3a_3 \sin \psi_2 - m_3a_2 \cos \psi_2 - \\ &- m_3a_3 \cos \psi_2)\dot{\psi}_2 - (m_2a_2 \cos \psi_2 + m_2a_2 \sin \psi_2 + \\ &+ m_3a_2 \cos \psi_2 + m_3a_3 \cos \psi_2 + m_3a_2 \sin \psi_2 + \\ &+ m_3a_3 \sin \psi_2)\dot{\psi}_2^2 - (m_3a_4 \sin \psi_3 - m_3a_4 \cos \psi_3)\dot{\psi}_3 - \\ &- (m_3a_4 \sin \psi_3 + m_3a_4 \cos \psi_3)\dot{\psi}_3^2 + J_2\dot{\psi}_2; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}_3} \right) &= m_3\ddot{\eta} + m_3\ddot{\xi} - (m_3a_1 \sin \psi_1 - m_3a_1 \cos \psi_1)\dot{\psi}_1 - \\ &- (m_3a_1 \cos \psi_1 + m_3a_1 \sin \psi_1)\dot{\psi}_1^2 - \\ &- (m_3a_2 \sin \psi_2 + m_3a_3 \sin \psi_2 - m_3a_2 \cos \psi_2 - \\ &- m_3a_3 \cos \psi_2)\dot{\psi}_2 - (m_3a_2 \cos \psi_2 + m_3a_3 \cos \psi_2 + \\ &+ m_3a_2 \sin \psi_2 + m_3a_3 \sin \psi_2)\dot{\psi}_2^2 - \\ &- (m_3a_4 \sin \psi_3 - m_3a_4 \cos \psi_3)\dot{\psi}_3 - \\ &- (m_3a_4 \cos \psi_3 + m_3a_4 \sin \psi_3)\dot{\psi}_3^2 + J_3\dot{\psi}_3. \end{aligned}$$

Потенційна енергія машинно-тракторного агрегату формується деформацією пружних зв'язків в системі «шина – опорна поверхня», C_{III2} і гідроциліндрів трактора С. Потенційна енергія умовної пружини центрального шарніру може бути визначена по формулі:

$$\Pi_1 = \frac{C(\psi_1 - \psi_2)^2}{2},$$

де $C = 2,45 \times 10^5 \text{ Н} \times \text{м/рад}$ – приведена жорсткість центрального шарніру.

Оскільки пружні зв'язки моделі вздовж осей X і Y лінійні, то сумарна потенційна енергія системи може бути визначена як:

$$\Pi = \frac{C(\psi_1 - \psi_2)^2}{2} + [\dot{\psi}_1(\psi_1 + \psi_2) - \dot{\psi}_2(\psi_1 + \psi_2)].$$

Враховуючи даний вираз визначимо другий член рівняння Лагранжу, який має вигляд:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \eta} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \psi_1} = C(\psi_1 - \psi_2) + (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2);$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \psi_2} = -C(\psi_1 - \psi_2) + (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \psi_3} = 0.$$

Переміщення мас агрегату по відповідних координатах відбувається під дією зовнішніх (неконсервативних) сил і моментів. До таких сил відносяться: сила тяги і сила опору кочення кожного колеса трактора, сила опору ґрунтообробної машини і її момент щодо центру мас передньої напіврамі трактора, сила бічного уводу, обумовлена силою пружності і податливості за рахунок відповідних властивостей шини.

Для визначення узагальнених сил Q_i даної динамічної системи складемо вирази елементарної роботи зовнішніх сил, прикладених до системи на можливих переміщеннях. При цьому коефіцієнти при варіаціях узагальнених координат є узагальненими силами:

$$dA = dA_\xi + dA_\eta + dA_{\psi_1} + dA_{\psi_2} + dA_{\psi_3},$$

де

$$\begin{aligned} dA_\xi &= [(P_{K1\Pi} - P_{f1\Pi}) \cos \psi_1 + (P_{K1Л} - P_{f1Л}) \cos \psi_1 + \\ &+ (P_{K2\Pi} - P_{f2\Pi}) \cos \psi_2 + (P_{K2Л} - P_{f2Л}) \cos \psi_2 - \\ &- P_{B1} \sin \psi_1 - P_{B2} \sin \psi_2 - R_x \cos \psi_3 - R_y \sin \psi_3] d\xi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dA_\eta &= [(P_{K1\Pi} - P_{f1\Pi}) \sin \psi_1 + (P_{K1Л} - P_{f1Л}) \sin \psi_1 + \\ &+ (P_{K2\Pi} - P_{f2\Pi}) \sin \psi_2 + (P_{K2Л} - P_{f2Л}) \sin \psi_2 + \\ &+ P_{B1} \cos \psi_1 + P_{B2} \cos \psi_2 - R_x \sin \psi_3 + R_y \cos \psi_3] d\eta; \end{aligned}$$

