

УДК 389.14

О.М. Васілевський

Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна

ОЦІНКА НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИХІДНИХ СИГНАЛІВ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ В ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМАХ РОБОТИ

Запропоновано метод оцінки невизначеності вихідних сигналів засобів вимірювальної техніки в динамічних режимах роботи на основі апріорних даних про частотну характеристику ЗВТ та спектральну функцію вхідного сигналу.

Ключові слова: частотні характеристики, невизначеність динамічних вимірювань, спектральна функція, акселерометр.

Вступ

Постановка проблеми. Динамічні вимірювання, тобто вимірювання з використанням засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) в динамічному режимі, отримують все більшого розповсюдження в техніці та наукових дослідженнях. Ці вимірювання пов'язані в першу чергу з вивченням закономірностей проходження фізичних процесів в досліджуваних об'єктах. Тому роль динамічних вимірювань особливо велика, по перше, в галузях науки, пов'язаних з дослідженням структури матерії, аналізом і синтезом нових речовин та матеріалів, вивченням об'єктів в експериментальних умовах, і по друге, в галузях техніки і виробництва, для яких характерне створення нових технологічних процесів і випробування нових ЗВТ з підвищеною точністю вимірювань. І оскільки, на сьогоднішній день необхідно, щоб всі результати вимірювань забезпечувалися єдиною характеристикою точності, якою відповідно до міжнародних вимог є невизначеність, тому розробка методу оцінки невизначеності вимірюваних сигналів, які одержують за допомогою ЗВТ в динамічних режимах роботи є актуальною науковою проблемою.

Аналіз публікацій. При проведенні вимірювань фізичних величин завжди виникає перехідний режим роботи ЗВТ, при якому сигнал на його виході суттєво змінюється в часі [1]. Дана обставина пояснюється інерційними властивостями ЗВТ, оскільки вони складаються в загальному випадку з набору різних мас і пружин, ємностей і індуктивностей або інших інерційних елементів, які зумовлюють появу динамічної невизначеності [2]. Крім того, в цифрових засобах вимірювання спостерігається запізнення сигналу, обумовлене кінцевим часом його перетворення в цифровий код. Це приводить до того, що рівняння перетворення ЗВТ, яке відображає його статистику, в динамічному режимі є неприйнятним. В такому випадку переходять до диференціальних рівнянь, які описують динамічний взаємозв'язок вихід-

ної $y(t)$ і вхідної $x(t)$ величин ЗВТ. При складанні диференціальних рівнянь у праву частину записують вхідні сигнали, тобто причину, що привела ЗВТ у дію, а в ліву частину диференціального рівняння – вихідний сигнал (реакцію ЗВТ) [1, 3]

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{k=0}^m b_k x^{(k)}(t), \quad (1)$$

де $x(t)$, $y(t)$ – відповідно, вхідна та вихідна величина; i , k – порядок похідних; a , b – коефіцієнти, що характеризують властивості ЗВТ.

Для представлення диференціального рівняння в частотній області, символ диференціювання за координатою часу $\frac{d}{dt}$ замінимо на $j\omega$, і тоді рівняння (1) набуде вигляду

$$\frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = S_0 \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + 1}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + 1}$$

або

$$y(j\omega) = S(j\omega)x(j\omega), \quad (2)$$

де $y(j\omega)$, $x(j\omega)$ – відповідно, спектральні функції вихідного та вхідного вимірюваного сигналу; $S_0 = b_0/a_0$ – статична чутливість, тобто чутливість до постійної вхідної величини (при $j\omega = 0$); $S(j\omega)$ – передатна функція ЗВТ або операторна чутливість.

Найхарактернішими для ЗВТ є динамічні характеристики, які описуються диференціальними рівняннями першого і другого порядків, а в окремих випадках третього та вищих порядків [1].

Інформація про динамічні характеристики повинна міститися в нормативно-технічних документах на ЗВТ, якщо ж така інформація відсутня, то її можна отримати на основі апріорних даних про ЗВТ.

Метою даної статті є викладення методу оцінки невизначеності динамічних вимірювань, які отримують за допомогою ЗВТ в динамічному режимі роботи за допомогою спектральної функції вхідного сигналу та частотної характеристики ЗВТ.

Метод оцінки динамічної невизначеності вихідних сигналів ЗВТ

Для вираження невизначеності результатів вимірювань при динамічних вимірюваннях зручною для практичного застосування є частотна характеристика ЗВТ.

Для безінерційного ЗВТ (ідеальний вимірювальний перетворювач) частотна характеристика (ЧХ) має вигляд

$$S(j\omega) = K, \quad (3)$$

де K – коефіцієнт передачі ЗВТ.

