

УДК 621.31

В.М. Чинков, Т.М. Єфімова

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕТОДУ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ НА ОСНОВІ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ

В статті розроблена узагальнена математична модель методу багатопараметричних вимірювань на основі аналого-цифрової обробки періодичних сигналів у цифрових вимірювальних приладах.

**Ключові слова:** математична модель, алгоритм, аналого-цифрова обробка сигналів, цифровий вимірювальний прилад, похибка.

### Вступ

У всякому вимірювальному приладі, аналогового чи цифровому, відбувається обробка (перетворення) сигналу (сигналів), після якої вхідному сигналу  $x(t)$  або сукупності вхідних сигналів  $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$  ставиться у відповідність число  $Y$  – результат вимірювання. У багатофункціональних (комплексних) приладах таких чисел може бути декілька. **Мета статті** розробка узагальненої математичної моделі методу багатопараметричних вимірювань електричних сигналів, що ґрунтується на аналого-цифровій обробці.

### Результати досліджень

Для створення узагальненої математичної моделі аналого-цифрової обробки періодичних сигналів (АЦОС) у цифрових вимірювальних приладах (ЦВП) спочатку розглянемо основні алгоритми аналогової обробки сигналів, що визначаються методами вимірювання електро і радіотехнічних величин, а потім перейдемо до узагальненої моделі АЦОС, яка передбачає не тільки цифрову обробку сигналів, але й окремі аналогові операції.

1. Алгоритм усереднення :

$$Y_1 = \frac{k}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт передачі вимірювального приладу;  $T$  – час усереднення, кратний періоду  $T$  сигналу  $x(t)$ .

Цей алгоритм використовується при вимірюванні середніх значень (або математичного сподівання) змінних у часі сигналів, а також постійних сигналів із завадами для підвищення точності вимірювань. Якщо позначити через  $X_0$  середнє значення сигналу  $x(t)$ , то співвідношення (1) запишемо у вигляді

$$Y_1 = kX_0.$$

2. Алгоритм кореляційної обробки сигналів:

$$Y_2 = \frac{k}{T} \int_0^T x(t)\varphi(t) dt, \quad (2)$$

де  $\varphi(t)$  – опорний базисний сигнал, найчастіше він є синусоїдним:

$$\varphi(t) = \cos(\omega t + \nu_n), \quad (3)$$

де  $\omega$  – кругова частота основної гармоніки сигналу  $x(t)$ ;  $\nu$  – номер вимірюваної гармоніки сигналу  $x(t)$ ;  $\beta_\nu$  – початкова фаза базисного сигналу, яка залежить від номера вимірюваної гармоніки  $\nu$ .

Алгоритм (2) охоплює вимірювання таких величин: ортогональних складових (синфазна та квадратурна, або дійсна та уявна), у цьому випадку  $\beta_\nu = 0$  і  $\beta_\nu = \pi/2$ ; параметрів синусоїдного сигналу за наявності завад; амплітуд і початкових фаз гармонік сигналу  $x(t)$ ; частотних характеристик динамічних об'єктів або, в загальному вигляді, коефіцієнтів роз-

кладу сигналу  $x(t)$  за заданою системою базисних функцій при розкладі несинусоїдного періодичного сигналу  $x(t)$  у ряд Фур'є

$$x(t) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l \cos(l\omega t + \psi_l).$$

З формули (2) при синусоїдному базисному сигналі (3) маємо

$$Y_2 = \frac{k}{2} A_N \cos(\psi_N - \nu_N),$$

де  $A_\nu, \psi_\nu$  – відповідно амплітуда та початкова фаза  $\nu$ -ї гармоніки сигналу  $x(t)$ .

При  $\beta_\nu = 0$  і  $\beta_\nu = \pi/2$  одержимо синфазну та квадратурну складові амплітуди  $\nu$ -ї гармоніки  $A_\nu$ , а при  $\beta_\nu = \psi_\nu$  – безпосередньо амплітуду  $A_\nu$ .