$$dA_{\psi_1} = \left[(-P_{K1Л} + P_{f1Л} + P_{K1\Pi} - P_{f1\Pi}) \frac{B}{2} - P_{B1} l_{K1} \right] d\psi_1;$$

$$dA_{\psi_3} = [R_y l_{\Pi\Pi} - R_x h] d\psi_3.$$

Залежно від методу агрегування ґрунтообробного знаряддя на трактор курсовий кут другої напіврамі останнього може або залежати від курсового кута самої машини (при навішуванні сільськогосподарської машини на трактор), або не залежати (причіпні сільсь-

когосподарські машини). Таким чином елементарна робота сил системи на кутове переміщення другої навішми трактора визначиться з виразів:

для навісного сільськогосподарського агрегату

$$dA_{\psi_2} = [(-P_{K2Л} + P_{f2Л} + P_{K2П} - P_{f2П}) \frac{B}{2} - P_{B2} l_{K2} + R_x \sqrt{(a_2 + a_3)^2 + h^2} \sin(\psi_3 - \psi_2) + R_y \sqrt{(a_2 + a_3)^2 + h^2} \cos(\psi_3 - \psi_2)] d\psi_2;$$

для причіпного сільськогосподарського агрегату

$$dA_{\psi_2} = [(-P_{K2Л} + P_{f2Л} + P_{K2П} - P_{f2П}) \frac{B}{2} - P_{B2} l_{K2}] d\psi_2.$$

Аналізуючи ці вирази можна зробити висновок, що для практичності розрахунків можна використовувати перше рівняння з урахуванням того, що його друга частина необхідна тільки для аналізу динамічних властивостей навісних сільськогосподарських агрегатів. Якщо врахувати, що

$$Q_i = \frac{\partial A_i}{\partial q_i},$$

то продиференціювавши вирази для роботи сил на певному переміщенні отримаємо узагальнені сили, які визначаються виразами:

$$Q_{\xi} = \frac{\partial A_{\xi}}{\partial \xi} = (P_{K1П} - P_{f1П}) \cos \psi_1 + (P_{K1Л} - P_{f1Л}) \cos \psi_1 + (P_{K2П} - P_{f2П}) \cos \psi_2 + (P_{K2Л} - P_{f2Л}) \cos \psi_2 - P_{B1} \sin \psi_1 - P_{B2} \sin \psi_2 - R_x \cos \psi_3 - R_y \sin \psi_3;$$

$$Q_{\eta} = \frac{\partial A_{\eta}}{\partial \eta} = (P_{K1П} - P_{f1П}) \sin \psi_1 + (P_{K1Л} - P_{f1Л}) \sin \psi_1 + (P_{K2П} - P_{f2П}) \sin \psi_2 + (P_{K2Л} - P_{f2Л}) \sin \psi_2 + P_{B1} \cos \psi_1 + P_{B2} \cos \psi_2 - R_x \sin \psi_3 + R_y \cos \psi_3;$$

$$Q_{\psi_1} = \frac{\partial A_{\psi_1}}{\partial \psi_1} = (-P_{K1Л} + P_{f1Л} + P_{K1П} - P_{f1П}) \frac{B}{2} - P_{B1} l_{K1};$$

$$Q_{\psi_2} = \frac{\partial A_{\psi_2}}{\partial \psi_2} = (-P_{K2Л} + P_{f2Л} + P_{K2П} - P_{f2П}) \frac{B}{2} - P_{B2} l_{K2} + R_x \sqrt{(a_2 + a_3)^2 + h^2} \sin(\psi_3 - \psi_2) + R_y \sqrt{(a_2 + a_3)^2 + h^2} \cos(\psi_3 - \psi_2);$$

$$Q_{\psi_3} = \frac{\partial A_{\psi_3}}{\partial \psi_3} = R_y l_{П1} - R_x h.$$

