УДК 515.122.4: 004.891.2

А.В. Тристан[1], В.В. Грідіна[1], О.М.Козак[2], С.Л. Городецький[3]

[1] *Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків*
[2] *Командування Повітряних Сил Збройних Сил України, Вінниця*
[3] *Харківська спеціалізована школа-інтернат «Юнкерське училище», Харків*

ПОЛІЕДРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ У ДОСЛІДЖЕННІ СТРУКТУРНО СКЛАДНИХ СИСТЕМ ДЛЯ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ ВИБОРУ ОБ'ЄКТІВ ВОГНЕВОГО УРАЖЕННЯ

Розглянуто задачу вибору об'єктів вогневого ураження за допомогою поліедрального аналізу. Запропоновано використовувати поліедральний аналіз для рішення задачі аналізу структури складних систем. Виділення критичних елементів складної системи дозволяє їх першочергово включати до плану вогневого ураження, тим самим порушуючи стійке функціонування системи. Запропоновані підходи мають алгоритмічну реалізацію та дозволяють їх використання у перспективних інтелектуальних системах підтримки прийняття рішення.

Ключові слова: *вогневе ураження, ексцентриситет, зв'язаність, комплекс, множина, об'єкт ураження, планування, поліедральний аналіз, симплекс, системний аналіз, складна система, топологія.*

Вступ

Постановка проблеми. Вибір об'єктів є важливою задачею в ході планування вогневого ураження противника.

Об'єктами удару, зазвичай, вибираються: аеродромна мережа противника, командні пункти (пункти управління) стратегічного та оперативного рівня управління, елементи інфраструктури, укріплені райони та інше.

Вибір даних об'єктів, як правило, спирається на вимоги керівних документів та бойових статутів, а також на емпіричні знання посадових осіб органів управління, які приймають рішення щодо організації вогневого ураження.

В той же час об'єкти противника можуть розглядатися як складна система, що має мету функціонування та внутрішні зв'язки. Одним з найбільш важливих і необхідних етапів дослідження систем є структурний аналіз складних систем, вимоги до результатів якого зростають у зв'язку з ускладненням структури самих систем. Вивчення структури складної системи противника становить інтерес і з погляду виявлення закономірностей існування та розвитку систем, а також особливостей або «критичних точок», які вимагають підвищеної уваги людини, що приймає рішення. Крім того, на етапі структурного аналізу складної системи формується розуміння багатьох характеристик систем, серед яких можна виділити структурну стійкість і складність організації, виявляються «критичні точки» системи, виходячи з цього визначається значимість її елементів. Оскільки всяка складна система виконує певні функції, реалізовані за допомогою потоків енергії, матерії, інформації, то аналіз структури складної системи противника, по суті, орієнтований і на визначення множини обмежень і напрямків (каналів), які структура здатна створити для потоків. У цей час у математиці існує ряд традиційних підходів і напрямків, таких як теорія графів, кластерний аналіз, опис систем у просторі станів, які в тому або іншому ступені дозволяють проводити аналіз структур складних систем. Багато хто із цих підходів фундаментальні по своїй природі й мають широку галузь застосування. Вони одержали досить значний розвиток і популярність, а їхні методи й алгоритми відіграють значну роль у моделюванні систем.

Однак, дані методи дозволяють створювати моделі складних систем противника з метою рішення задачі вибору об'єктів для вогневого ураження елементів систем з певними недоліками Так, наприклад, багатомірність і багатозв'язаність практично не враховуються при теоретико-графовому підході до побудови моделі. У свою чергу, кластерні алгоритми в спробі перебороти складність досліджуваних об'єктів неминуче приводять до втрати інформації про систему та узагальнення (зменшення складності) її реальної структури. У зв'язку із цим, доволі актуальною є розробка методики дослідження структури складних систем на глобальному рівні, тобто з позиції структури як єдиного цілого, і локальному рівні, з позиції окремих елементів, рівнях.

Використання апарату алгебраїчної топології (поліедрального аналізу), теорії груп, теорії нечітких множин і бінарних відношень дає можливість аналізу структури системи об'єктів противника як складного багатомірного геометричного утворення - симпліціального комплексу.

Метою статті є оцінка можливості застосування поліедрального підходу у дослідженні структурно складних систем для рішення задачі вибору об'єктів вогневого ураження.

