

УДК 681.324

П.Е. Пустовойтов

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

УПРАВЛЕНИЕ РЕСУРСАМИ УЗЛА КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТИ ПО КРИТЕРИЮ СРЕДНЕЕ ЧИСЛО ОЧЕРЕДЕЙ, ДЛИНА КОТОРЫХ НЕ НИЖЕ КРИТИЧЕСКОЙ

Предложена методика управления обслуживанием потоков пакетов данных в компьютерных сетях, учитывающая различия в их относительном приоритете. Критерий определения качества распределения ресурса – среднее число очередей, длина которых не ниже критической. Задача решается методом неопределенных множителей Лагранжа. Проводится сравнение с другими критериями качества.

Ключевые слова: компьютерные сети, управление ресурсами узлов компьютерной сети, математическое моделирование, оптимизация.

Введение

При управлении ресурсами компьютерной сети в целом важным фактором является распределение ресурсов каждого узла. Например, в случае предельной загруженности узла-приемника в нем прекращается прием новых пакетов. В свою очередь, узлы-источники (их может быть несколько), не получив подтверждение о передаче пакетов, повторяют их пересылку. Таким образом, может образоваться каскад перегрузок, который устраняется рестартом всех узлов, что выводит часть сети из строя на некоторое время.

Решением данной проблемы может стать рациональная организация обслуживания очередей в узле компьютерной сети во время пиковой нагрузки. Естественная дисциплина обслуживания определяется схемой обобщенного разделения процессора, принцип которой состоит в том, что каждому потоку приписывается вес, определяющий количество битов из этого потока, обслуживаемых в очередном цикле [1]. При реализации этой схемы характер обслуживания очередей потоков однозначно задается совокупностью их весов.

Недостатком этой схемы является тот факт, что при ее реализации игнорируются реальные длины очередей. При этом возникает опасность потери пакетов данных, поступающих в очереди, длина которых близка к критическому значению. В соответствии со сказанным целесообразно поставить задачу определения рациональной организации управления дисциплиной обслуживания очередей в узлах компьютерных сетей, которая обеспечивает минимизацию среднего числа очередей, длина которых не ниже критического значения.

Постановка задачи. Пусть в узел поступает n разнотипных потоков с весами соответственно $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, интенсивностью $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ и средней

интенсивностью обслуживания $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$. Введем вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, компонента x_j которого определяет долю времени от продолжительности цикла обслуживания, выделяемого пакетам j -го потока, $j = 1, 2, \dots, n$.

Тогда можно определить эквивалентную интенсивность μ_j^0 обслуживания пакетов j -й очереди, рассчитываемую по формуле

$$\mu_j^0 = \mu_j x_j.$$

Поставим задачу определения рационального использования процессорного времени, которое затрачивается узлом сети для обработки отдельных пакетных потоков по критерию – среднее число очередей, длина которых не ниже критической.

Формальное описание задачи состоит в нахождении вектора X , минимизирующего среднее число очередей, длина которых не ниже критической

$$F(x) = \sum_{j=1}^n P_j(s \geq q_0) \quad (1)$$

и удовлетворяющий ограничениям

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где $P_j(s \geq q_0)$ – вероятность того, что длина очереди пакетов j -го типа не ниже критической q_0 .

Основные результаты

Как известно [2 – 5], вероятность того, что в одноканальной системе обслуживания с пуассоновским потоком заявок интенсивности λ на входе длина очереди составляет s заявок, определяется выражением

$$P_{1+s} = (1 - \rho) \rho^{s+1},$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ – приведенная интенсивность входящего потока. Тогда с учетом разделения ресурса процессора в соответствии компонентами вектора X вероятность того, что длина очереди j -го потока будет равна s имеет вид

$$P_{1+s,j} = \left(1 - \frac{\lambda_j}{\mu_j x_j}\right) \left(\frac{\lambda_j}{\mu_j x_j}\right)^{s+1} = \left(1 - \rho_j^{(0)}\right) \left(\rho_j^{(0)}\right)^{s+1}, \quad (3)$$

где $\rho_j^{(0)} = \frac{\lambda_j}{\mu_j x_j} = \frac{\lambda_j}{\mu_j}$ – определяет приведенную интенсивность потока пакетов j -го типа с учетом распределения ресурса процессора.

