

УДК 504.054;54.064;51-74

Ю.Ю. Гончаренко¹, М.М. Дивизинюк², А.В. Фаррахов²¹ Севастопольський національний університет ядерної енергії та промисловості² ГУ «Інститут геохімії оточуючої середовища НАН України» Київ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫЯВЛЕНИЯ НИЗКОАКТИВНОГО ИОНИЗИРУЮЩЕГО ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ

Показано, что низкоактивное гамма-излучение может быть обнаружено при узкополосном стробировании всего спектра измерений, вычисления в каждой узкой полосе корреляционной матрицы и последующего её сравнения с нормативной. В случае значительного расхождения значения матриц принимается решение о наличии низкоактивного источника.

Ключевые слова: источник излучения, радиоактивный фон, корреляционная матрица, узкополосное стробирование.

Введение

Обнаружение источников ионизирующего излучения – одна из актуальных научно-прикладных задач, которая стоит перед силовыми и научными структурами [1, 2], обеспечивающими решение государственных и глобальных задач о нераспространении ядерного оружия и его компонентов. Известно, что существует надежные методы обнаружения источников ионизирующих излучений и созданная на их основе измерительная техника [3 – 6]. Однако террористические организации различного толка планируют использовать для транспортировки радиоактивных материалов различные устройства, позволяющие маскировать их под естественный фон. В тоже время существуют математические методы [7], определяющие то, что любой случайный процесс имеет характерную только для него «окраску», определяемую его сингулярным разложением. Это создает основу для теоретических разработок моделей, позволяющих выявлять низкоактивные источники.

Целью данной работы является разработка математической модели выявления низкоактивного ионизирующего гамма-излучения. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: во-первых, проанализировать одномерную случайную величину, характеризующую радиационный фон на локальном пространстве, во-вторых, рассмотреть математическое описание радиационного фона, формируемого двумя независимыми факторами, в-третьих, решить задачу изменения случайного стационарного фона низкоактивным радиоактивным источником.

Одномерная случайная величина, которая характеризует радиационный фон в локальном пространстве

Радиационный фон – ионизирующее излучение, которое обусловлено общим действием естественных и техногенных радиационных факторов. Природный

радиационный фон – излучение, которое создается в природе радионуклидами, содержащимися в земной коре, приповерхностном воздухе, почве, воде, растениях (приблизительно 80 – 85%), а также космическим излучением (около 15 – 20%). Техногенный радиационный фон связан, главным образом, с переработкой и перемещением горных пород, сжиганием горючих ископаемых, а также с ядерными испытаниями и ядерной энергетикой. По этим причинам радиационный фон изменяется в достаточно широких пределах, в зависимости от региона, который рассматривается. Даже в одном регионе, но в разных местах, он может существенно изменяться, т.е. говорят о величине радиационного фона на локальном участке местности или локальном пространстве. Единица измерения активности радиационного фона – количество актов распада в секунду (расп.·с⁻¹).

Значение радиационного фона в локальном пространстве обычно является непрерывной случайной величиной (СВ), как показано на рис. 1.

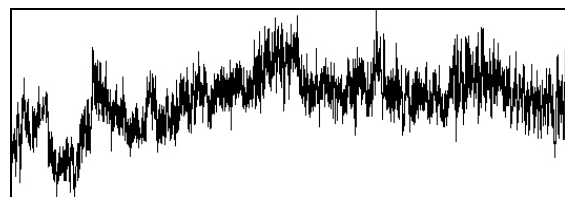


Рис. 1. Фрагмент рекордограммы флуктуаций радиационного фона

Пусть данная СВ имеет функцию распределения вероятностей (интегральную ФРВ) $F_1(x)$ и плотность распределения (дифференциальную ФРВ) – $P_1(x)$. Если СВ X имеет нормальное распределение, то [8]:

$$P_1(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (1)$$

где m и σ – числовые характеристики СВ X : m – математическое ожидание (МО); σ – среднеквадратическое отклонение (СКО), т.е. СВ полностью определяется 2 числовыми характеристиками (рис. 2).

