УДК 621.317

М.М. Дорожовець

Національний університет „Львівська політехніка”, Львів, Україна
Жешувська політехніка, Жешув, Польща

ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ШЛЯХОМ БЕЗПОСЕРЕДНЬОГО ЇХ ПОРІВНЯННЯ ІЗ ЗРАЗКОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ

У статті досліджено метод опрацювання результатів некорельованих спостережень, який грунтується на безпосередньому порівнянні вхідних спостережень із так званими зразковими спостереженнями, якими є математичні сподівання позиційних статистик, які відповідають прийнятим моделям густини розподілу спостережень. Запропоновано та досліджено два способи знаходження оцінки результату вимірювання на снові аналізу значень незміщеної оцінки дисперсії залишкових відхилень досліджуваних спостережень від зразкових спостережень, які відповідають заданому набору модельних розподілів спостережень. Ефективність обох способів досліджена методом Монте-Карло. Показано, що спосіб, який грунтується на мінімальному значенні оцінки дисперсії дає кращі результати (менший розкид, непевність), якщо спостереження одержані із генеральної сукупності, розподіл якої є серед модельних. Другий спосіб, який грунтується на ваговому визначенні результату, дає кращі результати, якщо серед модельних відсутній розподіл генеральної сукупності. Ефективність обох способів зростає при збільшенні відхилення розподілу генеральної сукупності від нормального.

***Ключові слова**: результати, спостереження, зразкові спостереження, порядкові статистики, непевність.*

Вступ. Залежність стандартної непевності результату від моделі густини розподілу спостережень

Опрацювання результатів багатократних спостережень передбачає наступні умови:

– спостереження взаємно некорельовані;
– їх розподіл відповідає прийнятій теоретичній моделі.

Лише при таких умовах отримуваний під час статистичного опрацювання результат вимірювання з точки зору значення його стандартної непевності буде найкращим. Зокрема, у разі спостережень з нормальним розподілом найкращою оцінкою результату з найменшою стандартною непевністю є середнє арифметичне, для спостережень з розподілом Лапласа вибіркова медіана має асимптотично у $\sqrt{2}$ рази меншу стандартну непевність ніж середнє значення, а у випадку рівномірного розподілу непевність середини розмаху асимптотично зменшується пропорційно до кількості спостережень, а не до кореня з кількості спостережень.

Слід зауважити, що вказані вище параметри експериментальних вибірок, будуть насправді найкращими лише у тих випадках, коли фактичний розподіл спостережень співпадає із відповідною теоретичною моделлю розподілу, по крайній мірі є достатньо близьким до нього. Це стосується також стандартної непевності оцінок при інших розподілах спостережень. У багатьох практичних випадках розподіл спостережень може істотно відхилятися від прийнятої теоретичної моделі, а в певних випадках може взагалі бути апріорі невідомим. Розподіл спостережень може також змінюватися у часі, тобто бути нестабільним.

Для встановлення моделі розподілу спостережень слід виконати статистичні дослідження з великою кількістю спостережень, застосовуючи різні критерії (тести) згідності. Слід зауважити, що жоден зі статистичних критеріїв (тестів) навіть при позитивному результаті не дає гарантії, що зареєстровані спостереження відповідають вибраній моделі. Якщо кількість спостережень невелика, то статистичні критерії можуть бути позитивними для декількох моделей розподілу і тоді невідомо, яку модель розподілу слід взяти.

Метод порівняння вхідних спостережень із зразковими спостереженнями

Один із можливих методів визначення основних параметрів спостережень: точки положення μ - центру групування спостережень (не обов'язково середнього значення) та міри ширини розкиду σ (не обов'язково стандартного відхилення) спостережень при відносно невеликій їх кількості (до кілька десятків) запропоновано у [1 – 5]. Метод грунтується на відомому у метрології підході: найточніший результат вимірювання отримують методом безпосереднього порівняння вимірюваної величини з мірою. Стосовно опрацювання результатів спостережень суть методу полягає у безпосередньому порівнянні зареєстрованих (вхідних) спостережень $x_1, x_2, ..., x_n$ із так званими зразковими спостереженнями $x_{ref,1}, x_{ref,2}, ..., x_{ref,n}$. Зразкові спостереження – це значення випадкової величини, які ідеально відповідають нормованій (з нульовим значенням параметру положення μ = 0 та одиничним значенням параметру ширини σ = 1) моделі розподілу p(x) (рис. 1). Їх значення дорівнюють математичним сподіванням позиційних статистик, які відповідають заданій моделі розподілу p(x) [6 – 8].