Аналіз літературних джерел. Питання дослідження структурно складних систем можна знайти у публікаціях по системному аналізу [1, 2]. Серед сучасних відкритих джерел [3 – 5] існує ряд праць, присвячених аналізу складних структур, однак розкриття питання використання даних методів у військовій справі, а саме для порушення стійкого функціонування складної системи противника не проводилося.

Основна частина

Основною метою поліедрального аналізу є розгляд структури складної системи у вигляді відношень між елементами кінцевих множин. Структура системи використовується для одержання геометричного та алгебраїчного подань системи як симпліціального комплексу, що складає з множин вершин, і заданого сімейства непустих підмножин цих вершин – симплексів. Інакше кажучи, будь-яке відношення задає на множині вершин сукупність підмножин, які перетинаються, кожна з яких трактується як геометричний симплекс, а вся сукупність таких симплексів утворює симпліціальний комплекс.

Даний підхід до опису структури складної системи дозволяє по-іншому підійти до рішення питань, пов'язаних з вивченням складності структури системи, структури її підсистем, їх ролі та способу взаємодії.

В основі симпліціального подання лежить структура досліджуваної системи. Для коректного здійснення переходу від структури складної системи до її симпліціального подання, дослідникові необхідно задати множину вершин симпліціального комплексу та визначити деяке відношення або правило, відповідно до якого вихідна множина вершин буде розбито на множину непустих підмножин, які перетинаються - симплексів. Вибір характеру відношення між елементами складної системи здійснюється виходячи з задачі дослідження складної системи противника. Це може бути як розмірні фізичні величини (відстань, час, рубежі досяжності і т.п.), так і умовні величини (ступінь впливу на досягнення кінцевої мети ведення бойових дій системою, вплив на стійкість функціонування системи). Важливим є те, що при дослідженнях складних систем зв'язок може бути як позитивним, так і негативним, а за умови відсутності вірогідної інформації про зв'язок, він може бути описаний нечіткими числами [5].

З самого початку процедура побудови моделі системи полягає у виборі двох скінчених множин X та Y, елементи яких зв'язані деяким відношенням з складною системою противника Взаємний зв'язок елементів системи представляються у вигляді відношень, які існують між елементами множин X та Y. Кожне відношення між двома кінцевими множинами X та Y є підмножиною декартового добутку X×Y, що дозволяє записати $\lambda \in X \times Y$. Відношення зручно представляти матрицею інцидентності

$$\Lambda = \left[\lambda_{ij}\right],$$

де $\lambda_{ij} = 1$, якщо $\left(x_i, y_j\right) \in \lambda$ та $\lambda_{ij} = 1$ в іншому випадку.

При переході від структури відношення до симпліціального комплексу в якості множини Y комплексу вибирається множина вершин системи, а кожному елементу множини X ставиться у відповідність один з симплексів системи. Кожен симплекс $s_p \in K$, де K – комплекс, однозначно визначається підмножиною з (p+1) різних $\gamma_i \in Y$, а будь-яка підмножина симплекса s визначається (q+1) елементами множини Y, де q ≤ p, що називається його q-гранями та утворюють новий симплекс $S_p \in K$. Число елементів в деякій підмножині Y, що утворює симплекс s, позначається card(s) та визначається числом вершин даного симплекса. Таким чином, кожне відношення λ породжує симпліціальний комплекс, який позначається як $K_x\left(Y,\lambda\right)$, саме він та його геометрична реалізація описує структуру відношення λ. Якщо змінити ролі множин X та Y, тобто вважати, що X представляє собою множину вершин, то λ^* породжує спряжений комплекс $K_x\left(Y,\lambda^*\right)$, який складається із симплексів $\left\{\gamma_j\right\}$. Матриця інцидентності для λ^* отримується транспонуванням матриці Δ. Тому з кожним відношенням пов'язано два симпліціальні комплекси.

В якості прикладу побудуємо симпліціальну модель системи вузлової оборони противника, структура якої приведена на рис. 1.