З урахуванням викладеного вище рівняння руху ґрунтообробного агрегату при початковій швидкості v_H приймають вигляд:

$$\begin{aligned} & m\ddot{\xi} - (\sin \psi_1 + 2a_1 \sin \psi_1) m\ddot{\psi}_1 - (\cos \psi_1 + 2a_1 \cos \psi_1) m\dot{\psi}_1^2 - (m_2 a_2 \sin \psi_2 + \\ & + m_3 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_3 \sin \psi_2) \ddot{\psi}_2 - (m_2 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_3 \cos \psi_2) \dot{\psi}_2^2 - m_3 a_4 \sin \psi_3 \ddot{\psi}_3 = \\ & = (P_{K1П} - P_{f1П}) \cos \psi_1 + (P_{K1Л} - P_{f1Л}) \cos \psi_1 + (P_{K2П} - P_{f2П}) \cos \psi_2 + (P_{K2Л} - P_{f2Л}) \cos \psi_2 - \\ & - P_{B1} \sin \psi_1 - P_{B2} \sin \psi_2 - R_x \cos \psi_3 - R_y \sin \psi_3; \\ & m\ddot{\eta} + (m_1 \cos \psi_1 + m_2 a_1 \cos \psi_1 + m_3 a_1 \cos \psi_1) \ddot{\psi}_1 - (m_1 \sin \psi_1 + m_2 a_1 \sin \psi_1 + \\ & + m_3 a_1 \sin \psi_1) \dot{\psi}_1^2 + (m_2 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_3 \cos \psi_2) \ddot{\psi}_2 - (m_2 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_2 \sin \psi_2 + \\ & + m_3 a_3 \sin \psi_2) \dot{\psi}_2^2 + m_3 a_4 \cos \psi_3 \ddot{\psi}_3 - m_3 a_4 \sin \psi_3 \dot{\psi}_3^2 = (P_{K1П} - P_{f1П}) \sin \psi_1 + (P_{K1Л} - P_{f1Л}) \sin \psi_1 + \\ & + (P_{K2П} - P_{f2П}) \sin \psi_2 + (P_{K2Л} - P_{f2Л}) \sin \psi_2 + P_{B1} \cos \psi_1 + P_{B2} \cos \psi_2 - R_x \sin \psi_3 + R_y \cos \psi_3; \\ & m\ddot{\xi} + m\ddot{\eta} - (m_1 \sin \psi_1 - m_1 \cos \psi_1 + m_2 a_1 \sin \psi_1 - m_2 a_1 \cos \psi_1 + m_3 a_1 \sin \psi_1 - \\ & - m_3 a_1 \cos \psi_1) \dot{\psi}_1 + (m_1 \cos \psi_1 - m_1 \sin \psi_1 - m_2 a_1 \cos \psi_1 + m_2 a_1 \sin \psi_1 + m_3 a_1 \cos \psi_1 - \\ & - m_3 a_1 \sin \psi_1) \dot{\psi}_1^2 - (m_2 a_2 \sin \psi_2 - m_2 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_3 \sin \psi_2 - m_3 a_2 \cos \psi_2 - \\ & - m_3 a_3 \cos \psi_2) \dot{\psi}_2 - (m_2 a_2 \cos \psi_2 + m_2 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_3 \cos \psi_2 + m_3 a_2 \sin \psi_2 + \\ & + m_3 a_3 \sin \psi_2) \dot{\psi}_2^2 - (m_3 a_4 \sin \psi_3 - m_3 a_4 \cos \psi_3) \dot{\psi}_3 - (m_3 a_4 \cos \psi_3 + m_3 a_4 \sin \psi_3) \dot{\psi}_3^2 + J_1 \ddot{\psi}_1 + \\ & + C(\psi_1 - \psi_2) + (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) = (-P_{K1Л} + P_{f1Л} + P_{K1П} - P_{f1П}) \frac{B}{2} - P_{B1} l_{K1}; \\ & (m_2 + m_3) \ddot{\xi} + (m_2 + m_3) \ddot{\eta} - (m_2 a_1 \sin \psi_1 - m_2 a_1 \cos \psi_1 + m_3 a_1 \sin \psi_1) \dot{\psi}_1 - \\ & - (m_2 a_1 \cos \psi_1 + m_2 a_1 \sin \psi_1 + m_3 a_1 \cos \psi_1 + m_3 a_1 \sin \psi_1) \dot{\psi}_1^2 - (m_2 a_2 \sin \psi_2 - m_2 a_2 \cos \psi_2 + \\ & + m_3 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_3 \sin \psi_2 - m_3 a_2 \cos \psi_2 - m_3 a_3 \cos \psi_2) \dot{\psi}_2 - (m_2 a_2 \cos \psi_2 + m_2 a_2 \sin \psi_2 + \\ & + m_3 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_3 \cos \psi_2 + m_3 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_3 \sin \psi_2) \dot{\psi}_2^2 - (m_3 a_4 \sin \psi_3 - m_3 a_4 \cos \psi_3) \dot{\psi}_3 - \\ & - (m_3 a_4 \sin \psi_3 + m_3 a_4 \cos \psi_3) \dot{\psi}_3^2 + J_2 \ddot{\psi}_2 - C(\psi_1 - \psi_2) + (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) = (-P_{K2Л} + P_{f2Л} + P_{K2П} - \\ & - P_{f2П}) \frac{B}{2} - P_{B2} l_{K2} + R_x \sqrt{(a_1 + a_2 + a_3)^2 + h^2} \sin(\psi_3 - \psi_2) + R_y \sqrt{(a_1 + a_2 + a_3)^2 + h^2} \cos(\psi_3 - \psi_2); \\ & m_3 \ddot{\eta} + m_3 \ddot{\xi} - (m_3 a_1 \sin \psi_1 - m_3 a_1 \cos \psi_1) \dot{\psi}_1 - (m_3 a_1 \cos \psi_1 + m_3 a_1 \sin \psi_1) \dot{\psi}_1^2 - \\ & - (m_3 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_3 \sin \psi_2 - m_3 a_2 \cos \psi_2 - m_3 a_3 \cos \psi_2) \dot{\psi}_2 - (m_3 a_2 \cos \psi_2 + m_3 a_3 \cos \psi_2 + \\ & + m_3 a_2 \sin \psi_2 + m_3 a_3 \sin \psi_2) \dot{\psi}_2^2 - (m_3 a_4 \sin \psi_3 - m_3 a_4 \cos \psi_3) \dot{\psi}_3 - (m_3 a_4 \cos \psi_3 + m_3 a_4 \sin \psi_3) \dot{\psi}_3^2 + \\ & + J_3 \ddot{\psi}_3 = R_y a_4 - R_x h. \end{aligned}$$

