УДК 623.4.017

Б.Н. Ланецкий, В.В. Лукьянчук, Д.В. Фоменко

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПОНЯТИЯ "РАБОТОСПОСОБНОЕ СОСТОЯНИЕ" СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассматриваются вопросы формализации понятия "работоспособное состояние" сложных технических систем с многоуровневой работоспособностью. Предполагается, что система с многоуровневой работоспособностью может находиться кроме работоспособного и неработоспособного состояний, в одном из частично работоспособных состояний. При этом возможны два вида неопределенности: стохастическая в поведении параметров, определяющих работоспособность и лингвистическая, определяемой отсутствием четких границ понятия "работоспособность системы".

Ключевые слова: *сложная техническая система, многоуровневая работоспособность, нечеткое множество, лингвистическая неопределенность.*

Введение

Постановка проблемы. В современных условиях важным направлением повышения экономической эффективности эксплуатации сложных технических систем (СТС), является переход на ресурсосберегающие концепции эксплуатации и ремонта, в частности, на техническую эксплуатацию по состоянию. Возможность такого перехода сдерживается недостаточной проработанностью теории контроля технического состояния (КТС) и надежности СТС с многоуровневой работоспособностью.

Теория КТС систем вида I [1] предполагает четкое разделение работоспособного (РС) и неработоспособного (НРС) состояний. Соответственно КТС СТС с многоуровневой работоспособностью (системы вида II [1]) может быть построен при четком разделении всех возможных уровней работоспособности: ПРС, некоторое подмножество частично работоспособных (ЧРС) состояний и НРС.

Опыт эксплуатации СТС показывает, что представление о ЧРС состояниях системы или о переходной области между ПРС и НРС состояниями определяется знаниями лица, разрабатывающего модель такой системы, ожидаемой эффективностью функционирования системы в ЧРС состояниях. Оно может быть четким, вероятностным, нечетким или смешанным.

При установлении факта РС СТС должно одновременно учитываться два вида неопределенности: стохастическая неопределенность в поведении параметров, определяющих РС системы, и стохастическая либо лингвистическая неопределенность в определении области РС системы, что приводит, в свою очередь, к необходимости разработки моделей КТС и надежности систем с многоуровневой работоспособностью.

Анализ литературы. Известные математические методы теории надежности [2, 3, 5] эффективны в условиях, когда понятие "работоспособность системы" четкое. При этом, замена нечетких утверждений четкими является неэффективным и неприемлемым в большинстве случаев практики способом, что приводит к необходимости разработки вычислительных схем представления нечетких утверждений. Неопределенности такого рода являются предметом теории нечетких множеств [6, 7]. Согласно этой теории нечеткое значение термина "РС" можно представить характеристической функцией, отображающей множество слов в интервал $[0,1]$. Эта функция присваивает значение 0 элементам, которые не совпадают с понятием, представленным фразой, значение 1 – которые определены в этом понятии, а промежуточные значения – с промежуточными степенями принадлежности понятию, представленному фразой.

Для расчета показателей надежности СТС необходима разработка моделей, позволяющих по характеристикам случайного процесса изменяющихся параметров, определяющих работоспособность системы, и характеристикам области РС оценивать характеристики и показатели надежности СТС, т.е. необходима разработка моделей одновременно сочетающих стохастическую неопределенность и лингвистическую неточность, либо стохастическую неопределенность. Одним из известных в математике способов рассмотрения такой комбинации понятий является размывание понятия случайной переменной [7], т.е. случайная переменная состоит из двух компонент: функции действительных значений и вероятностной структуры. В литературе по нечетким множествам [6, 7] рассматривается ограниченный класс этих моделей, что существенно снижает область применения данной теории.

Поэтому целесообразно формализовать понятие "работоспособное состояние" СТС с многоуровневой работоспособностью при одновременном сочетании двух видов неопределенности: стохастической в поведении параметров, определяющих работоспособность, и лингвистической, определяемой отсутствием четких границ понятия "РС системы", либо стохастической.