3. Алгоритм взаємної кореляційної обробки сигналів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$ :

$$Y_3 = \frac{k}{T} \int_0^T x_1(t)x_2(t-\tau)dt, \quad (4)$$

де  $\tau$  – заданий часовий зсув (часова затримка), який, зокрема, може дорівнювати нулю.

Алгоритм використовується для вимірювання активної та реактивної потужностей, взаємної кореляційної функції, фазових зсувів тощо. Величину  $Y_3$  можна записати через гармоніки сигналів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$ :

$$Y_3 = k \sum_{\nu=0}^{\infty} X_{1\nu} X_{2\nu} \cos(\varphi_\nu - \nu\omega\tau),$$

де  $X_{1\nu}, X_{2\nu}$  – СКЗ  $\nu$ -ї гармоніки сигналів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  відповідно;  $\varphi_\nu$  – фазовий зсув між  $\nu$ -ми гармоніками сигналів.

Зокрема, якщо сигнали  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  являють собою змінні струм і напругу, то при  $\tau = 0$  маємо активну потужність. Якщо хоча б один із сигналів є синусоїдним, то

$$Y_3 = kX_1X_2 \cos(\varphi - \omega\tau).$$

З цього рівняння при  $\omega\tau = 0$  і  $\omega\tau = \pi/2$  одержимо відповідно вирази для активної та реактивної потужностей. Значення  $\omega\tau$ , за якого величина  $Y_3$  є максимальною, визначає фазовий зсув між синусоїдними сигналами  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$ .

4. Алгоритм автокореляційної обробки сигналів, який отримуємо з формули (4) за умови  $x_1(t) = x_2(t)$ :

$$Y_4 = \frac{k}{T} \int_0^T x(t)x(t-\tau)dt. \quad (5)$$

Такий алгоритм, наприклад, використовується для вимірювання СКЗ струму та напруги, дисперсії (при  $\tau = 0$ ), автокореляційної функції випадкових сигналів.

Величину  $Y_4$  можна записати через параметри гармонік сигналу  $x(t)$ :

$$Y_4 = k \sum_{\nu=0}^{\infty} X_\nu^2 \cos \nu\omega\tau.$$

Більш складні алгоритми обробки сигналів, що використовуються в електро- та радіовимірюваннях,

можуть бути записані через наведені вище основні алгоритми.

Як приклад розглянемо один з можливих методів (і алгоритмів) вимірювання коефіцієнта гармонік  $k_r$  напруги  $u(t)$  за формулою

$$k_r = \frac{\sqrt{U^2 - U_1^2}}{U_1}. \quad (6)$$

Для реалізації цього співвідношення СКЗ  $U$  напруги  $u(t)$  можна визначити згідно з автокореляційним алгоритмом (5) при  $\tau = 0$ , а СКЗ  $U_1$  першої гармоніки напруги  $u(t)$  – згідно з кореляційним алгоритмом (2).

За вимірними значеннями величин  $U$  та  $U_1$  обчислюють коефіцієнт гармонік  $k_r$  за формулою (6).

Як видно із співвідношень (1), (2), (4) і (5), усі основні алгоритми можна записати в узагальненому вигляді

$$Y = \frac{k}{T} \int_0^T f[x(t), \mathbf{a}] dt, \quad (7)$$

де  $x(t)$  – вектор (сукупність) вхідних сигналів ЦВП;  $\mathbf{a}$  – вектор параметрів ЦВП.

Функція  $f[x(t), \mathbf{a}]$  залежить від вхідних сигналів  $x(t)$  й алгоритму їх обробки. В електро- та радіовимірюваннях сигнали  $x(t)$ , як правило, є одновимірними та двовимірними. Наприклад, до характеристик одновимірних вхідних сигналів належать амплітуда, її синфазна та квадратурна складові, середнє значення, СКЗ, а взаємними характеристиками двовимірних вхідних сигналів є фазовий зсув, потужність, взаємнокореляційна функція.

