

УДК 621.396:621.391.82

О.В. Сытник¹, В.М. Карташов², А.А. Супрун²¹Институт радиопизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины, Харьков²Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЦЕНТРОИДА ГРУППЫ НЕРАЗРЕШЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Рассматривается статистически оптимальный алгоритм обработки сигналов для селекции группы точечных отражателей моноимпульсным методом. В основу алгоритма положено представление матрицы наблюдения по методу Холесского, что позволило непосредственно по наблюдаемому сигналу строить оценки центроида группы. Обработка сигнала при этом включает выделение сигналов суммарного и разностного каналов приема и оценивания соответствующих коэффициентов матрицы наблюдения. Выигрыш в чувствительности по отношению к классическому способу обработки в значительной мере зависит от допустимого интервала наблюдения, на котором осуществляется когерентный прием отраженных от группы объектов сигналов.

Ключевые слова: моноимпульсный метод, моноимпульсный радар, центроид, пространственная селекция, адаптивная антенная решётка.

Введение

Проблеме пространственной селекции группы точечных отражателей моноимпульсным методом посвящено большое количество работ [1 – 3]. В предположении, что отражатели не разрешены по угловым координатам, доплеровскому смещению частоты и дальности моноимпульсный радиолокатор определяет некоторое среднее направление на группу. При равномерном распределении отражателей в группе это направление соответствует направлению на ее центроид. Однако, равномерное распределение отражателей в пространственно-неразрешенной группе является скорее исключением, чем правилом, поэтому угловая статистика их распределения, измеренная при традиционной квадратурной [4, 5] обработке сигналов, оказывается сильно искажена. При этом истинное положение отдельных отражателей может значительно отличаться от центроида. Методы пространственного «сверхразрешения» [6], применяемые при обработке сигналов в адаптивных антенных решетках оказываются малоэффективны в этом случае в силу полной

или частичной когерентности сигналов, поступающих на сигнальный процессор. Тем не менее, используя статистику сигналов суммарного и разностного каналов, можно получить статистически достоверные оценки не только центроида, но оценки угловых расстояний между отдельными отражателями.

Целью настоящей работы является разработка статистически оптимальных алгоритмов обработки сигналов моноимпульсного радара для получения эффективных оценок центроида группы отражателей и угловых смещений между ними.

Модель наблюдения

Отсчеты сигналов, взятые в соответствии с теоремой Котельникова из непрерывных реализаций комплекснозначных процессов суммарного и разностного каналов радиолокатора, в смеси с гауссовским шумом образуют наблюдаемую входную статистику. Математическое ожидание шумовой компоненты, которая обусловлена тепловыми шумами электронных приборов приемника, будем считать

без потери общности равной нулю, а ее дисперсию известной и равной σ^2 .

Сигналы суммарного и разностного каналов в комплексном виде обозначим соответственно:

$$\dot{x}_i^s = \dot{s}_i^s + \dot{n}_i^s; \quad (1)$$

$$\dot{x}_i^d = \dot{s}_i^d + \dot{n}_i^d, \quad (2)$$

где $\dot{s}_i^s = sr_i^s + jsi_i^s$; $\dot{s}_i^d = sr_i^d + jsi_i^d$ – верхние индексы s и d означают принадлежность отсчету суммарному и разностному каналам; i – номер отсчета в выборке; sr и si – реальная и мнимая компоненты; $\text{Re}\{\dot{n}_i\} = N(0, \sigma^2)$ – гауссовский шум каналов приема.

Из сигналов (1) и (2) сформируем матрицу

$$\vec{A} = \begin{vmatrix} \dot{x}_i^s & \dot{x}_i^d \\ \dot{x}_i^{s*} & \dot{x}_i^{d*} \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где символ * означает комплексное сопряжение.

Выполним усреднение (3) по ансамблю реализаций

$$\vec{A}' = E\{\vec{A}\} = \begin{vmatrix} E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^s\} & E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^d\} \\ E\{\dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^s\} & E\{\dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^d\} \end{vmatrix}, \quad (4)$$

где символ $E\{\bullet\}$ – обозначена операция вычисления математического ожидания.