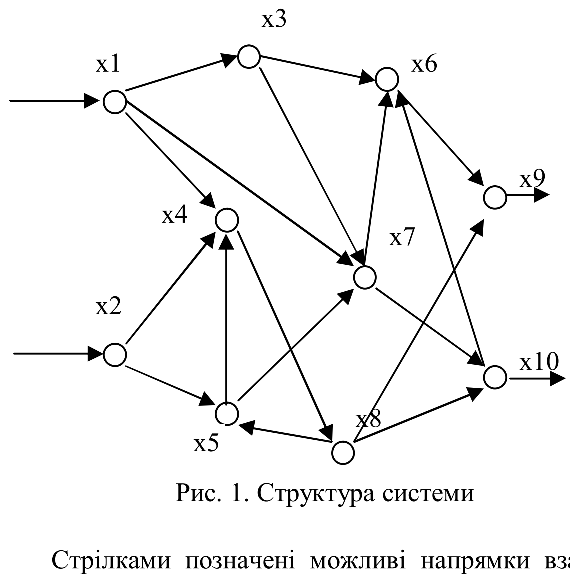

Рис. 1. Структура системи

Стрілками позначені можливі напрямки взаємодії одних елементів з іншими. Для даного прикладу це може бути відношення «здатність надати допомогу» за час, що менший заданому. Наявність вхідних стрілок до вузлів x1 та x2, а також вихідних стрілок з вузлів x9 та x10 (рис. 1) свідчить про те, що дана система є елементом більш потужної системи, з якою теж встановлюється взаємодія.

Вважаємо, що λ буде визначатися відношенням «на об'єкт впливає зв'язаний з ним елемент». Вочевидь, що λ^* в даному випадку буде відповідати першому з відношень.

Множина Y задається на множині вузлів системи оборони противника, тобто

$$Y = \{\chi_1, \chi_2, ..., \chi_{10}\}.$$

Множині X буде відповідати множина симплексів, кожен з яких описує конкретний вузол структури з позиції вузлів системи, що знаходяться з ними в заданому відношенні λ. Можна записати, що:

$$s(\chi_i) = \left\{\chi_j \in Y : (\chi_i, \chi_j) \in \lambda\right\}. \qquad (1)$$

Для прикладу, приведенного на рис. 1 та обраного відношення λ маємо таку множину симплексів:

$$s(\chi_1) = \{\varnothing\};\ s(\chi_2) = \{\varnothing\};\ s(\chi_3) = \{\chi_1\};$$

$$s(\chi_4) = \{\chi_1, \chi_2, \chi_5\};\ s(\chi_5) = \{\chi_2, \chi_8\};$$

$$s(\chi_6) = \{\chi_3, \chi_7, \chi_{10}\};\ s(\chi_7) = \{\chi_1, \chi_3, \chi_5\};$$

$$s(\chi_8) = \{\chi_4\};\ s(\chi_9) = \{\chi_6, \chi_8\};\ s(\chi_{10}) = \{\chi_7, \chi_8\}.$$

Набір усіх представлених симплексів задає симпліціальний комплекс $K_X(Y, \lambda)$, що може бути представлений за допомогою матриці інцидентності:

$\lambda =$ (2)

	χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5	χ_6	χ_7	χ_8	χ_9	χ_{10}
$\sigma(\chi_3)$	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
$\sigma(\chi_4)$	*1*	*1*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
$\sigma(\chi_5)$	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*
$\sigma(\chi_6)$	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*1*
$\sigma(\chi_7)$	*1*	*0*	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
$\sigma(\chi_8)$	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
$\sigma(\chi_9)$	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*
$\sigma(\chi_{10})$	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*	*0*	*0*

Відмітимо, що для спрощення алгоритму поліедрального аналізу в матриці (2) пусті симплекси $s(\chi_1)$ та $s(\chi_2)$ можна не записувати.

Наслідуючи дані принципи, неважко отримати симпліціальні комплекси для відношення λ^* шляхом транспонування матриці (2).

Відмітимо, що при дослідженні структурно складних систем в інтересах рішення задачі вибору об'єктів для вогневого ураження основна роль повинна приділятися ролі окремих елементів системи та їх впливу на стійкість системи в цілому. Крім того, складність організації зв'язків між елементами і визначає складність структури системи.

В симпліціальній моделі кожному вузлу системи ставиться у відповідність симплекс, який характеризує його с точки зору зв'язку з іншими елементами системи. Отже, це дозволяє вирішувати задачу визначення важливості вузлів як для локальних складних систем противника, так і оцінку значимості вузлів для забезпечення стійкості функціонування всієї системи та досягнення нею мети.