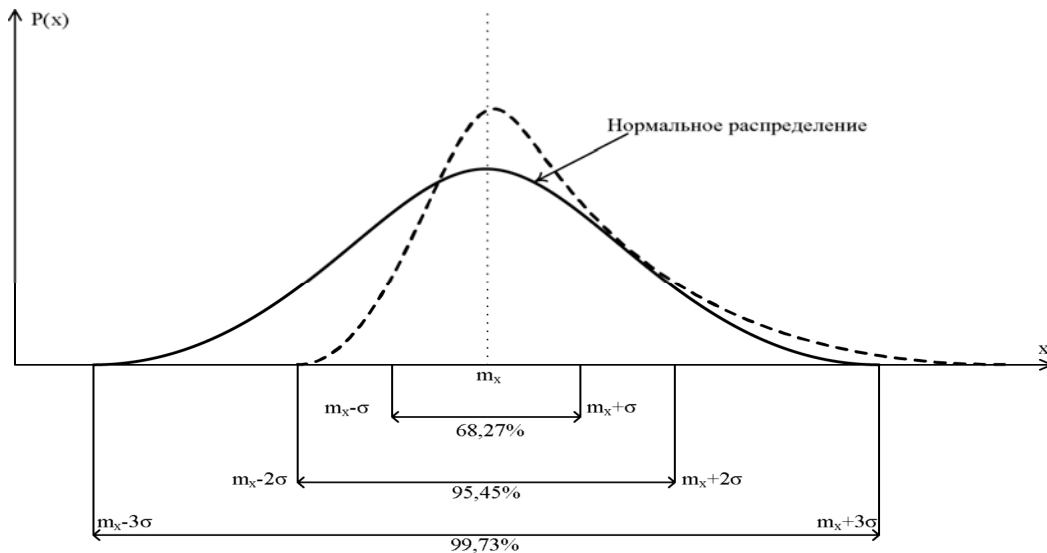


Рис. 2. Закон розподілення випадкової величини

Характер произвольной одномерной СВ определяется такими числовыми характеристиками, как моменты порядка k относительно случайной точки α ($M(\bullet)$ – МО) [8]:

– абсолютные

$$\beta_k(\alpha) = M(|X - \alpha|^k); \quad (1)$$

– факториальные

$$m_{[k]}(\alpha) = M(|x - \alpha|^{[k]}) \quad (2)$$

где $|x - \alpha|^{[k]} = Z^{[k]} = z(z-1)(z-2)\dots(z-k+1)$.

Для одномерной СВ начальным ($\alpha = 0$) моментом первого порядка m_1 является МО, центральным ($\alpha = m$) моментом второго порядка m_2^0 – дисперсия, абсолютным центральным моментом первого порядка β_2^0 – среднее арифметическое отклонение. С центральным моментом третьего порядка m_3^0 связан коэффициент асимметрии $\gamma_1 = m_3^0/\sigma^3$. С центральным моментом четвертого порядка m_4^0 связан коэффициент эксцесса $j_2 = m_4^0/\sigma^4$.

Кроме того одномерная случайная величина описывается характеристической функцией $\Theta_1(jv)$, которая определяется как МО СВ e^{jvx} , т.е.

$$\Theta_1(jv) = M(e^{jvx}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jvx} P_1(x) dx, \quad (3)$$

где v – действительная величина, $j = \sqrt{-1}$.

Используя представление плотности вероятности $P_1(x)$ в виде суммы дельта функций, формулу (3) можно распространить на дискретные случайные величины, тогда она примет вид

$$\Theta_1(jv) = \sum_{i=1}^n P_i e^{jvx_i}, \quad (4)$$

где x_i – возможные значения СВ X; $P_i = P(x = x_i)$ – соответствующие им вероятности.