С учетом (3) легко рассчитать вероятность того, что длина j -й очереди будет не меньше какого-то конкретного критического значения q_0 . Для этого необходимо сложить вероятности всех возможных вариантов длин очереди, начиная со значения q_0 , до бесконечности.

$$\begin{aligned} P_j(s \geq q_0) &= \sum_{s=q_0}^{\infty} P_{1+s,j} = \\ &= \sum_{s=q_0}^{\infty} (1 - \rho_j^{(0)}) \left(\rho_j^{(0)}\right)^{s+1} = \frac{1}{1 - \rho_j^{(0)}} (1 - \rho_j^{(0)}) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\rho_j^{(0)}\right)^{k+q_0+1} = \\ &= (1 - \rho_j^{(0)}) \left(\rho_j^{(0)}\right)^{q_0+1} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\rho_j^{(0)}\right)^k = \\ &= (1 - \rho_j^{(0)}) \left(\rho_j^{(0)}\right)^{q_0+1} \frac{1}{1 - \rho_j^{(0)}} = \left(\rho_j^{(0)}\right)^{q_0+1}. \end{aligned}$$

Таким образом, целевая функция (1) принимает вид

$$F(x) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\rho_j}{x_j}\right)^{q_0+1} \quad (4)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Задача (4)-(5) легко решается методом неопределенных множителей Лагранжа. Функция Лагранжа [6 – 10] при этом имеет вид

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\rho_j}{x_j}\right)^{q_0+1} + \lambda \left(\sum_{j=1}^n x_j - 1\right).$$

Далее имеем

$$\frac{d\Phi(x)}{dx_j} = -\frac{\rho_j^{q_0+1} (q_0 + 1)}{x_j^{q_0+2}} + \lambda = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} x_j &= \left(\frac{\lambda}{\rho_j^{q_0+1} (q_0 + 1)}\right)^{\frac{1}{q_0+2}} = \\ &= \left(\frac{\lambda}{q_0 + 1}\right)^{-\frac{1}{q_0+2}} \rho_j^{\frac{q_0+1}{q_0+2}}, \\ & \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим (6) в (5):

$$\sum_{j=1}^n x_j = \left(\frac{\lambda}{q_0 + 1}\right)^{-\frac{1}{q_0+2}} \sum_{j=1}^n \rho_j^{\frac{q_0+1}{q_0+2}} = 1.$$

Тогда

$$\left(\frac{\lambda}{q_0 + 1}\right)^{-\frac{1}{q_0+2}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \rho_j^{\frac{q_0+1}{q_0+2}}}. \quad (7)$$

Наконец, подставляя (7) в (6), окончательно имеем

$$x_j = \frac{\rho_j^{\frac{q_0+1}{q_0+2}}}{\sum_{j=1}^n \rho_j^{\frac{q_0+1}{q_0+2}}}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Ясно, что при практических, достаточно больших, значениях q_0

$$\frac{q_0 + 1}{q_0 + 2} \cong 1.$$

При этом

$$x_j \cong \frac{\rho_j}{\sum_{j=1}^n \rho_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Полученный результат легко трактуется: рациональная доля времени, отводимая для обслуживания пакетов j -го потока, пропорциональна соответствующей приведенной интенсивности потока. При этом соответствующее значение среднего числа очередей, длина которых не ниже критической q_0 , с учетом (4), (9), равно

$$P(X^*) = \sum_{j=1}^n \frac{\rho_j \sum_{j=1}^n \rho_j^{q_0+1}}{\rho_j} = n \sum_{j=1}^n \rho_j^{q_0+1}.$$

Рассчитаем реальную среднюю длину очереди для j -го потока пакетов. Так как

$$\bar{q}_j = \frac{(\rho_j^{(0)})^2}{1 - \rho_j^{(0)}} = \frac{\rho_j^2}{x_j^2 \left(1 - \frac{\rho_j}{x_j}\right)} = \frac{\rho_j^2}{x_j^2 - x_j \rho_j},$$

то, с учетом (9), получим

$$\bar{q}_j = \frac{\rho_j^2}{\left(\rho_j / \sum_{j=1}^n \rho_j\right)^2 - \rho_j^2 / \sum_{j=1}^n \rho_j} = \frac{\left(\sum_{j=1}^n \rho_j\right)^2}{\left(1 - \sum_{j=1}^n \rho_j\right)}. \quad (10)$$