Відносну важливість окремого симплекса в комплексі відображає показник ексцентриситету, який дозволяє оцінити щільність вкладення кожного симплекса до комплексу, і тим самим характеризує локальні особливості структури. Отримання цього показника пов'язане в необхідністю звернути увагу на індивідуальні властивості симплексів. Формула для обчислення ексцентриситету має вигляд:

$$ecc(s) = \frac{\dim(s) - q'}{q' + 1}, \qquad (3)$$

де $\dim(s)$ – розмірність симплекса, q' - найбільше значення q, при якому симплекс стає зв'язаним з будь-яким іншим симплексом комплекса. Пояснимо формулу (3). Різниця $\dim(s) - q'$ є мірою нонконформності симплексу. Ділення на $q' + 1$ дозволяє урахувати відносну частку ексцентриситету, що вноситься незв'язаними вузлами в симплекс. Таким чином, нульове значення ексцентриситету співпадає з поняттям повністю зв'язаного (неексцентричного) симплекса, в свою чергу ексцентриситет симплекса, що не пов'язаний з іншими симплексами буде наближатися до нескінченності.

Незважаючи на те, що вираз (3) достатньо простий, він не враховує багатьох особливостей симплексів, д найбільш важливих з яких можна віднести число симплексів, з якими даний симплекс здатен встановити зв'язки, і те, яким чином симпліціальні зв'язки розподіляються за рівнями зв'язаності, що важливо при обґрунтуванні важливості об'єкту ураження противника. Таким чином, формула (3) для обчислення ексцентриситету ускладнюється до такого вигляду [4]:

$$ecc\left(s^k\right) = 1 - \frac{card\left(s^k\right) - card\left(\nu^k\right)}{\left(n_k + 1\right) \cdot card\left(s^k\right)}, \qquad (4)$$

де n_k – число симплексів в комплексі, що мають $card\left(\nu^k\right)$ загальних вершин з симплексом s^k.

При цьому $card\left(\nu^k\right) = \max_j\left[card\left(s_i^k \cap s_i^j\right)\right]$ – максимальне число загальних вершин k-го симплекса з іншими симплексами, k та j – порядкові номери симплексів, призначені при початковому визначенні вихідних множин $k \neq j$.

Формула (4) більш повно враховує властивості симплексу, оскільки окрім розмірності симплексів та числа загальних вершин, у формулі присутнє число симплексів, з якими досліджуваний симплекс здатен встановлювати зв'язок на максимальному рівні зв'язаності. Результат формули (4) лежить у діапазоні [0,1], що є ще однією перевагою для такого обчислення значення ексцентриситету, оскільки дозволяє більш чітко класифікувати ступінь вкладеності симплексів до структури комплексу – від незначної до високої.

Для практичних розрахунків важливості об'єктів ураження використовується чітка градація інтервалу [0, 1] для значень ексцентриситету:

– діапазон A [0; 0,2] – малий ступінь інтегрованості;

– діапазон B [0,2; 0,5] – незначний ступінь інтегрованості;

– діапазон C [0,5; 0,8] – середній ступінь інтегрованості;

– діапазон D [0,8; 1] – високий ступінь інтегрованості/

Дана шкала ексцентриситетів може модифікуватися та уточнюватися, оскільки кордони шкали є дещо розмитими, то можна казати про доцільність застосування теорії нечітких множин [6]. Приклад застосування нечітких множин для опису інтервалів ексцентриситетів і застосування далі у нечітких алгоритмах приведено на рис. 2.

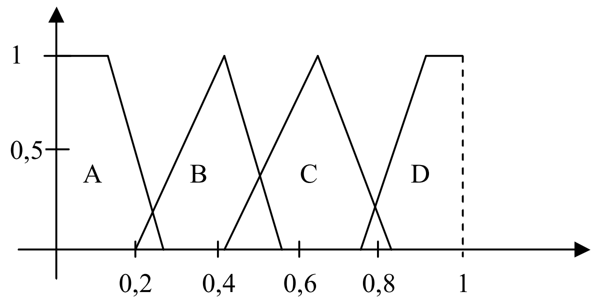

Рис. 2. Нечітка шкала градації ексцентриситету симплексу

Дослідження показали, що отримані значення ексцентриситету симплексів по формулі (4) враховує стаціонарну структуру системи, але дає неприпустимі (з фізичної точки зору) результати для динамічної структури.