В соответствии с методом Холесского [7] представим матрицу (4) в виде двух сомножителей

$$\vec{A}' = \vec{L} \cdot \vec{L}^T, \quad (5)$$

где $\vec{L} = \begin{vmatrix} \dot{l}_{11} & 0 \\ \dot{l}_{21} & \dot{l}_{22} \end{vmatrix}$; верхним символом t – обозначена операция транспонирования матрицы.

Сопоставляя (5) и (4) выразим элементы матрицы \vec{A}' через элементы матрицы \vec{L} :

$$\begin{aligned} E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^s\} &= \dot{l}_{11}^2; \\ E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^d\} &= \dot{l}_{11} \cdot \dot{l}_{21}; \\ E\{\dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^s\} &= \dot{l}_{21} \cdot \dot{l}_{11}; \\ E\{\dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^d\} &= \dot{l}_{21}^2 + \dot{l}_{22}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Введем нормировку матрицы \vec{L} таким образом, чтобы коэффициент $\dot{l}_{11}^2 = 1$ (физический смысл такой нормировки означает, что мощность процесса на выходе суммарного канала принята равной единице), тогда для коэффициентов матрицы \vec{L} получаем следующие соотношения

$$\dot{l}_{21} = \frac{E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^d\}}{E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^s\}} = \frac{E\{\dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^s\}}{E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^s\}}; \quad (7)$$

$$\dot{l}_{22}^2 = \frac{E\{\dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^d\}}{E\{\dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^s\}} - \dot{l}_{21}^2. \quad (8)$$

Физический смысл коэффициента (7) становится очевидным, если в группе отражателей оставить одну цель, а шум считать пренебрежимо малым,

тогда согласно (1) $\dot{s}_i^s = 1 + e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta)}$,

$\dot{s}_i^d = 1 - e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta)}$, где d – расстояние между осями

диаграмм направленности антенн приемников, λ – рабочая длина волны, θ – угол прихода отраженной волны относительно нормали к плоскости, в которой лежат апертуры приемных антенн. Подставив \dot{s}_i^s и \dot{s}_i^d в (7) находим, что $\text{Re}\{\dot{l}_{21}\} \rightarrow \tan(\theta)$, т.е. направлению на цель. В случае двух и более целей $\text{Re}\{\dot{l}_{21}\}$ соответствует центроиду группы. Аналогичными рассуждениями можно показать, что коэффициент \dot{l}_{22} является оценкой углового расстояния между целями в группе.

В частном случае, при приеме N импульсов максимально правдоподобные оценки для (7) и (8) могут быть выражены следующими соотношениями:

$$\hat{\dot{l}}_{21} = \frac{\sum_{i=1}^N \dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^s}{\sum_{i=1}^N \dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^s}; \quad (9)$$

$$\hat{\dot{l}}_{22}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^d}{\sum_{i=1}^N \dot{x}_i^{s*} \cdot \dot{x}_i^s} - \hat{\dot{l}}_{21}^2. \quad (10)$$

Очевидно, что в силу наличия шумовых компонент в наблюдаемом сигнале $\hat{\dot{l}}_{21}$ и $\hat{\dot{l}}_{22}$ являются случайными величинами.

Свойства оценки $\hat{\dot{l}}_{22}$

Для выяснения свойств оценки $\hat{\dot{l}}_{22}$ наблюдаемый на выходе разностного канала процесс запишем через коэффициенты матрицы Холесского [7]. Согласно (1) с учетом (6).