Плотность вероятности $P_1(x)$ однозначно выражается через характеристическую функцию [8]:

$$P_1(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta_1(jv) e^{-jvx} dv \quad (5)$$

Для нахождения $\Theta_1(jv)$ по известной плотности $P_1(x)$ или наоборот, нахождения $P_1(x)$ по $\Theta_1(jv)$, можно использовать преобразование Фурье, а для определения моментов m_k СВ X нужно рассчитать k-ую производную от характеристической функции по параметру v при $v=0$, т.е.

$$m_k = \frac{1}{i^k} \left. \frac{d^k \Theta_1(jv)}{dv^k} \right|_{v=0} \quad (6)$$

Одномерная СВ, которая характеризует радиационный фон на локальном участке пространства, определяется математическим ожиданием, дисперсией, коэффициентом асимметрии и эксцессом (момент 4-го порядка), которые вычисляются через характеристическую функцию с использованием преобразования Фурье.

Математическое описание радиационного фона, формируемого несколькими независимыми факторами

Пусть выполнено измерение радиационного фона пространства. Результатом измерений за определенный промежуток времени является одномерная СВ X_1 . Через определенный промежуток времени опять выполняем измерение радиационного фона, результат этого измерения – СВ X_2 и т.д. Систему из n СВ можно рассматривать как n -мерный случайный вектор.

Вместо плотности вероятности для описания двумерной системы целесообразнее использовать двумерную характеристическую функцию

$$\Theta_2(jv_1, jv_2) = M \left[e^{j(v_1x + v_2y)} \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j(v_1x + v_2y)} P_2(x, y) dx dy. \quad (7)$$

Если x и y – независимые случайные величины с характеристическими функциями $\Theta_1(jv_1)$ и $\Theta_1(jv_2)$, то $\Theta_2(jv_1, jv_2) = \Theta_1(jv_1) \Theta_1(jv_2)$.

Пусть, измеряя доминирующий фон, выполнено n измерений, т.е. рассматривается система n СВ, которые будут характеризоваться математическим ожиданием $M(X_k)$, дисперсией $D(X_k)$, взаимными корреляционными моментами

$$K_{x_i x_j} = \left\{ [X_i - M(X_i)] [X_j - M(X_j)] \right\}, i \neq j \quad (8)$$

или коэффициентами взаимной корреляции

$$R_{x_i x_j} = K_{x_i x_j} / \sigma_{x_i x_j}, i \neq j. \quad (9)$$

Таким образом, математическое описание радиационного фона который формируется несколькими независимыми факторами, получаемым в ходе опытных измерений, – система нескольких случайных величин, которые определяются начальными моментами первого и второго порядка (математическим ожиданием и дисперсией), а также взаимными корреляционными моментами.

Решения задачи изменения случайного стационарного фона низкоактивным радиоактивным источником

При прямом детектировании выделить полезный сигнал на фоне помехи можно при условии, что детектируемый сигнал достаточно (как правило, в 2-4 раза и больше) превышает помеху [7]. В том случае, когда соотношение уровня сигнала и помехи колеблется от 1,2 до 1,8, прием сигнала считается неуверенным, а когда значение сигнала и помехи соизмеримы, то выделение сигнала на фоне шумов очень проблематично. При условии, что сигнал меньше уровня помехи (в нашем случае ниже фона), выделить его можно, используя статистические (или вероятностные) методы обработки сигналов [7].

Пусть, проводится однократное измерение радиоактивного фона в течение определенного промежутка времени T . Зафиксированную за это время СВ будем определять 4 моментами порядка 1 – 4. Если флуктуации значений являются гауссовым шумом, то плотность распределения вероятностей будет подчиняться нормальному закону распределения, а коэффициенты асимметрии и эксцесса будут равняться нулю.

В локальное пространство, в котором происходит измерение радиоактивного фона, добавим источник ионизирующего излучения. Пусть его излучение будет постоянным, без флуктуаций, его активность $U = \text{const}$, $U < m_x$. При этом математическое ожидание полученного случайного процесса

m_{x+u} увеличится на величину U , а дисперсия – на величину $0,16 U$. Соответственно получим положительный коэффициент асимметрии и ненулевой эксцесс, что даст возможность сделать вывод о наличии (появления) низкоактивного источника на локальном участке, где проводится измерение радиоактивного фона.