Складна система, до якої відноситься противник у сучасному протиборстві, як правило, є динамічною системою, тому формулу (4) доцільно представити у вигляді виразу:

$$\mathrm{ecc}\left(s^k\right) = \sum_{j=1}^{\mathrm{card}\left(s^k\right)} \frac{\mathrm{card}\left(s^k\right) - \mathrm{card}\left(j^k\right)}{\left(n_{kj} + 1\right) \cdot \mathrm{card}^2\left(s^k\right)}. \quad (5)$$

Формула (5) побудована згідно принципів, що закладені в формулі (4) з тією різницею, що враховуються всі рівні зв'язаності симплексів. Крім того, результати обчислень за формулою (5) знаходиться у відповідності з ексцентричністю симплекса, тобто більшому значенню виразу відповідає більша ексцентричність симплексу.

Відзначимо, що n_{kj} дорівнює кількості сиплексів комплексу, що мають з симплексом s^k j спільних вершин, а $\mathrm{card}\left(j^k\right)$ дорівнює кількості вершин симплексу s^k, що приймають участь у встановленні зв'язків з іншими симплексами зв'язків рівня j.

Отримані в результаті проведеного q-аналізі оцінки та характеристики дозволяють при оцінці противника отримати досить повну інформацію про особливості досліджуваної системи для планування вогневого ураження.

Незважаючи на це, у поліедральному аналізі можна відзначити ще одне поняття, що здатне доповнити загальну картину про досліджувану систему - симпліціальні зірки. Симпліціальна зірка являє собою підмножину симпліціального комплексу, у яку входять симплекси, що містять задану вершину системи. З погляду дій противника, такі підкомплекси складаються із симплексів, асоційованих з тими вузлами, які конкурують між собою за задану вершину. Інакше кажучи, залежно від обраного відношення, вони спільно використовують дану вершину. Пошук елементів зірки деякої вершини ведеться по відповідному стовпці матриці інцидентності, що відповідає симплексу цієї вершини в зворотними моделі. У зв'язку із цим, можна говорити про те, що симпліціальні зірки є сполучною ланкою між прямою та зворотними матрицями инцидентности, а виходить, зв'язують обидві моделі.

Крім того, знаходження зірки для деякої вершини дозволяє виділити локальну ділянка системи навколо заданого вузла. Такі ділянки і їхні об'єднання можна розглядати як підсистеми й, отже, досліджувати різними методами, у тому числі знову скористатися полиедральним аналізом.

Наприклад, порівняльний аналіз ексцентриситетів симплекса, отриманих при дослідженні підсистеми та системи в цілому, допомогли б одержати подання про ступінь інтеграції вершин. Змінюючи ж число та склад симпліціальних зірок, що входять у підсистему, можна виявити вершини (об'єкти), що вносять найбільший внесок в інтеграцію досліджуваного симплекса, а отже повинні бути першочергово включена до плану вогневого ураження.

Повний набір симпліціальних зірок і їх об'єднань задає на симпліціальному комплексі множину підкомплексів – сузір'їв, аналіз яких, у свою чергу, надає додаткову інформацію про інтегрованість вузлів системи.

Перетинання зірок для деякого набору вершин симплекса дозволяє одержати сукупність симплексів, що використовують всі задані вершини.

Велика кількість симплексів, що потрапили в сукупність, буде свідчити про високу сполучну роль обраних вузлів усередині комплексу.

Проведення поліедрального аналізу для дослідження отриманих підкомплексів дозволяє оцінити важливість вузлів (об'єктів) з погляду стійкості підсистеми.

Порівняння отриманих результатів з результатами аналізу всього комплексу дає можливість уточнити ступінь інтеграції вузлів усередині таких під комплексів.