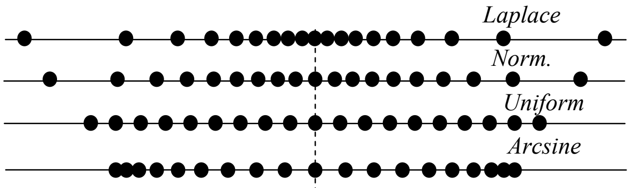

Рис. 1. 4 набори зразкових спостережень (n = 19)

Кожній іншій математичній моделі розподілу p(x) відповідає інший набір зразкових спостережень.

Принцип визначення оцінки $\hat{Y}_j$ параметру положення μ та оцінки $\hat{H}_j$ ширини розкиду σ досліджуваних спостережень запропоновано у [6 – 8] і він полягає у мінімізації суми квадратів відхилень v_k лінійно масштабованих значень зразкових спостережень $x'_{ref,k} = \hat{Y}_j + x_{ref,k} \cdot \hat{H}_j$ від вхідних впорядкованих спостережень $x_{s,1}, x_{s,2}, ..., x_{s,n}$ (рис. 2).

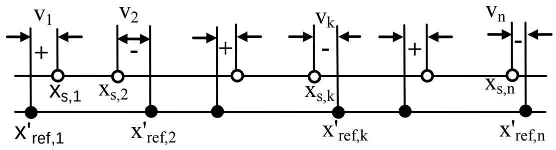

Рис. 2. Принцип визначення оцінок ($\hat{Y}_j$; $\hat{H}_j$) параметрів положення μ та ширини σ розкиду вхідних спостережень.

Оскільки позиційні статистики взаємно корельовані [6 – 8], тому під час визначення параметрів положення $\hat{Y}$ та ширини розкиду $\hat{H}$ вхідних спостережень застосовується ваговий метод найменших квадратів (МНК [6 – 8]. У матричному записі шукані параметри знаходять за виразом:

$$\left(\hat{Y}, \hat{H}\right)^T = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{X}_s, \qquad (1)$$

де $\mathbf{X}_s$ – вектор впорядкованих вхідних спостережень; $\mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{ref,1} & x_{ref,2} & \cdots & x_{ref,n} \end{pmatrix}$ – матриця позиційних статистик, $\mathbf{W}=[\mathbf{Cov}]^{-1}$ – вагова матриця, яка є оберненою до матриці коваріацій **Cov** позиційних статистик, які відповідають вибраній моделі розподілу [6 – 8].

У [3] доведено, що у цьому методі між стандартною непевністю $u_A(\hat{\mu}) = \sqrt{var(\hat{\mu})}$ оцінки $\hat{\mu}$ і стандартною непевністю $u_A(\overline{x}) = \sigma/\sqrt{n}$ середнього значення вибірки $\overline{x}$ виконується нерівність

$$u_A^2(\hat{\mu}) = var(\hat{\mu}) \le \frac{\sigma^2}{n} = var(\overline{x}), \qquad (2)$$

при цьому рівність у (2) має місце лише коли $\hat{\mu} = \overline{x}$, тобто коли розподіл вхідних спостережень є нормальним. Із (2) випливає, що якщо густина розподілу p(x) спостережень відхиляється від нормального, то метод, який грунтується на позиційних статистиках, забезпечує меншу стандартну непевність результату вимірювання $u_A(\hat{\mu}) = \sqrt{var(\hat{\mu})}$ порівняно із стандартною непевністю середнього значення. У цьому і є перевага даного методу.