Для ЗВТ, що мають аперіодичну ланку (вимірювальні перетворювачі температури в опір) частотна характеристика (ЧХ) має вигляд

$$S(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega\tau}, \quad (4)$$

де τ – постійна часу, що визначається параметрами ЗВТ.

Для ЗВТ, що мають інтегруючу ланку (інтегруючі підсилювачі) ЧХ має вигляд

$$S(j\omega) = \frac{K}{j\omega}. \quad (5)$$

Для ЗВТ, що мають форсуючу ланку (диференційні підсилювачі) ЧХ має вигляд

$$S(j\omega) = K(1 + j\omega\tau). \quad (6)$$

Для ЗВТ, що мають ланку запізнення (аналогоцифрові перетворювачі) ЧХ має вигляд

$$S(j\omega) = \exp(-j\omega\tau). \quad (7)$$

Для ЗВТ, що мають коливальну ланку (електромеханічні вимірювальні перетворювачі) ЧХ має вигляд

$$S(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega\tau_1 - \omega^2\tau_2^2} = \frac{K}{1 + 2j\omega\beta\tau - \omega^2\tau^2}. \quad (8)$$

Невизначеність вихідного сигналу u_d , який отримують за допомогою ЗВТ в динамічному режимі роботи з відомою ЧХ, можна виразити через квадратний корінь з інтегралу від добутку квадрату модуля ЧХ ЗВТ і квадрату спектральної функції вхідного сигналу на всіх частотах

$$u_d = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 |X(j\omega)|^2 d\omega}, \quad (9)$$

де $|S(j\omega)|$ – модуль ЧХ ЗВТ, що використовується при динамічних вимірюваннях, або амплітудо-частотна характеристика ЗВТ, що визначається за формулою

$$|S(j\omega)| = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}, \quad (10)$$

де $a(\omega)$, $b(\omega)$ – відповідно, дійсна та уявна частини ЧХ $S(j\omega)$ ЗВТ; $X(j\omega)$ – спектральна функція вхідного сигналу, яка пов'язана з вхідною функцією

часу $x(t)$ виразом Лапласа

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-j\omega_0 t} dt, \quad (11)$$

де ω_0 – частота вхідного сигналу.

Верхня межа інтегрування рівняння (11) на скінченному інтервалі часу може бути змінена на сумарний час спостереження T .

Якщо вимірюваний сигнал $x(t)$ є дискретизованим, то в рівнянні (11) знак інтегрування можна замінити на знак підсумовування, при цьому виконують такі заміни: t замінюють на nT_a , причому n змінюється від 0 до $N-1$, через T_a позначають період дискретизації, тоді $x(t)$ має вигляд $x(nT_a)$, а $e^{-j\omega_0 t}$ замінюють на $e^{-j\omega_0 nT_a}$.

Провівши такі заміни рівняння (11) можна записати в дискретному вигляді [3]

$$X_d(j\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_a)e^{-j\omega_0 nT_a} = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_a) \cos \omega_0 nT_a - j \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_a) \sin \omega_0 nT_a, \quad (12)$$

де $\omega_0 = 2\pi k / (NT_a)$, а $k = 0, 1, \dots, N-1$.

Для того, щоб дискретна спектральна функція за величиною відповідала неперервній спектральній функції, її необхідно помножити на інтервал дискретизації

$$X(j\omega) = T_a X_d(j\omega). \quad (13)$$

При динамічних вимірюваннях дискретних в часі сигналів рівняння для розрахунку динамічної невизначеності (9), з урахуванням рівнянь (12) і (13), можна записати у вигляді

$$u_d^2 = \frac{T_a}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(nT_a) e^{-j\frac{4\pi nk}{N}} A^2\left(k \frac{2\pi}{NT_a}\right), \quad (14)$$

де $A\left(k \frac{2\pi}{NT_a}\right) = A(\omega) = |S(j\omega)|$ – амплітудо-частотна

характеристика ЗВТ; $\Delta\omega = \frac{2\pi}{NT_a}$ – відстань розташування дискретних значень частоти; T_a – час дискретизації; N – кількість вибірок; NT_a – сумарний час спостереження.

Приклад використання методу оцінки невизначеності динамічних вимірювань

При вимірюванні віброприскорення працюючих механізмів діючі на основу акселерометра механічні коливання приводять до того, що на п'єзоелемент діє динамічна сила, яка дорівнює добутку прискорення сейсмічної маси на відповідну масу. П'єзоелементи генерують електричний заряд, пропорційний діючій на нього динамічній силі. Сейсмічні маси акселерометра практично не змінюють-

ся, це значить, що електричний заряд, який виникає на електродах п'єзоелементів пропорційний прискоренню цих мас. Оскільки амплітуда і фаза прискорення сейсмічних мас в широкому частотному діапазоні ідентична амплітуді та фазі прискорення основи акселерометра, то загальний електричний заряд, який віддається останнім, пропорційний прискоренню його основи і, відповідно, прискоренню механічних коливань поверховості об'єкта, на якому закріплений акселерометр [4].