$$\dot{x}_i^d = \dot{l}_{21} \cdot \dot{s}_i^s + \dot{l}_{22} \cdot \dot{n}_i^d. \quad (11)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \dot{x}_i^{d*} \cdot \dot{x}_i^d &= \dot{l}_{21}^2 \cdot \sum_{i=1}^N \dot{s}_i^{s*} \cdot \dot{s}_i^s + \dot{l}_{22}^2 \cdot \sum_{i=1}^N \dot{n}_i^{d*} \cdot \dot{n}_i^d + \\ &+ 2 \cdot \dot{l}_{21} \cdot \dot{l}_{22} \cdot \sum_{i=1}^N \text{Re}\{\dot{n}_i^{d*} \cdot \dot{s}_i^s\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Аналогично, для

$$\sum_{i=1}^N \operatorname{Re}\{\dot{x}_i^{d*} \dot{x}_i^s\} = l_{21} \cdot \sum_{i=1}^N \dot{s}_i^* \dot{s}_i + l_{22} \cdot \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}\{\dot{n}_i^* \dot{s}_i\}. \quad (13)$$

Из выражения (10) с учетом (12) и (13) получим запись для оценки коэффициента \hat{l}_{22}^2 .

$$\hat{l}_{22}^2 = l_{22}^2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \dot{n}_i^* \dot{n}_i - \left[\sum_{i=1}^N \operatorname{Re}\{\dot{n}_i^* \dot{s}_i\} \right]^2 / \sum_{i=1}^N \dot{s}_i^* \dot{s}_i}{\sum_{i=1}^N \dot{s}_i^* \dot{s}_i}. \quad (14)$$

Слагаемое в квадратных скобках выражения (14) представляет собой нормированный к энергии сигнала шум. Но первое слагаемое числителя есть ни что иное, как энергия шума на интервале наблюдения при приеме N импульсов. Следовательно, ошибка, которая возникает при вычислении оценки коэффициента \hat{l}_{22} матрицы Холесского есть случайная величина, распределенная по закону χ^2 с $N - 1$ степенями свободы.

Характеристики обнаружителя

Очевидно, что для получения статистически достоверных решений в реальных системах обработки величина \hat{l}_{22}^2 должна превышать некоторый порог C , обусловленный заданными вероятностями правильного обнаружения P_D и ложной тревоги P_F . Используя метод максимума правдоподобия [5], запишем значение оценки коэффициента \hat{l}_{22}^2 через соотношение сигнал/шум (SNR).

$$\hat{l}_{22}^2 = \frac{l_{22}^2 \cdot \text{SNR} + 1 + l_{21}^2 \cdot (\text{SNR} + 1) / \text{SNR}}{\text{SNR} + 1}, \quad (15)$$

здесь предполагается, что $\hat{l}_{22}^2 \rightarrow l_{22}^2$ при $\text{SNR} \rightarrow \infty$, а шум нормирован к 1, т.е. $E\{\dot{n}_i^* \cdot \dot{n}_j\} = \delta(i, j)$, где

$$\delta(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j; \\ 0 & \text{при } i \neq j \end{cases} - \text{символ Кронекера.}$$

Исходя из свойств оценки \hat{l}_{22}^2 , отношение $\hat{l}_{22}^2 / l_{22}^2 = \chi_{N-1}^2$, тогда для N независимых измерений, с учетом (14) можем определить

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{l}_{22}^2 = \frac{1 + l_{21}^2 \cdot (\text{SNR} + 1) / \text{SNR}}{\text{SNR} + 1} = l_{22}^2 \cdot \chi_{N-1}^2. \quad (16)$$

Можно показать, что если \hat{l}_{22}^2 случайная величина, распределенная по закону χ_{N-1}^2 , то вероятность ложной тревоги P_F при заданном пороге C и вероятность правильного обнаружения P_D можно вычислить аналитически, используя гамма-функции

$$P_F = 1 - P_D = 1 - \sum_{i=1}^N \frac{\Gamma(N+i-1/2)}{\Gamma(N-1/2) \cdot i!} \cdot \frac{\left[\hat{l}_{22}^2 / C^2 \right]^i}{\left[1 + \hat{l}_{22}^2 / C^2 \right]^{N+i-1/2}}, \quad (17)$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция.