Цель статьи. Формализация понятия работоспособного состояния сложной технической системы с учетом неопределенностей в задании области работоспособности.

Основная часть

В [1] определено, что под РС состоянием понимают такое состояние системы, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствует требованиям научно-технической и (или) конструкторской документации. При этом понятие "работоспособное состояние" является нечетким и принадлежность состояния системы к РС состоянию принято оценивать по результатам КТС. Как правило, оценку y результатов контроля работоспособности проводят с помощью функции соответствия

$$\rho\left(y, y^{тр}\right). \quad (1)$$

При этом возможные события "СТС РС" и "СТС НРС" определяются по отношению между результатами КРС y и требованиями к нему $y^{тр}$.

Результат y выполнения операции КТС для большинства СТС является случайной величиной. Поэтому функция соответствия $\rho\left(y, y^{тр}\right)$ также является случайной величиной, как числовая функция случайного аргумента. Величина $y^{тр}$ в зависимости от решаемой задачи, исследуемых факторов может рассматриваться как детерминированная ($y^{тр}$), случайная ($\hat{y}^{тр}$) или нечеткая ($\tilde{y}^{тр}$) переменная. Рассмотрим примеры ее различного задания.

Пусть состояние СТС характеризуется производительностью $\hat{y}$, а условием РС системы является выполнение неравенства $\hat{y} \geq y^{тр}$, где $y^{тр}$ - требуемый уровень производительности, определяемый условиями применения СТС. Функцию соответствия для этого случая можно ввести в виде

$$\rho_1\left(\hat{y}(t), y^{тр}\right) = \begin{cases} 1, \text{ если } \hat{y}(t) \geq y^{тр}, \\ 0, \text{ если } \hat{y}(t) < y^{тр}. \end{cases} \quad (2)$$

Показатели надежности в самом общем плане рассматриваются как математическое ожидание от некоторого функционала, определенного на траектории случайного процесса $\hat{y}(t)$, описывающего эволюцию системы [8]. Функционал ρ_1 определен на процессе y(t), так как каждой точке на каждой траектории поставлено в соответствие некоторое число $\rho_1\left[y(t)\right]$. Показатель надежности A определяется как математическое ожидание от этого функционала, т.е.

$$A(t) = M\left\{\rho_1\left(\hat{y}(t), y^{тр}\right)\right\}. \quad (3)$$

Для функции соответствия (2) имеем

$$A(t) = M\left\{\rho_1\left(\hat{y}(t), y^{тр}\right)\right\} = 1 \cdot P(B) + 0 \cdot P\left(\bar{B}\right) = P(B), \quad (4)$$

где $P(B)$ – вероятность события $B = \left\{\hat{y}(t) \geq y^{тр}\right\}$, т.е. вероятность РС состояния системы в момент времени t.

Зададим теперь каждой траектории процесса $\hat{y}(t)$ функционал Φ_1, равный $\Phi_1\left[y(t)\right] = 0$, если хотя бы при одном значении $s \leq t$ траектория $y(s)$ пройдет через точки подмножества НРС состояний, в противном случае полагаем $\Phi_1\left[y(t)\right] = 1$. Очевидно, что математическое ожидание этого функционала равно вероятности безотказной работы в интервале [0,t]:

$$M\left[\Phi_1\left(y(t)\right)\right] = P(t). \quad (5)$$

Для систем вида II существует определенная переходная область между ПРС и НРС состояниями. Степень РС в этой области будем характеризовать величиной $K_{кф}\left(y(t)\right)$. Тогда функция соответствия такой системы имеет вид:

$$\rho_2\left(\hat{y}(t), \hat{y}^{тр}\right) = \begin{cases} K_{кф}\left(y(t)\right), \text{ если } \hat{y}(t) \geq \hat{y}^{тр}; \\ 0, \text{ если } \hat{y}(t) < \hat{y}^{тр} \end{cases} \quad (6)$$