Матрицю $\left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} = \mathbf{REC}$, яка для заданої моделі розподілу p(x) не залежить від вхідних спостережень яку використовують для знаходження параметрів, назвемо реконструкційною. Для симетричних відносно середини розподілів $p_j(x)$ ця матриця складається з двох симетричних рядків:

$$\mathbf{REC}_j = \\ = \begin{pmatrix} g_{1,j} & g_{2,j} & \cdots & g_{\left[(n+1)/2\right],j} & \cdots & g_{2,j} & g_{1,j} \\ -\gamma_{1,j} & -\gamma_{2,j} & \cdots & 0 & \cdots & \gamma_{2,j} & \gamma_{1,j} \end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Елементи $g_{k,j}$ першого рядка (3) є парно симетричними, а елементи $\gamma_{k,j}$ другого рядка є непарно симетричними. Оскільки значення цих коефіцієнтів залежать лише від форми розподілу $p_j(x)$ (та кількості спостережень n), тому їх можна порахувати заздалегідь перед опрацюванням вхідних спостережень. Звідси насправді шукані параметри досліджуваної вхідної вибірки знаходять дуже просто (рис. 3): а саме як зважені на відповідні коефіцієнти середні значення впорядкованих спостережень:

$$\hat{Y}_j = \sum_{k=1}^{n} g_{k,j} x_{s,k} \, ; \quad \hat{H}_j = \sum_{k=1}^{n} \gamma_{k,j} x_{s,k} \, . \qquad (4)$$

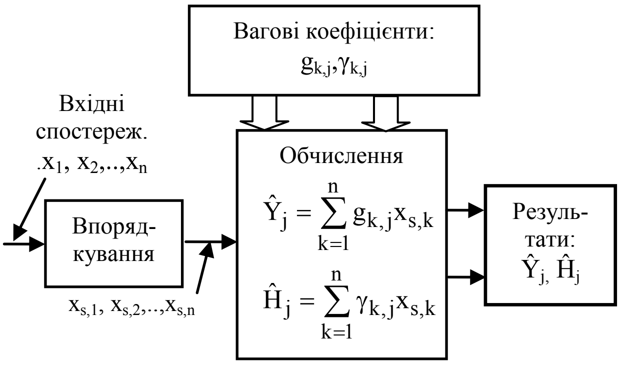

Рис. 3. Спрощений алгоритм обчислення параметрів положення μ та ширини розкиду σ вхідних спостережень

Для кожної іншої моделі розподілу $p_j(x)$ спостережень є інші значення вагових коефіцієнтів $g_{k,j}$ та $\gamma_{k,j}$, (4), тому для тих самих вхідних спостережень внаслідок обчислення згідно (4) отримуємо різні значення шуканих параметрів положення $\hat{Y}_j$ та ширини $\hat{H}_j$ розкиду. Тоді виникає задача з поміж різних обчислених значень $\hat{Y}_1, \hat{Y}_2,.. \hat{Y}_j,.., \hat{Y}_J$ та $\hat{H}_1, \hat{H}_2,.. \hat{H}_j,.., \hat{H}_J$ вибору найкращих.

Метою наступних досліджень є опрацювання способів визначення найкращих оцінок шуканих параметрів положення μ та ширини σ розкиду вхідних спостережень та оцінювання ефективності цих способів методом Монте-Карло.

Визначення найкращих оцінок параметрів вхідних спостережень

Якщо точний розподіл спостережень а пріорі невідомий, то єдиними величинами, які є доступними до кількісного оцінювання якості допасування вхідних спостережень до зразкових спостережень, є отримувані залишкові відхилення. На практиці обчислюють суму квадратів залишкових відхилень, а точніше - дисперсію цих відхилень. Незміщену оцінку дисперсії відхилень $S^2_{R,j}$ знаходять на підставі різниць $x_{s,k}$-$x'_{ref,k}$ між вхідними впорядкованими спостереженнями $x_{s,k}$ та масштабованими на знайдені параметри $\hat{Y}_j$ і $\hat{H}_j$ зразковими спостереженнями $x'_{ref,k}=\hat{Y}_j+x_{ref,k}\cdot\hat{H}_j$, або у матричній формі $\left(\mathbf{X}_s - \mathbf{A}_j\mathbf{C}_j\right)$. Тоді незміщену оцінку дисперсії відхилень (для вагового МНК) можна знайти за виразом :