В качестве параметра удобно воспользоваться обобщенным отношением сигнал/шум (α), которое определим как:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\hat{l}_{22}^2 \cdot \text{SNR}}{1 + \hat{l}_{21}^2 (\text{SNR} + 1) / \text{SNR}}}. \quad (18)$$

На рис. 1 показаны рабочие характеристики обнаружителя для случая, когда наблюдаются две цели, симметрично разнесенные на угол $\Delta\theta$ относительно нормали к азимутальной плоскости антенной системы при $N = 1$ и $\hat{l}_{21}^2 = 0$ при $\alpha = 0,5$ (кривая 1), $\alpha = 1,0$ (кривая 2), $\alpha = 2,0$ (кривая 3), $\alpha = 4,0$ (кривая 4) и $\alpha = 10,0$ (кривая 5). Сравнивая кривые на рис. 1 с аналогичными данными для классического способа амплитудного обнаружения одиночных целей [1], видно, что при низких отношениях сигнал/шум рабочие характеристики практически идентичны.

На рис. 2 показаны характеристики обнаружения при $N = 10$ и $\hat{l}_{21}^2 = 0$ при $\alpha = 0,5$ (кривая 1), $\alpha = 1,0$ (кривая 2), $\alpha = 2,0$ (кривая 3), $\alpha = 4,0$ (кривая 4).

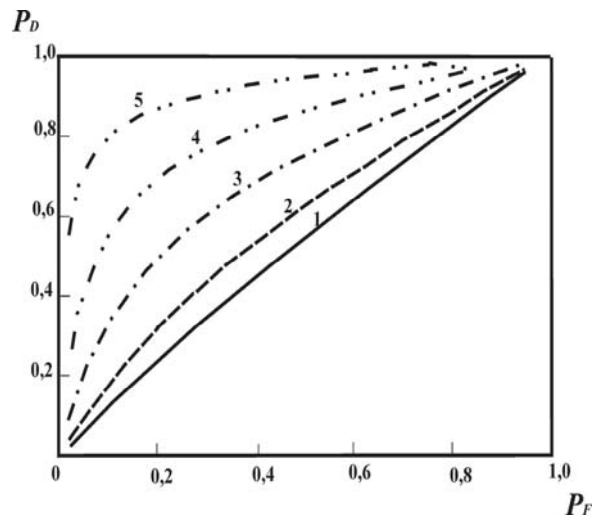


Рис. 1. Характеристики обнаружения при $N = 1$ и $\hat{l}_{21}^2 = 0$

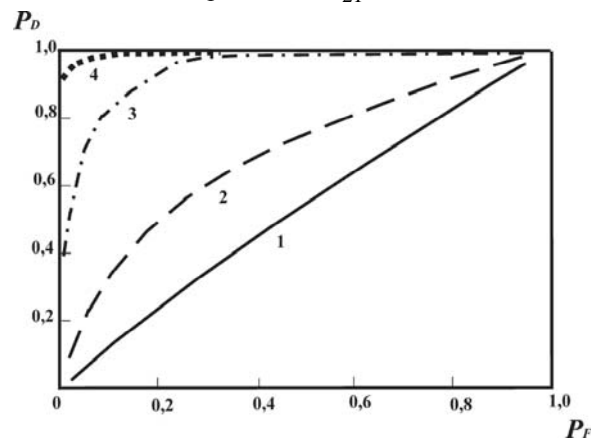


Рис. 2. Характеристики обнаружения при $N = 10$ и $\hat{l}_{21}^2 = 0$

Сравнивая кривые на рис. 1 и 2 видно, что работа системы обработки с ростом числа накапливаемых импульсов значительно улучшается, так при вероятности ложной тревоги 0,05 вероятность правильного обнаружения не превышает 0,7 даже для $\alpha = 10,0$, в то время как при увеличении числа накапливаемых импульсов до десяти снижает требования к соотношению сигнал/шум до $\alpha = 2,0$. Что существенно превышает аналогичный показатель классического измерителя. Это объясняется тем, что в рассмотренном способе обработки сигналов оценивается непосредственно информационный параметр объекта в виде соответствующего коэффициента матрицы разложения Холесского.