или для дискретного подмножества РС состояний

$$\rho_2\left(\hat{y}_i(t), \hat{y}^{тр}\right) = \begin{cases} K_{кф}\left(y_i\right), \text{ если } y_i(t) \geq \hat{y}^{тр}; \\ 0, \text{ если } y_i(t) < \hat{y}^{тр}. \end{cases} \quad (7)$$

Показатель надежности этой системы определим как математическое ожидание этого функционала, т.е.

$$P(B) = M\left\{\rho_2\left(\hat{y}, y^{тр}\right)\right\} = \int_{E_y} K_{кф}(y) dF(y) \quad (8)$$

или для дискретного случая

$$P(B) = M\left\{\rho_2\left(y_i, y^{тр}\right)\right\} = \sum_i K_{кфi} P_i(t), \quad (9)$$

где $P_i(t)$ – вероятность пребывания системы в i-м состоянии; $F(y)$ – функция распределения состояний системы.

В формулах (8), (9) интегрирование или суммирование ведется по всему множеству РС состояний изделий вида II.

Пусть условия применения системы изменяются случайным образом. В связи с этим будем считать, что требуемый уровень производительности $\hat{y}^{тр}$ – случайная величина с функцией распределения $F_{тр}(y)$. В случаях, когда для решения задачи необходимо выполнение условия $\hat{y} \geq \hat{y}^{тр}$, функцию соответствия для систем вида I можно ввести по аналогии с (2)

$$\rho_1\left(\hat{y}, \hat{y}^{тр}\right) = \begin{cases} 1, \text{если } \hat{y}(t) \ge \hat{y}^{тр}; \\ 0, \text{если } \hat{y}(t) < \hat{y}^{тр}. \end{cases} \quad (10)$$

Тогда показатель надежности, вводимый как математическое ожидание функции соответствия, имеет вид

$$M\left\{\rho_1\left(\hat{y}(t), y^{тр}\right)\right\} = P\left\{\hat{y}(t) \ge \hat{y}^{тр}\right\}. \quad (11)$$

Каждому состоянию системы следует поставить в соответствие не только вероятность его наступления $P(e_i)$, но и вероятность того, что для этого состояния выполняется условие $\hat{y}_i > \hat{y}^{тр}$.

Функцию распределения $F_{тр}(y)$ требуемого результата представим в виде условной вероятности события $\left\{y > \hat{y}^{тр}\right\}$, вычисленной в предположении, что реальная производительность приняла значение y, т.е. наступило событие $\left\{y \le \hat{y} \le y + dy\right\}$.

Имеем

$$F_{тр}(y) = P\left\{y^{тр} < y \middle| y \le \hat{y} \le y + dy\right\}; \quad (12)$$

$$P\left\{y \le \hat{y} \le y + dy\right\} = dF(y).$$

Тогда по формуле полной вероятности

$$P(B) = P\left\{\hat{y}(t) \ge y^{тр}\right\} = \int_{E_y} F_{тр}(y) dF(y), \quad (13)$$

где интегрирование проводится по множеству состояний E_y, на котором определены случайные величины $\hat{y}$ и $\hat{y}^{тр}$.

Рассмотрим случай дискретного задания множества состояний системы и требований к ней. Пусть функция распределения $P_{тр}(y_i)$ требований к системе задана в N_1 точках, а функция распределения $P(y_i)$ реальной производительности (состояний) системы в N_2 точках. Тогда по формуле полной вероятности получим

$$P(B) = P\left\{y_i \ge y_i^{тр}\right\} = \sum_{i=1}^{N_1} P_{тр}(y_i) \sum_{j \in \left\{j: y_j \ge y_i^{тр}\right\}}^{N_2} P(y_i). \quad (14)$$