Следовательно решение задачи выявления низкоактивного источника заключается в периодическом вычислении первого, второго, третьего и четвертого моментов и фиксация наличия разницы, т.е.

$$\begin{cases} m_{x+u} - m_x = \Delta m; & U = 0 \\ \sigma_{x+u} - \sigma_u = \Delta \sigma; & \text{при } \Delta m = \Delta \sigma = \Delta j_1 = \Delta j_2 = 0; \\ j_{1+u} - j_1 = \Delta j_1; & U = 1 \\ j_{2+u} - j_2 = \Delta j_2; & \text{при } \Delta m \neq 0, \Delta \sigma \neq 0, \Delta j_1 \neq 0, \Delta j_2 \neq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Допустим, выполнено n измерений. Составим матрицы корреляционных моментов $\|k_{ij}\|$ и коэффициентов взаимной корреляции $\|R_{ij}\|$

Так как все случайные величины X_1, X_2, \dots, X_n независимы, то $\|k_{ij}\| = \|0\|$, $\|R_{ij}\|$ – постоянна.

Если на локальный участок пространства, где проводится измерение радиационного фона, добавляется источник ионизирующего излучения, активность которого равняется U , то

$$k_{(x_1+u)(x_2+u)} = \left\{ [(x_1 + u) - M(x_1 + u)] \times [(x_2 + u) - M(x_2 + u)] \right\} = k_{x_1 x_2} + k_{uu}. \quad (11)$$

Преобразуя (24), получаем

$$k_{(x_1+u)(x_2+u)} = k_{x_1 x_2} + k_{uu} \quad (12)$$

Теперь с учетом добавления низкоинтенсивного источника в локальном пространстве, где происходит измерение, матрицы $\|k_{ij}\|$ приобретает вид

$$\begin{aligned} & \|k_{ij}^u\| = \\ & = \begin{vmatrix} k_{x_1 x_1} + k_{uu} & k_{x_1 x_2} + k_{uu} & \dots & k_{x_1 x_n} + k_{uu} \\ & k_{x_2 x_2} + k_{uu} & \dots & k_{x_2 x_n} + k_{uu} \\ & \dots & \dots & \dots \\ & & & k_{x_n x_n} + k_{uu} \end{vmatrix} = (13) \\ & = \begin{vmatrix} k_{x_1 x_1} + k_{uu} & k_{uu} & \dots & k_{uu} \\ & k_{x_2 x_2} + k_{uu} & \dots & k_{uu} \\ & \dots & \dots & \dots \\ & & & k_{x_n x_n} + k_{uu} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Следовательно, с введением низкоактивного источника значения элементов корреляционной матрицы существенно растут, из-за того, что в каждом столбике и строке появляется дополнительный корреляционный момент, обусловленный тональным сигналом. Степень этого роста будет пропорционален числу измерений n .

Возникает внутреннее противоречие, чем больше измерений (n), тем лучше выявление низкоактивного источника, но тогда время измерения T соответственно увеличивается и будет равно nT .

Для разрешения этого противоречия весь диапазон измерений, который определяется длинами излучаемых волн, разобьем на L участков – поддиапазонов. Тогда решение задачи будет сводиться к стробированию узкополосного участка и вычислению матрицы корреляционных моментов по n измерениям, т.е.

$$\begin{cases} k_1^n - k_1^{n0} = \Delta k_1; & U = 0 \\ k_1^n - k_2^{n0} = \Delta k_2; & \text{при } \Delta k_1 = 0; \\ \dots\dots\dots & U = 1 \\ k_L^n - k_L^{n0} = \Delta k_L; & \text{при } \Delta k_1 \gg 1. \end{cases} \quad (14)$$

Таким образом, математической моделью выявления низкоактивного ионизирующего гамма-источника является процесс узкополосного стробирования полосы измерений, вычисления в каждой полосе корреляционной матрицы по семейству реализаций, последующего сравнения вычисленной матрицы с нормативной и принятия решения о наличии источника излучения при значительном расхождении значений матриц по модели (14).