Диференційне рівняння, що описує динамічний взаємозв'язок вихідної і вхідної величин вимірювального каналу віброприскорення має вигляд

$$m \frac{d^2 X_s(t)}{dt^2} + c \frac{dX_s(t)}{dt} + kX_s(t) = F(t), \quad (15)$$

де $F(t) = F_0 \sin(\omega_0 t)$ – гармонічна вимушена сила коливань поверховості об'єкту (вхідна величина); F_0 – амплітуда сили; ω_0 – кутова частота вимушеної сили; $X_s(t)$ – механічні коливання інерційної маси; m – маса акселерометра; c – параметр демпфування; k – еквівалентна жорсткість п'єзоелементів.

Запишемо диференційне рівняння (15) в загальноживаному вигляді

$$\frac{d^2 X_s(t)}{dt^2} + 2h \frac{dX_s(t)}{dt} + h_{кр}^2 X_s(t) = \frac{F_0}{m} \sin(\omega_0 t), \quad (16)$$

де $h = c/2m$ – коефіцієнт демпфування; $h_{кр} = \sqrt{k/m}$ – критичне значення коефіцієнту демпфування.

Передатна функція даного засобу вимірювання буде мати вигляд

$$S(p) = \frac{K_{ВП}}{m(p^2 + 2hp + h_{кр}^2)}, \quad (17)$$

де $K_{ВП}$ – коефіцієнт пропорційності вимірювального каналу віброприскорення.

Перейшовши до частотної області та відокремивши дійсну та уявну частини, отримаємо такий вираз модуля частотної характеристики

$$|S(j\omega)| = \frac{K_{ВП}}{m \left| (j\omega)^2 + 2h(j\omega) + h_{кр}^2 \right|}. \quad (18)$$

Вхідний сигнал $F_0 \sin(\omega_0 t)$ відповідно до формули (11) має таке зображення

$$X(j\omega) = F_0 \frac{\omega_0}{\omega_0^2 + (j\omega)^2}, \quad (19)$$

де ω_0 – циклічна частота вхідного сигналу, яка для електродвигуна, що працює на частоті 50 Гц дорівнює 314 рад/с.

З експериментальних даних [5], відомо, що амплітуда вимушеної гармонічної сили F_0 приблизно

складає 0,1 мм, що відповідає 10^{-4} м. Маса акселерометра m складає 40 г, що відповідає $4 \cdot 10^{-2}$ кг. Параметр демпфування c для п'єзоелектричних акселерометрів дорівнює 0,5, а еквівалентна жорсткість п'єзоелементів приймається рівною $k = 2$. Коефіцієнт пропорційності $K_{ВП}$ вимірювального каналу віброприскорення дорівнює 100.

Підставивши знайдені значення модуля частотної характеристики (18) та зображення вхідного (вимірюваного) сигналу у рівняння для визначення динамічної невизначеності (9) отримаємо вираз для оцінки невизначеності сигналу віброприскорення, який отримують за допомогою акселерометра

$$u_d = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{K_{ВП}^2 \left| \frac{\omega_0 F_0}{\omega_0^2 + (j\omega)^2} \right|^2}{m^2 \left| (j\omega)^2 + 2h(j\omega) + h_{кр}^2 \right|^2} d\omega}. \quad (20)$$

Для знаходження числового значення невизначеності (20) підкореневий інтеграл необхідно представити у вигляді

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(j\omega)}{K(j\omega)K(-j\omega)} d\omega, \quad (21)$$

де $K(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n$;

$$G(j\omega) = b_0(j\omega)^{2n-2} + b_1(j\omega)^{2n-4} + \dots + b_{n-1}.$$

Багаточлен $G(j\omega)$ містить тільки парні степені $j\omega$.

Для $n = 1$

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b_0}{|a_0 \cdot j\omega + a_1|^2} d\omega = \frac{b_0}{2a_0 a_1}. \quad (22)$$

Для $n = 2$

$$I_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b_0 \cdot (j\omega)^2 + b_1}{|a_0 \cdot (j\omega)^2 + a_1 \cdot j\omega + a_2|^2} d\omega = \frac{-b_0 + \frac{a_0 b_1}{a_2}}{2a_0 a_1}. \quad (23)$$