Для систем вида II функцию соответствия зададим в виде

$$\rho_2\left(\hat{y}, \hat{y}^{тр}\right) = \begin{cases} K_{кф}(\hat{y}), \text{если } \hat{y} \ge \hat{y}^{тр}; \\ 0, \text{если } \hat{y} < \hat{y}^{тр}. \end{cases} \quad (15)$$

Тогда соответствующий показатель надежности, характеризующий вероятность пребывания системы вида II в РС состоянии, получим как математическое ожидание функции (15), т.е.

$$P(B) = M\left\{\rho_2\left(\hat{y}, y^{тр}\right)\right\} = \int_{E_y} K_{кф}(y) F_{тр}(y) dF(y). \quad (16)$$

Аналогичный показатель надежности для дискретного задания множества состояний можно найти по формуле

$$P(B) = \sum_{i=1}^{N_1} P_{тр}\left(y_i^{тр}\right) \sum_{j \in \left\{j: y_j \ge y_i^{тр}\right\}}^{N_2} K_{кф}\left(y_j\right) P\left(y_j\right). \quad (17)$$

Для систем вида II дополнительно вводятся понятия α-уровневой РС и α-уровневой надежности. Альфа - уровневые показатели надежности систем вида II рассчитываются по аналогичным соотношениям, но для области α-уровневой РС [3].

Для определения α-уровневых показателей надежности СТС зададим функцию соответствия в виде

$$\rho_2\left(\hat{y}, \hat{y}_\alpha^{тр}\right) = \begin{cases} K_{кф\alpha}(\hat{y}), \text{если } \hat{y} \ge \hat{y}_\alpha^{тр}; \\ 0, \text{если } \hat{y} < \hat{y}_\alpha^{тр}. \end{cases} \quad (18)$$

где при $\hat{y}_{тр}^{\alpha} = \alpha \cdot y_0$, y_0 – величина показателя качества функционирования ПРС системы.

Тогда соответствующий α-уровневый показатель надежности найдем как математическое ожидание функции соответствия (18), т.е.

$$P(B) = M\left\{\rho_2\left(\hat{y}, \hat{y}_\alpha^{тр}\right)\right\} = \int_{E_y} K_{кф\alpha}(y) F_{тр}(y) dF(y). \quad (19)$$

Рассмотрим третий случай, когда при установлении требований к качеству функционирования системы имеет место неопределенность нестохастического характера, т.е. требования к качеству функционирования системы заданы нечеткой переменной $\tilde{y}^{тр}$. Для таких систем помимо стохастической неопределенности, связанной с состоянием системы, имеется дополнительный источник неопределенности, состоящий в неполноте знаний о РС системы, либо в нечеткости самого понятия "РС состояние системы".

Для характеристики РС состояния системы, т.е. события B

$$B = \left\{\hat{y}(t) \ge \tilde{y}^{тр}\right\}, \quad (20)$$

введем функцию принадлежности $\mu_B(y)$.

В (21) переменная $\hat{y}(t)$ является случайной величиной с функцией распределения $F(y)$, а $\tilde{y}^{тр}$ – нечеткая переменная с функцией принадлежности $\mu_B(y)$. Событие B является по сути нечетким случайным событием. Зададим его следующим образом. Случайное событие B есть подмножество пространства E элементарных событий (состояний системы) e_i, т.е.

$$B \subset E, \; e_i \in E. \quad (21)$$

Пусть B есть нечеткое подмножество E, т.е.

$$B \overset{\mu}{\subset} E, \quad (22)$$

заданное функцией принадлежности $\mu_{\text{в}}(e_i)$. Для большей ясности изложения рассмотрим сначала случай счетного множества E. Тогда каждому элементарному событию (состоянию системы) $e_i \in E$ следует поставить в соответствие не только вероятность его наступления $P(e_i)$, но и степень принадлежности e_i подмножеству $\tilde{B}$, т.е. $\mu_{\text{в}}(e_i)$, $0 \le \mu_{\text{в}}(e_i) \le 1$. Вероятность наступления нечеткого случайного события $\tilde{B}$ в соответствии с [7] находится как математическое ожидание дискретной случайной величины $\mu_{\text{в}}(e_i)$, т.е.