$$S^2_{R,j} = \frac{\left(\mathbf{X}_s - \mathbf{A}_j\mathbf{C}_j\right)^T \cdot \mathbf{W}_j \cdot \left(\mathbf{X}_s - \mathbf{A}_j\mathbf{C}_j\right)}{n-2} = \mathbf{X}_s^T \mathbf{Q}_j \mathbf{X} \, , \qquad (5)$$

де $\left(\mathbf{W}_j \cdot \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}_j \mathbf{REC}_j\right)\right) / (n-2) = \mathbf{Q}_j$ – вагова матриця (яка залежить лише від моделі розподілу і тому її можна обчислити заздалегідь); **I** – одинична діагональна матриця розміром n×n.

Для тих самих вхідних спостережень (вектор $\mathbf{X}_s$) використання кожної іншої моделі розподілу $p_j(x)$ (різні вагові матриці $\mathbf{Q}_j$) значення дисперсії буде іншим. Основними причинами ненульової дисперсії відхилень є випадкові відхилення результатів спостережень навколо теоретичних їх значень (випадкова складова $S^2_{j,\text{вип}}$), якщо розподіл спостережень відповідає модельному, а також відхилення фактичного розподілу спостережень від модельного (систематична складова $S^2_{j,\text{сист}}$). Це означає, що серед зразкових спостережень немає таких, які відповідають фактичному розподілу спостережень.

Під час опрацювання результатів спостережень часто немає можливості коректно розрізнити ці складові, і внаслідок обчислення згідно (5) отримуємо сумарне значення експериментальної дисперсії. $S^2_{R,j} = S^2_{j,\text{сист}} + S^2_{j,\text{вип}}$.

Загалом використовуючи ту чи іншу доступну додаткову інформацію може існувати декілька різних способів аналізу значень дисперсій (5) з метою визначення найкращих параметрів спостережень.

Якщо існують переконливі аргументи про те, що серед наборів зразкових спостережень є набір, який відповідає теоретичній моделі розподілу вхідних спостережень (модель розподілу адекватна), тоді складовою $S^2_{j,\text{сист}}$ дисперсії можна знехтувати, і, очевидно, найкращий результат вимірювання відповідає такому, для якого сумарна дисперсія (5) набуває мінімального значення:

$$j = \text{номер}\left\{ \underset{1 \le j \le J}{\text{MIN}} \left(S^2_{R,1}, .., S^2_{R,j}, ..., S^2_{R,J} \right) \right\}. \qquad (6)$$

Тобто оцінки шуканих параметрів зареєстрованих спостережень дорівнюють:

$$\hat{\mu} = \hat{Y}_j \, , \; \hat{\sigma} = \hat{H}_j \big) \, . \qquad (7)$$

Цей спосіб назвемо способом А1.

Якщо немає переконливих аргументів, що фактична модель розподілу є однією з тих, для яких обчислені набори наборів зразкових спостережень, і вона в різних експериментах може дещо змінюватися, то неможливо знехтувати складовою дисперсії $S^2_{j,\text{сист}}$. Тоді для визначення найкращого результату належить врахувати ступені допасування зареєстрованих спостережень до всіх наборів зразкових спостережень і тоді найкращі значення шуканих параметрів можна обчислити у вигляді зваженої суми квадратів оцінок параметрів, які відповідають заданим моделям розподілу:

$$\hat{\mu} = \sum_{j=1}^{J} \varsigma_j \hat{Y}_j ; \ \hat{\sigma} = \sum_{j=1}^{J} \varsigma_j \hat{H}_j , \qquad (8)$$

де вагові коефіцієнти ς_j є обернено пропорційними до відповідних дисперсій відхилень

$$\varsigma_j = \xi_j \Big/ \sum_{j=1}^{J} \xi_j = \frac{1}{S_{R,j}^2} \Big/ \sum_{j=1}^{J} \left(\frac{1}{S_{R,j}^2} \right). \qquad (9)$$

Цей спосіб назвемо способом А2.