Выводы

Одномерная случайная величина которая характеризует радиационный фон на локальном участке пространства полностью определяется математическим ожиданием (момент 1-го порядка), дисперсией (момент 2-го порядка), коэффициентом асимметрии (момент 3-го порядка), эксцессом (момент 4-го порядка), связанными с распределением плотности вероятности случайной величины и вычисляемыми через характеристическую функцию с использованием преобразования Фурье.

Математическое описание доминирующего фона, который формируется двумя или большим количеством независимых факторов, получаемыми в ходе опытных измерений, определяется начальными моментами первого и второго порядка (математи-

ческим ожиданием и дисперсией), а также матрицей взаимных корреляционных моментов.

Математической моделью детектирования низкоактивного ионизирующего гамма-излучения в условиях его маскирования является процесс узкополосного стробирования полосы измерений, вычисления в каждой полосе корреляционной матрицы по семейству реализаций, последующего сравнения вычисленной матрицы с нормативной и принятия решения о наличии источника сигнала при значительном расхождении значений матриц.

Список литературы

1. Закон Украины «О физической защите ядерных установок, ядерных материалов, радиоактивных отходов, других источников ионизирующего излучения» №2064-III от 19.10.2000 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://zakon.gov.ua>.
2. Закон Украины «Об оперативно-розыскной деятельности» №2135-XII от 18.02.1992 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://zakon.gov.ua>
3. Дивизинюк М.М. Выявление нестационарных источников радиоактивного излучения путем применения информационного метода / М.М. Дивизинюк, Ю.Л. Забулонов и др. // Современная защита информации. – К.: ДУІЛЕ, 2011. – № 2. – С.100-106.
4. Бондарев В.П. Физическая защита ядерных объектов / В.П. Бондарев. – М.: Изд. МИФИ, 2008. – 584 с.
5. Аппаратура контроля перемещения ядерных материалов / В.Ф. Басманов, В.А. Белов, С.А. Зыков и др. // Материалы семинара «Радиационный мониторинг ядерных материалов на российских предприятиях» (Обнинск, 7-11 октября 1996 г.). – Обнинск, 1996. – С. 45-48.
6. Тихонов А.А. Двухканальный радиационный монитор для интегрированных систем безопасности / А.А. Тихонов // Специальная техника. – 2002. – № 4. – С. 45-52.
7. Усенко А.С. Основы математического моделирования и алгоритмизации процессов функционирования сложных систем / А.С. Усенко. – М.: Арт-Принт. 2008. – 520 с.
8. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.

Поступила в редколлегию 14.11.2014

Рецензент: д-р техн. наук ст. научн. сотр. Ю.Л. Забулонов, ГУ «Институт геохимии окружающей среды НАН Украины», Киев.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЯВЛЕННЯ НИЗЬКОАКТИВНОГО ІОНІЗУЮЧОГО ГАММА-ВИПРОМІНЮВАННЯ

Ю.Ю. Гончаренко, М.М. Дівізінюк, О.В. Фаррахов

Показано, що низькоактивне гамма випромінювання може бути виявлене при вузькосмуговому стробуванні всього спектру вимірів, обчислення в кожній вузькій смузі кореляційної матриці і подальшого її порівняння з нормативною. У разі значної розбіжності значення матриць приймається рішення про наявність низькоактивного джерела.

Ключові слова: джерело випромінювання, радіоактивний фон, кореляційна матриця, вузькосмугове стробування.

MATHEMATICAL MODEL OF LOW-LEVEL IONIZING GAMMA-RADIATION DETECTION

Yu.Yu. Goncharenko, M.M. Diviziniuk, A.V. Farrakhov

It is shown that low-level radioactive gamma radiation can be detected by gating all narrowband spectrum measurement computation in each narrow band correlation matrix, and its subsequent comparison with the standard. In case of significant differences of the matrices the decision of a low-level source is considered.

Keywords: ionization source, radioactive background, correlation matrix, narrowband.