Розв'язання відповідної системи диференціальних рівнянь дозволяє встановити зміну в часі переміщень $\xi = \xi(t)$, $\eta = \eta(t)$ і курсових кутів $\psi_1 = \psi_1(t)$, $\psi_2 = \psi_2(t)$, $\psi_3 = \psi_3(t)$ і на цій основі оцінити стійкість ґрунтообробного агрегату.

Для аналізу курсової динаміки за допомогою даної динамічної моделі був вибраний орний агрегат, як такий, у якого, внаслідок встановлення здвоєних шин, істотно змінюється силова модель, зважаючи на його особливість руху на гоні.

Встановлення здвоєних шин призводить до необхідності більшого зміщення навісного пристрою (яке викличе збільшення розвертаючого моменту) або руху трактору так, що одне колесо з пари правого борту рухається по неораному полю, а друге – по зораній борозні (рис. 2). Таким чином, кожна шина в парі правого борту має нерівноправні умови руху і,

отже, формує різні значення дотичної сили тяги. Такий рух трактору в борозні призводить до зміни дотичних сил тяги на його правому борту.

Для визначення значення сил, що входять в динамічну модель можна використовувати рівняння, які приведені в роботі [4]. Розрахунки за даними формулами можна проводити для ґрунтів з різною вологістю, а отже і з різною несучою здатністю.

Визначення координат центру мас передньої напіврами трактора за допомогою отриманої моделі зводиться до її чисельного вирішення методом Рунге-Кутта 4 порядку зважаючи на істотну нелінійність диференціальних рівнянь системи.

На підставі вищевикладеного отримані координати і побудовані траєкторії центру мас передньої напіврами трактора, обладнаного одинарними і здвоєними шинами у складі орного агрегату (рис. 3).