$$P(B) = \sum_{i \in E} \mu_{\text{в}}(e_i) P(e_i). \tag{23}$$

Из формулы (23) следует, что в качестве функции соответствия в рассматриваемом случае использована функция принадлежности, т.е.

$$\rho_2\left(y, \tilde{y}^{\text{тр}}\right) = \mu_{\text{в}}(y). \tag{24}$$

Обобщая формулу (23) на случай непрерывного задания множества E, получим

$$P(B) = \int_{E_y} \mu_{\text{в}}(y) dF(y). \tag{25}$$

Выводы

Таким образом, показано, что при задании требований (определении области работоспособности) сложных технических систем возможны неопределенности стохастического и нестохастического характера. Предложена формализация понятия "работоспособное состояние" применительно к этим видам неопределенности. Определено, что при разработке моделей надежности таких систем необходимо одновременно учитывать два вида неопределенности: стохастическую неопределенность характеристик качества функционирования системы, обусловленную стохастическим поведением параметров, определяющих работоспособность системы, и стохастическую либо лингвистическую неопределённость в задании области работоспособности системы.

Формализовано понятие РС для системы вида II для случаев, когда область РС состояния системы задана четко или когда имеется неопределенность стохастического либо нестохастического характера в задании требований к РС системы. Показано, что показатели надежности таких систем могут рассматриваться как математические ожидания соответствующих функций соответствия. Приведены математические формулы для расчета вероятностей пребывания системы в момент времени t в РС состоянии.

Список литературы

1. *ГОСТ 27.003-90. Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности.*
2. *Ушаков И.А. Эффективность функционирования сложных систем / И.А. Ушаков // В сб.: 0 надежности сложных технических систем. – М.: Сов. радио, 1966. – 472 с.*
3. *Лубков Н.В. Анализ надежности сложных технических систем с использованием многоуровневых моделей работоспособности / Н.В. Лубков. – М.: Знание, 1988. – 63 с.*
4. *ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.*
5. *Надежность технических систем: справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.*
6. *Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: пер с фр. / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.*
7. *Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 287 с.*
8. *Гнеденко Б.В. Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.*

Поступила в редколлегию 5.05.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.А. Демидов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ПОНЯТТЯ "ПРАЦЕЗДАТНИЙ СТАН" СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Б.М. Ланецький, В.В. Лук'янчук, Д.В. Фоменко

Розглядаються питання формалізації поняття працездатного стану складної технічної систем з багаторівневою працездатністю. Передбачається, що система з багаторівневою працездатністю може знаходитися окрім працездатного і непрацездатного станів, в одному з частково працездатних станів. При цьому можливі два види невизначеності: стохастична в поведінці параметрів, що визначають працездатність і лінгвістична, визначуваною відсутністю чітких меж поняття "працездатність системи".

Ключеві слова: *складна технічна система, багаторівнева працездатність, нечітка множина, лінгвістична невизначеність.*

CLARIFICATION OF THE "SERVICEABLE CONDITION" CONCEPT OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS

B.N. Lanetskij, V.V. Lukjanchuk, D.V. Fomenko

The "serviceable condition" concept of complex technical systems is considered in order to be clarified and formalized for the systems with multilevel serviceability. It is assumed that, in addition to the two border states - faulty or serviceable, the system with multilevel serviceability can be in one of the partly serviceable states. Two types of ambiguity are thus possible: stochastic one in the conduct of parameter determining the serviceability, and linguistic one determining the absence of clear borders of the system "serviceability concept".

Keywords: *complex technical system, multilevel serviceability, fuzzy set, linguistic ambiguity.*