Результати досліджень

Загалом розподіл порядкових статистик лише асимптотично є нормальним, а при малому обсязі вибірок їх розподіл істотно відрізняється від нормального і у значній мірі залежить від густини розподілу спостережень. Тому отримати прості теоретичні залежності для розподілів оцінок шуканих параметрів досліджуваної вибірки практично надзвичайно складно. Тому на першому етапі ефективність запропонованих способів опрацювання результатів спостережень досліджені методом Монте-Карло.

Моделі розподілу для формування зразкових спостережень. Для формування наборів зразкових спостережень вибрано 9 моделей розподілу. При чому 7 з них утворені на основі одного узагальненого експоненційного розподілу порядку *k* [9]:

$$p(x,k) = \frac{k}{2\Gamma(1/k)\cdot\eta} \exp\left(-\left| \frac{x-\mu}{\eta} \right|^k \right) \qquad (10)$$

де $\eta = \sqrt{\Gamma(1/k)/\Gamma(3/k)} \cdot \sigma$ – є параметром ширини розподілу (σ – стандартне відхилення) μ – параметр положення, $\Gamma(q)$ j- функція гамма аргументу q. Одним із найважливіших параметрів форми розподілів є запропонована П.В. Новицьким [9] контр-ексцес $\kappa = \sigma^2 / \sqrt{\mu_4}$, який для розподілів (109) визначається лише порядком розподілу k:

$$\varsigma = \Gamma(3/k) \Big/ \sqrt{\Gamma(1/k)\cdot\Gamma(5/k)} .$$

Дослідження виконані при 7 значеннях порядку розподілу

k = 0,5 (κ = 0,199); k = 1 (κ = 0,408);

k = 1,5 (κ = 0,516); k = 2 (κ = 0,577); k = 4 (κ = 0,676);

k = 10 (κ = 0,729), k = ∞ (κ = 0,745).

Доцільність використання такої узагальненої моделі (8) полягає у тому, що при зміні параметру (порядку) k цей розподіл трансформується у добре відомі розподіли. Зокрема, при k = 1 це розподіл Лапласа, при k = 2 це нормальний розподіл, а при $k \to \infty$ цей розподіл прямує до рівномірного.

Навпаки, при $k \to 0$ розподіли прямують δ-функції Дірака (ς = 0).

Іншими двома моделями були розподіли із збільшенням густини на краях, зокрема, арксинусоїдальний розподіл (κ = 0,816) та розподіл періодичного експоненційного сигналу при відношенні півперіоду до сталої часу

$$\xi = T/2\tau = 2 \ (\kappa = 0{,}853).$$

Моделі розподілу для формування вхідних спостережень. Вхідні (досліджувані) спостереження були сформовані із 7-и типових моделей розподілу генеральної сукупності. Це розподіли Лапласа, нормальний, трикутний, рівномірний та арксинусоїдальний. Крім цього використані два розподіли, які відповідають сумі незалежних спостережень з двох генеральних сукупностей: нормальної та рівномірної з однаковою дисперсією, та двох різних рівномірних з відношенням їх ширини 1:2.

Кількість спостережень та статистичних експериментів. Під час досліджень кількість спостережень становила: n = 9, 14, 19, 29, 39, 49. Для кожного набору вхідних спостережень приймалися різні значення параметрів положення та ширини розкиду, але результати моделювання наведені для значення параметру положення μ_0 = 5,000 та параметру ширини розкиду σ = 0,200. Кількість реалізацій (статистичних експериментів) методу Монте-Карло становила M = 10^5 – на кожну вхідну вибірку.

Характеристики якості результатів опрацювання. Якість визначених за обома методами аналізу дисперсій результатів вимірювань $\hat{X}_{i,l}^{(n)}$ досліджено на основі обчислення похибок вимірювань: $\Delta_{i,l}^{(n)} = \hat{\mu}_{i,l}^{(n)} - \mu_0$. На основі статистичного аналізу цих похибок були визначені їх найважливіші характеристики: середні значення $\overline{\Delta}$ і експериментальні стандартні відхилення s_Δ (рис. 4).