Из этого соотношения следует, что распределение времени, минимизирующее среднее число очередей, длина которых не ниже критической, одновременно обеспечивает равенство длин всех очередей. При этом понятно, что длина каждой из них, определяемая соотношением (10), никак не связана с длиной q_0 , которая объявлена критической, и может оказаться больше ее. В этом случае сформулированное при постановке задачи требование в отношении длины очереди не может быть удовлетворено только за счет рациональной организации обслуживания и приводит к необходимости увеличения производительности узла.

Выводы

Таким образом, получено соотношение, позволяющее рассчитать вектор коэффициентов, корректирующих использование времени процессора для обработки каждого пакетного потока. Это соотношение предлагается использовать для расчета технических характеристик узла, обеспечивающих выполнение требований к информационной безопасности системы.

Список литературы

1. Спортак М. Компьютерные сети и сетевые технологии: пер. с англ. / М. Спортак. – СПб.: «ДнаСофтЮП», 2005. – 720 с.
2. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – 4-е изд. – М.: ЛКИ, 2007. – 400 с.
3. Яшков С.Ф. Анализ очередей в ЭВМ / С.Ф. Яшков. – М.: Радио и связь, 1989. – 216 с.
4. Риордан Дж. Вероятностные системы обслуживания: пер. с англ. / Дж. Риордан. – М.: Связь, 1966. – 184 с.
5. Хемди А. Таха. Введение в исследование операций: пер. с англ. / Хемди А. Таха. – 7-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
6. Моисеев Н.Н. Методы оптимизации / Н.Н. Моисеев, Ю.П. Иванов, Е.М. Столярова. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
7. Мину М. Математическое программирование: пер. с франц. / М. Мину. – М.: Наука, 1990. – 488 с.
8. Карманов В.Г. Математическое программирование / В.Г. Карманов. – М.: Наука, 1980. – 256 с.
9. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование: пер. с англ. / Дж. Хедли. – М.: Мир, 1967. – 561 с.
10. Кюнц Г. Нелинейное программирование: пер. с нем. / Г. Кюнц, В. Крелле. – М.: Сов. радио, 1965. – 303 с.
11. Пустовойтов П.Е. Управление дисциплиной очередей в компьютерных сетях / Пустовойтов П.Е., Эль Саед Абделаал Эль Саед Мохамед // Интелектуальні системи прийняття рішень та інформаційні технології: матеріали міжнародної науково-практичної конференції. – Чернівці: Рута, 2006. – С. 280-281.

Поступила в редколлегию 28.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Г. Раскин, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», Харьков.

УПРАВЛІННЯ РЕСУРСАМИ ВУЗЛА КОМП'ЮТЕРНОЇ МЕРЕЖІ ЗА КРИТЕРІЄМ СЕРЕДНЯ КІЛЬКІСТЬ ЧЕРГ, ДОВЖИНА ЯКИХ НЕ НИЖЧЕ КРИТИЧНОЇ

П.Е. Пустовойтов

Запропоновано методику управління обслуговуванням потоків пакетів даних в комп'ютерних мережах, що враховує відмінності в їх відносному пріоритеті. Критерій визначення якості розподілу ресурсу – середнє число черг, довжина яких не нижче критичною. Задача вирішується методом невизначених множників Лагранжа. Проводиться порівняння з іншими критеріями якості.

Ключові слова: комп'ютерні мережі, управління ресурсами вузлів комп'ютерної мережі, математичне моделювання, оптимізація.

MANAGEMENT THE RESOURCES OF KNOT OF COMPUTER NETWORK ON A CRITERION MIDDLE NUMBER OF TURNS LENGTH OF WHICH NOT BELOW CRITICAL

P.E. Pustovoytov

The method of management maintenance of streams of packages of information is offered in computer networks, taking into account distinctions in their relative priority. A criterion of determination of quality of distributing of resource is a middle number of turns length of which not below critical. A task decides the method of indefinite multipliers of Lagranzh. A comparison with other criteria of quality is made.

Keywords: computer networks, management, mathematical design, optimization, the resources of knots of computer network.