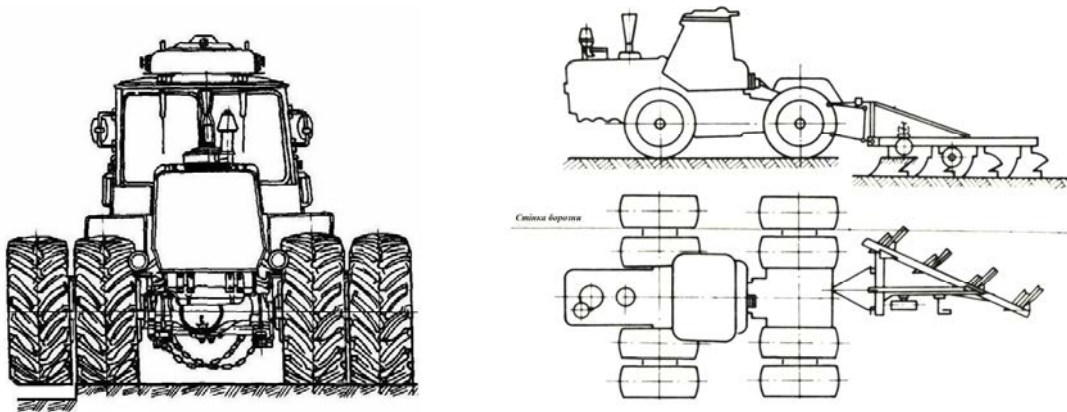


Рис. 2. Схема руху орного агрегату із здвоєними шинами на гоні

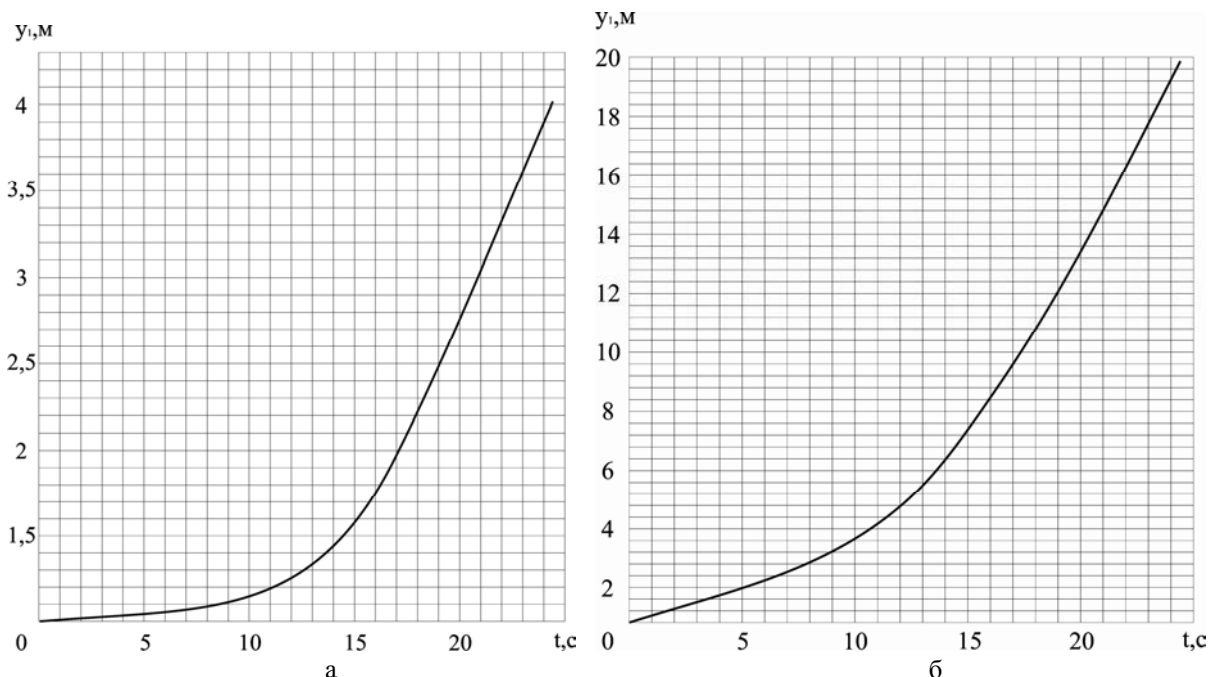


Рис. 3. Траєкторії руху центру мас передньої напіврами трактора ХТЗ-150К-09, агрегатованого плугом ПЛН-5-35 на агрофоні нормальної вологості: а – трактор з одинарними шинами; б – трактор зі здвоєними шинами

Як видно з рис. 3 трактор зі здвоєними шинами менш стійкий на гоні.