Выводы

Таким образом, применение метода Холесского при представлении информационного сигнала в системах пространственной селекции групповых отражателей позволяет строить статистически оптимальные алгоритмы обнаружения и оценивания направлений на центроид группы благодаря вычислению явных оценок соответствующих коэффициентов матрицы разложения. Это позволило повысить эффективность обработки и преобразования откликов от групповых объектов, так уже при увеличении числа накапливаемых импульсов до десяти требования к соотношению сигнал/шум снижаются с $\alpha = 10,0$ до $\alpha = 2,0$. Обработка сигнала при этом включает выделение сигналов суммарного и разностного каналов приема и оценивания коэффициен-

тов \hat{I}_{22}^2 и \hat{I}_{21}^2 . Выигрыш в чувствительности по отношению к классическому способу обработки в значительной мере зависит от допустимого интервала наблюдения, на котором осуществляется когерентный прием отраженных от группы объектов сигналов.

Список литературы

1. Леонов А.И. Моноимпульсная радиолокация / А.И. Леонов, К.И. Фомичев. – М.: Радио и связь, 1984. – 312 с.
2. Klaus D.E. Monochannel Direction Finding Improves Monopulse Technique / D.E. Klaus, R.P. Hollins // Defense Electronics. – 2009. – V. 41, № 1. – С. 35-43.
3. Howard J.E. A Low Angle Tracking System for Fire Control Radars / J.E. Howard // IEEE Trans., Rec. – 2006 – V. AES-33, № 6. – P. 779-787.
4. Пространственно-временная обработка сигналов / И.Я. Кремер, А.И. Кремер, В.М. Петров и др.; под ред. И.Я. Кремера. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М.: Сов. радио, 1975. – Т. 2. – 392 с.
6. Монзинго Р.А. Адаптивные антенные решетки / Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
7. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение: пер. с англ. / Дж. Райс – М.: Мир, 1984. – 264 с.

Поступила в редколлегию 30.04.2010

Рецензент: канд. физ-мат. наук, В.Б. Ефимов, Центр дистанционного зондирования земли имени А.П. Колмыкова НАН Украины, Харьков.

АЛГОРИТМ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ЦЕНТРОЇДА ГРУПИ НЕРОЗПОДІЛЕНИХ ОБ'ЄКТІВ

О.В. Ситнік, В.М. Карташов, О.О. Супрун

Розглядається статистично оптимальний алгоритм обробки сигналів для селекції групи точкових відбивачів моноімпульсним методом. В основу алгоритму покладено розклад матриці спостереження за методом Холесского, що дозволило безпосередньо по спостережуваному сигналу будувати оцінки центроїда групи. Обробка сигналу при цьому складає виділення сигналів сумарного і різницевого каналів прийому й оцінювання відповідних коефіцієнтів матриці спостереження. Виграш у чутливості стосовно класичного способу обробки значною мірою залежить від припустимого інтервалу спостереження, на якому здійснюється когерентне приймання відбитих від групи об'єктів сигналів.

Ключові слова: моноімпульсний метод, моноімпульсний радар, центроїд, просторова селекція, адаптивна антенна решітка.

ALGORITHM FOR ESTIMATING PARAMETERS OF CENTROID UNAUTHORIZED PARTY SITES

O.V. Sytnik, V.M. Kartashov, O.O. Suprun

Considered statistically optimal algorithm for signal processing for selective-tion of point reflectors monopulse method. The algorithm is based on the concept of the matrix of observation on the method Holeskogo, thus directly from the observed signal construct estimates of the centroid of the group. Signal processing in this case include chaet selection signals sum and difference channels of reception and evaluation of respective coefficients of the matrix of observation. The gain in sensitivity with respect to the classical method of treatment largely depends on the tolerance interval of observation, on which coherent reception of reflected signals from a group of objects.

Keywords: mono impulse method, single pulse radar, centroid, spatial selection, adaptive antenna array.