Для $n = 3$

$$I_3 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b_0 \cdot (j\omega)^4 + b_1 \cdot (j\omega)^2 + b_2}{|a_0 \cdot (j\omega)^3 + a_1 \cdot (j\omega)^2 + a_2 \cdot j\omega + a_3|^2} d\omega = \frac{-a_2 b_0 + a_0 b_1 - \frac{a_0 a_1 b_2}{a_3}}{2a_0 (a_0 a_3 - a_1 a_2)}. \quad (24)$$

Для $n = 4$

$$I_4 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(b_0(j\omega)^6 + b_1(j\omega)^4 + b_2(j\omega)^2 + b_3) d\omega}{|a_0(j\omega)^4 + a_1(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_3j\omega + a_4|^2} =$$

$$= \frac{b_0(-a_1a_4 + a_2a_3) - a_0a_3b_1 + a_0a_1b_2 + 2a_0(a_0a_3^2 + a_1^2a_4 - a_1a_2a_3)}{2a_0(a_0a_3^2 + a_1^2a_4 - a_1a_2a_3)} +$$

$$+ \frac{a_0b_3(a_0a_3 - a_1a_2)}{2a_0(a_0a_3^2 + a_1^2a_4 - a_1a_2a_3)}. \quad (25)$$

Підкореневий інтеграл невизначеності (20) можна розрахувати за допомогою інтегралу (25). В інтегралі (25) після деяких перетворення рівняння (20) коефіцієнти чисельника будуть такими

$$b_0 = 0, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = 0, \quad b_3 = \frac{K_{ВП}^2 F_0^2 \omega_0^2}{m^2},$$

а коефіцієнти знаменника наступні:

$$a_0 = 1; \quad a_1 = 2h; \quad a_2 = h_{кр}^2 + \omega_0^2;$$

$$a_3 = 2h\omega_0^2; \quad a_4 = \omega_0^2 h_{кр}^2.$$

Підставляючи у праву частину виразу (25) значення вказаних вище коефіцієнтів та їх числові значення і взявши з них квадратний корінь отримаємо чисельний розв'язок динамічної невизначеності (20), яка буде рівною $0,02 \text{ м/с}^2$ при номінальному значенні віброприскорення $0,35 \text{ м/с}^2$.

Висновки

На основі апріорної інформації про частотні характеристики ЗВТ і спектральної функції вхідного сигналу запропоновано метод оцінки невизначеності динамічних вимірювань. Запропоновані теоретичні

положення підтверджено експериментальними розрахунками динамічної невизначеності на прикладі вимірювань віброприскорень електромеханічних перетворювачів за допомогою акселерометрів.

Запропоновані вирази для оцінки невизначеності при динамічних вимірюваннях справедливі для ЗВТ, що характеризуються динамічними ланками любого типу, при дії стаціонарного випадкового вхідного сигналу.

Список літератури

1. Грановский В.А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения / В.А. Грановский. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 224 с.
2. Быкова Т.В. Расчет неопределенности восстановления сигналов при динамических измерениях / Т.В. Быкова, Г.А. Черепашук // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: ХУПС, 2006. – Вип. 7 (56). – С. 11-12.
3. Шрюфер Е. Обработка сигналов: цифровая обработка дискретизованных сигналов: пособие / За ред. В.П. Бабана. – К.: Либідь, 1992. – 296 с. – ISBN 5-325-00310-0.
4. Васілевський О.М. Аналіз динамічних метрологічних характеристик вимірювального перетворювача вібрації / О.М. Васілевський, В.О. Поджаренко // IV Міжнародної науково-техн. конф. [„Метрологія та вимірювальна техніка”. – Х.: ННЦ «Інститут метрології», 2004. – Т. 2. – С. 130-132.
5. Васілевський О.М. Інформаційно-вимірювальна система для автоматичного контролю параметрів роторних систем: дис... канд. техн. наук : 05.11.16 / Васілевський Олександр Миколайович. – Вінниця, 2005. – 248 с.

Надійшла до редколегії 12.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.О. Поджаренко, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ В ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ

А.Н. Василевский

Предложен метод оценки неопределенности выходных сигналов средств измерительной техники в динамических режимах работы на основании априорных сведений про частотную характеристику СИТ, которая используется при динамических измерениях и спектральной функции входного сигнала.

Ключевые слова: частотные характеристики, неопределенность динамических измерений, спектральная функция, акселерометр.

AN ESTIMATION OF UNCERTAINTY OF SIGNALS OUTPUTS OF FACILITIES MEASURING TECHNIQUE IS IN DYNAMIC OFFICE HOURS

O.M. Vasilevskyi

The method of estimation of uncertainty of signals outputs of facilities measuring technique is offered in dynamic office hours on the basis of a priori information about frequency description of FMT, which is used for the dynamic measuring and spectral function of entrance signal.

Keywords: frequency descriptions, uncertainty of the dynamic measuring, spectral function, accelerometer.