Так, трактор з одинарними шинами досягає відхилення в 2 м після 17 с, тоді як за цей же час трактор із здвоєними шинами відхиляється на 9,5 м, що в 4,75 рази більше, ніж трактор з одинарними шинами.

Висновки

Приведена математична модель ґрунтообробного агрегату відрізняється від раніше розроблених параметрами, які представлені в моделі. Раніше дослідники розглядали сільськогосподарські агрегати як моделі з багатьма обмеженнями, серед яких не згадувався стан агрофону і його вплив на властивості трактора як енергетичного засобу, який забезпечує рух агрегату на гоні і ґрунтообробної машини, середовищем роботи якої також є агрофон.

Крім того, вперше розглянута динаміка ґрунтообробного агрегату у складі трактора із здвоєними шинами з урахуванням особливостей його руху, в залежності від способу агрегування сільськогосподарського знаряддя на трактор.

За допомогою розробленої математичної моделі встановлено, що трактор зі здвоєними шинами має гіршу курсову стійкість на гоні, ніж з одинарними шинами. Таке зменшення стійкості можна пояснити значним тиском в плямі контакту правого борту, що призводить до руйнування ґрунту під колесом.

Список літератури

1. Артемов Н.П. Повышение устойчивости движения пахотного агрегата при изменении технических параметров системы управления: автореф. дисс. ... канд. техн. наук / Н.П. Артемов. – Х., 2006. – 12 с.
2. Голубева О.В. Теоретическая механика / О.В. Голубева. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961 – 703 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1969. – Т. 2. – 607 с.
4. Лебедев А.Т. Оцінка можливості підвищення тягово-енергетичних властивостей машинно-тракторного агрегату при виконанні орних робіт на агрофоні підвищеної вологості шляхом встановлення здвоєних шин / А.Т. Лебедев, Є.І. Калінін // Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка «Тракторна енергетика в рослинництві». – Х., 2009. – Вип. 89. – С. 37-45.
5. Лурье А.Б. Динамика регулирования навесных сельскохозяйственных агрегатов / А.Б. Лурье. – Л.: Машиностроение, 1969. – 286 с.
6. Лурье А.Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов / А.Б. Лурье. – Л.: Колос, 1970 – 375 с.
7. Иголкин А.И. Трактор Т-150К: Техническое описание и инструкция по эксплуатации / А.И. Иголкин, Б.И. Кальченко, Г.Е. Огий; под ред. С.Л. Абдулы. – Х., 1990. – 384 с.

Надійшла до редколегії 22.03.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Г. Кухтов, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка, Харків.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩИХ МАШИНО-ТРАКТОРНЫХ АГРЕГАТОВ С ПАСИВНЫМИ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ В СОСТАВЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СРЕДСТВА СО СДВОЕННЫМИ ШИНАМИ

А.Т. Лебедев, Е.И. Калинин

В статье рассмотрена динамическая модель почвообрабатывающего машинно-тракторного агрегата в составе энергетического средства со сдвоенными шинами, которая учитывает особенности движения трактора на гоне и схему агрегатирования его с сельскохозяйственной машиной. При помощи полученной динамической модели оценена динамическая устойчивость пахотного агрегата ХТЗ-150К-09+ПЛН-5-35 на агрофоне нормальной влажности.

Ключевые слова: динамика, сдвоенны шины, пахотный агрегат, стойкость, траектория движения.

DYNAMIC MODEL OF SOIL CULTIVATING OF MECHANIZED-TRACTOR AGGREGATES WITH PASSIVE WORKINGS ORGANS IN COMPOSITION POWER MEAN WITH THE DOUBLED TIRES

A. T. Lebedev, E. I. Kalinin

In the article the dynamic model of soil cultivating of mechanized-tractor aggregate is considered in composition a power mean with the doubled tires, which takes into account the features of motion of tractor on gone and chart of unitization of him with an agricultural machine. Through the got dynamic model dynamic stability of arable aggregate of KhTZ-150K-09 + PLN-5-35 is appraised on agrophon of normal humidity.

Keywords: dynamics, doubled tires, arable aggregate, firmness, trajectory of motion.