Збудовані також гістограми похибок (рис. 5).

З метою порівняння якості отримуваних результатів на рис. 4 штриховою лінією показані теоретичні значення стандартної непевності середнього значення вибірки $s_{\overline{x}} = \sigma/\sqrt{n}$, а на рис. 5 штриховими лініями наведені гістограми похибок при визначенні середнього значення $\Delta = \overline{x} - \mu_0$.

На основі аналізу значень стандартних відхилень результату встановлено, що метод опрацювання результатів спостережень, який грунтується на порядкових статистиках починає бути ефективним (кращим за ефективність середнього значення вибірки) при кількості спостережень приблизно n>10…15 і його ефективність покращується із збільшенням кількості спостережень.

Якщо спостереження отримані з генеральної сукупності, для якої серед є у повній мірі відповідна реконструкційна матриця, тоді спосіб А1 знаходження результату вимірювання загалом дає менший розкид (стандартну непевність) порівняно до розкиду результату знайденого за способом А2. Серед досліджуваних моделей густини розподілу у найбільшій мірі це стосується так званих „крайніх" розподілів: Лапласа (на рис. 4, поз.1, на рис. 5, а, б), рівномірного (на рис. 4, поз. 6, рис. 5, д, е) та арксинусоїдального (на рис. 4, поз.7, рис. 5, є, ж).

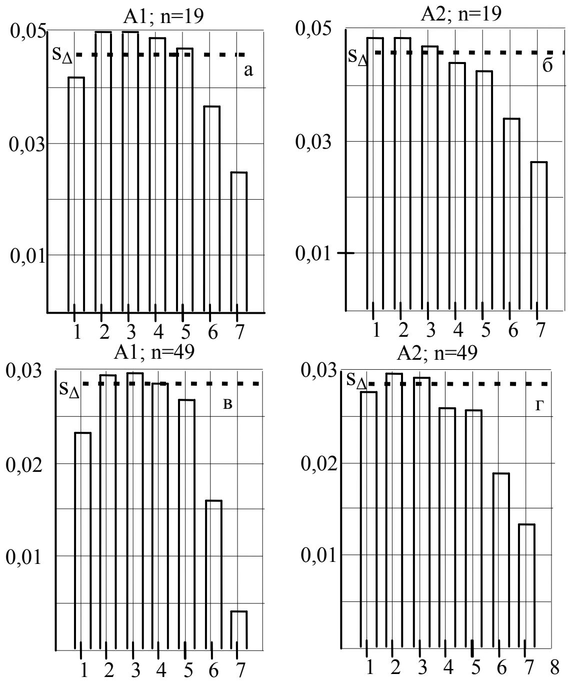

Рис. 4. Стандартні відхилення оцінок результатів вимірювання при різних розподілах:
1 – Лапласа; 2 – нормальний;
3 – згортка нормального з рівномірним;
4 – трикутний; 5 – згортка двох різних рівномірних; 6 – рівномірний;
7 – арксинусоїдальний

Якщо ж спостереження отримані із генеральної сукупності, для якої відсутня реконструкційна матриця, то спосіб А2 знаходження результату дає дещо менший розкид (стандартну непевність) у порівняно до способу А1. Стосується це насамперед густин розподілу спостережень, які розміщені (за значенням контрексцесу) між густинами, для яких існують відповідні реконструкційні матриці.

Серед досліджуваних це розподіли у вигляді згортки нормального і рівномірного (на рис. 4, поз.3) трикутного (на рис. 4, поз.4)) та згортки двох різних рівномірних з відношенням їх ширини 1:2 (на рис. 4, поз.5). Загалом спосіб А2 дає тим кращі результати, чим менше використано моделей для формування зразкових вибірок.