Втрата, що наноситься системі знищенням вузла (об'єкту), може бути оцінена ексцентричністю симплекса, пов'язаного із цим вузлом. При цьому більша ексцентричність указує на більшу втрату. Це очевидно, у випадку, якщо вузол має єдиний зв'язок між двома вузлами або двома групами вузлів та його знищення нанесе максимально можливий збиток системі, оскільки приведе до повного розриву зв'язків. З іншого боку, якщо існує декілька можливих зв'язків, то зникнення одного зв'язку приводить до посилення навантаження на інші зв'язки, що в свою чергу передбачає застосувати додаткові способи вогневого ураження, а також інші тактичні прийоми в ході ведення операції.

Висновки

Таким чином, в статті показано як за допомогою поліедрального аналізу можна дослідити структурну складність системи та надати рекомендації щодо вибору найбільш важливих об'єктів противника при плануванні вогневого ураження об'єктів авіацією Повітряних Сил за умови обмеженого льотного ресурсу.

Приведені формули доводять, що дана задача може бути легко формалізована та має алгоритмічну і програмну реалізацію для її застосування у перспективних інтелектуальних системах підтримки прийняття рішення.

Удосконалення та розвиток розглянутих методів полягає в аналізі зв'язаності структури складних динамічних, а також ієрархічних систем, чому будуть присвячені подальші дослідження.

Список літератури

1. Касти Д. Большие системы, связность, сложность и катастрофы / Джон Касти, пер. с англ. Ю.П. Гупало. – М.: Мир, 1982. – 216 с.

2. Atkin R. Polyhedral dynamics and geometry of systems / R. Atkin. – NASA Report, Luxembourg, 1977.

3. Кашаев О.Ю. Полиэдральный подход к анализу роли элементов структурно сложных систем. Новые информационные технологи / О.Ю. Кашаев. – М.: МГАПИ, 2001. – 184с.

4. Дегтярев К.Ю. Разработка методов и средств математического моделирования и анализа структурно сложных систем на основе аппарата полиэдральной динамики [Текст] : дисс. ... канд.техн.наук: спец. 05.13.01 / К. Ю. Дегтярев. – М., 1995. – 216 с.

5. Нємченко С.В. До питання використання методу аналізу зв'язності структури складних систем для розв'язування задач планування вогневого ураження об'єктів противника / С.В. Нємченко, А.В. Тристан, Ю.Г. Бусигін // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2011. – Вип. 8(98). – С. 102-105.

6. Алтунин А.Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография / А.Е Алтунин., М.В. Семухин. – Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000. – 352 с.

Надійшла до редколегії 1.12.2014

Рецензент: д-р військ. наук проф. Є.Б. Смірнов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ПОЛИЭДРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ В ИССЛЕДОВАНИИ СТРУКТУРНО СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫБОРА ОБЪЕКТОВ ОГНЕВОГО ПОРАЖЕНИЯ

А.В. Тристан, В.В. Гридина, А.Н. Козак, С.Л. Городецкий

Рассмотрена задача выбора объектов огневого поражения с помощью полиэдрального анализа. Предложено использовать полиэдральный анализ для решения задачи анализа структуры сложных систем. Выделение критических элементов сложной системы позволяет их в первую очередь включать к плану огневого поражения, тем самым поднимая стойкое функционирование системы. Предложенные подходы имеют алгоритмическую реализацию и позволяют их использование в перспективных интеллектуальных системах поддержки принятия решения.

***Ключевые слова:** огневое поражение, эксцентриситет, связанность, комплекс, множественное число, объект поражения, планирования, полиэдральный анализ, симплекс, системный анализ, сложная система, топология.*

POLYHEDRAL ANALYSIS IN RESEARCH STRUCTURALLY OF THE DIFFICULT SYSTEMS FOR THE DECISION OF TASK TO THE CHOICE OF OBJECTS OF FIRE DEFEAT

A.V. Tristan, V.V. Gridina, O.M. Kozak, S.L. Gorodeckiy

The task of choice of objects of fire defeat is considered by a polyhedral analysis. It is suggested to utillize a polyhedral analysis for the decision of task of analysis of structure of the difficult systems. The selection of critical elements of the difficult system allows them above all things to include to the plan of fire defeat, the same lifting the proof functioning of the system. Offered approach have algorithmic realization and allow their use in the perspective intellectual systems of support of decision-making.

***Keywords:** fire defeat, excentricity, tie-up, complex, plural, object of defeat, planning, polyhedral analysis, symplex, analysis of the systems, difficult system, topology.*