Якщо спостереження отримані із генеральних сукупностей, розподіл яких є близьким до нормального (на рис. 4, поз. 2, 3), то обидва способи дають достатньо близькі стандартні відхилення (непевності) результатів, які збігаються до стандартного відхилення середнього значення вибірки.

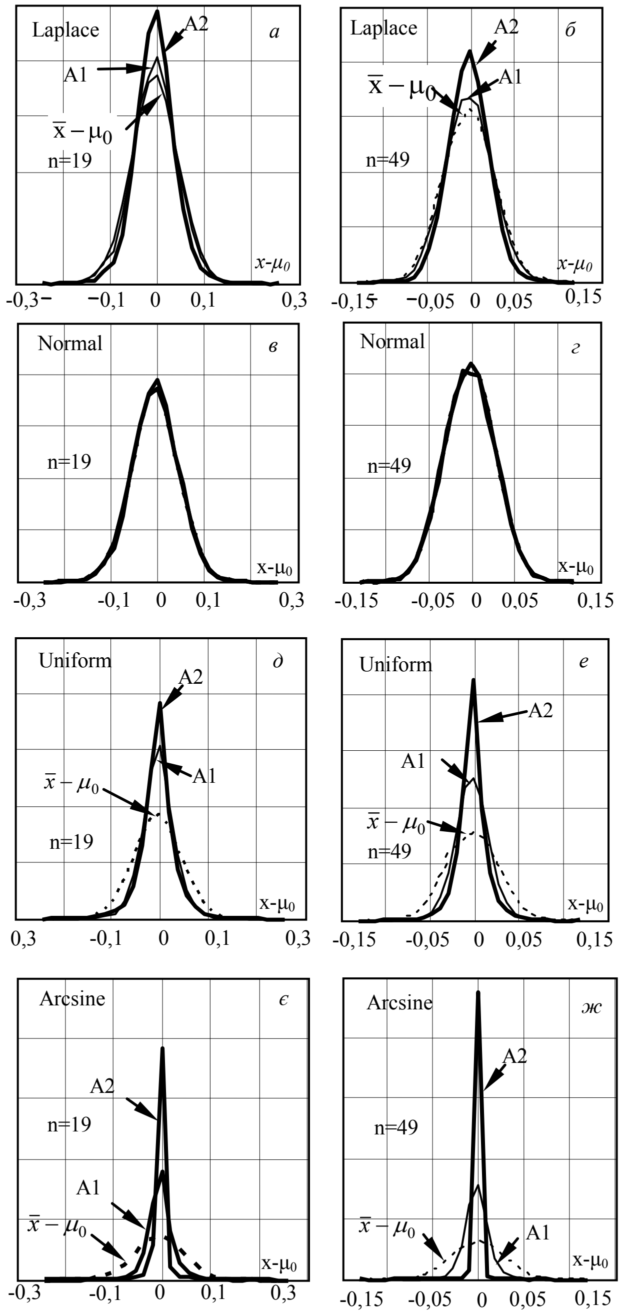

Рис. 5. Гістограми похибок визначення параметру положення

Висновки

1. Якщо конкретна густина розподілу генеральної сукупності, з якої отримують спостереження, наперед невідома, а лише відомо, що вона може належати до певного класу розподілів, то метод опрацювання результатів спостережень, який грунтується на позиційних статистиках, дає кращі результати (з точки зору розкиду) порівняно із середнім значенням вибірки вже при кількості спостережень n>10…15.

2. Якщо серед реконструкційних матриць є матриця, яка сформована згідно моделі густини розподілу і з якої отримано вхідні спостереження, то менший розкид (непевність) результату забезпечує

спосіб А1, який грунтується на визначенні мінімальної дисперсії залишкових відхилень. Спосіб А2, який грунтується на ваговому усередненні знайдених для кожної моделі розподілу результатів, доцільно використовувати, якщо розподіл генеральної сукупності може істотно відхилятися від модельних.

3. Ефективність методу зростає із збільшенням відхилення розподілу генеральної сукупності від нормального та із збільшенням кількості спостережень. При розподілах близьких (зокрема, за значенням контрексцесу) до нормального, метод дає приблизно такі самі результати як і при знаходженні середнього значення.

Список літератури

1. Дорожовець М.М. Дослідження застосування зразкових вибірок для оцінювання результату вимірювання та його стандартної непевності / М.М. Дорожовець // Відбір і обробка інформації. – Вид. ФМІ НАНУ, 2008. – Вип. 29 (105). – С. 24-31.

2. Dorozhovets M. Metoda opracowania wyników obserwacji bazująca na ich porównaniu z próbami referencyjnymi / M. Dorozhovets // Pomiary. Automatyka. Kontrola. – 2009. – 55 , nr. 9. – S. 754-757.

3. Dorozhovets M. Estimation of the best measurement result and its standard uncertainty by input observations processing using the method of reference samples based on order statistics / M. Dorozhovets, O. Kochan // Proc. of the 5-th IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications. 21-23 September 2009, Rende (Cosenza), Italy. – P. 351-354.

4. Dorozhovets M. Investigation of the Test Samples Method, Used for the Evaluation of Measurement Result and its Uncertainty / M. Dorozhovets // Proc. of Int. Conf. on Precision Measurement. – TU Ilmenau, 08–12 Sept. 2008. – P. 91-92.

5. Dorozhovets M. Metoda opracowania wyników obserwacji bazująca na wykorzystaniu prób referencyjnych / M. Dorozhovets // Mat. Konf. PPM-2009. Sucha Beskidzka 10-13.05. 2009. – P. 104-107.

6. Lloyd E.H. Least-squares estimation on location and scale parameters using order statistics / E.H. Lloyd // Biometrika, 1952. – 39. – P. 88.

7. Downton F. A note of ordered least-squares estimation / F. Downton // Biometrika. – 1953. – 40. – P. 457.

8. Kendall M.G. The Advanced Theory of Statistics: Vol. 2 / M.G. Kendall, A. Stuart. – Charles Griffin and Co Ltd, London, 3 edition, 1973.

9. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

Надійшло до редколегії 4.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.П. Захаров, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ ПУТЕМ ИХ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО СРАВНЕНИЯ С ОБРАЗЦОВЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ

М.М. Дорожовец

В статье исследован метод обработки результатов некоррелированных наблюдений, который основан на непосредственном их сравнении с образцовыми наблюдениями. Образцовыми наблюдениями являются математические ожидания позиционных статистик, которые зависят только от модели плотности распределения наблюдений. Предложено и исследовано два способа определения оценки результата измерения, основанные на анализе несмещенной оценки дисперсии остаточных отклонений исследуемых наблюдений от образцовых наблюдений, соответствующих набору заданных моделей распределений наблюдений. Показано, что результат основанный на определении минимальной оценки дисперсии, имеет меньший разброс (неопределенность), если наблюдения получены из генеральной совокупности, для которой существует реконструкционная матрица. Другой способ, в котором результат измерения определяется как среднее взвешенное, причем весовые коэффициенты обратно пропорциональны оценкам дисперсии, обеспечивает лучшие результаты, если среди модельных отсутствует распределение генеральной совокупности. Эффективность обоих способов исследована методом Монте-Карло.

***Ключевые слова**: результаты, наблюдения, образцовые наблюдения, позиционные статистики.*

PROCESSING OF THE RESULT OBSERVATIONS BY THEIR DIRECT COMPARISON WITH THE REFERENCE OBSERVATIONS

M.M. Dorozhovets

In the article the two methods of the determination of the location μ and width σ parameters of the input uncorrelated observations as a result of comparison of the input sorted observations with the set of the so-called reference observations are proposed and investigated. The elements of reference samples are the expectations of random position statistics corresponded to general population density distribution of observations. The measurement result according to the first method is based on the determination of the minimum value of residual sums of squares deviations of input from the all set reference observations. In the second method result is calculated as the weighted mean from all results, in this case the weight coefficients are proportional to the inverse values of appropriate residual sums of squares deviations. The efficiency of these models is investigated by the Monte Carlo method.

***Keywords:** results, observations, reference observations, order statistics.*