Функція  $f[x(t), \mathbf{a}]$  залежить також від вектора параметрів  $\mathbf{a}$  ЦВП, які визначаються конкретним алгоритмом обробки сигналів  $x(t)$ . Так, для алгоритму (2) до параметрів  $\mathbf{a}$  належить сукупність величин  $\omega, \nu, \beta_\nu$ , а для алгоритмів (4), (5) – часовий зсув  $T$ .

Таким чином, функція  $f[x(t), \mathbf{a}]$  повністю описує всі основні алгоритми обробки сигналів (1), (2), (4), (5), і тому назвемо її алгоритмічною функцією, а вираз (7) – узагальненою математичною моделлю обробки сигналів у ЦВП.

У ЦВП окремі або всі операції (за виключенням операції масштабування або нормування вхідного сигналу), що передбачені основними алгоритмами, виконують у дискретній формі. Для цього вхідний сигнал (або вхідні сигнали) на тому чи іншому етапі їх обробки за допомогою АЦП перетворюють у відповідні коди, які потім піддають цифровій обробці за заданим алгоритмом. Проте деякі операції можуть залишатися аналоговими.

Отже, у вимірювальному каналі ЦВП у загальному випадку здійснюється аналого-цифрова обробка сигналів, алгоритми якої описуються формулами (1), (2), (4), (5) і визначаються прийнятим методом (способом) вимірювання даної фізичної величини.

Перехід від аналогової до цифрової обробки сигналів (або АЦОС) неминуче призводить до появи методичних похибок. Одним з джерел такої похибки

є дискретизація сигналу (сигналів)  $x(t)$  у  $m$  точках (моментах) відліку  $t_q$ ,  $q = \overline{1, m}$  у результаті чого від інтеграла у формулі (7) переходять до суми відліків (дискретних значень) алгоритмічної функції у дискретні моменти часу  $t_q$ . Другим джерелом методичної похибки є операція квантування миттєвих значень сигналу  $x(t)$ . Тому результат вимірювання  $\tilde{Y}$  ЦВП відрізняється від точного (істинного) значення  $Y$ , яке визначається формулою (7), і може бути записаний так

$$\tilde{Y} = \frac{k}{m} \sum_{q=1}^m \tilde{f}[x(t_q), o(t_q), \mathbf{a}], \quad (8)$$

де  $\tilde{f}[x(t_q), o(t_q), \mathbf{a}]$  – значення алгоритмічної функції в моменти дискретизації (точках відліку)  $t_q$ , викривлені завадами та похибками, в тому числі похибкою квантування;  $o(t_q) = \{o_1(t_q), o_2(t_q), \dots, o_M(t_q)\}$  – значення  $M$ -вимірної вектора похибок  $o(t_q)$ , крім похибки дискретизації, а також усякого роду завад у точках відліку  $t_q$ .

## Висновок

Формула (8) є узагальненою математичною моделлю АЦОС у цифровій вимірювальній техніці. Вона дозволяє з єдиних позицій провести аналіз усіх похибок ЦВП, а потім визначити їх результуючу (повну, сумарну) похибку.

## Список літератури

1. Чинков В.М. Цифрові засоби вимірювальної техніки військового призначення: підручник / В.М. Чинков. – Х.: ХУ ПС, 2000. – Ч. 2. – 244 с.
2. Горлач А.А. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике / А.А. Горлач, Г.Я. Мирский, В.Н. Чинков. – К.: Техника, 1986. – 151 с.
3. Измерения в электронике: справочник / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневский и др.; под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
4. Мирский Г.Я. Электронные измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Радио и связь, 1986. – 440 с.

Надійшла до редколегії 21.04.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.Т.Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В.Н. Чинков Т.М. Ефимова

*В статье разработана общая математическая модель метода многопараметрических измерений на основе аналого-цифровой обработки периодических сигналов в цифровых измерительных приборах.*

**Ключевые слова:** математическая модель, алгоритм, аналого-цифровая обработка сигналов, цифровой измерительный прибор, погрешность.

### MATHEMATICAL MODEL OF METHOD OF MEASURING ON BASIS OF ANALOG-DIGITAL TREATMENT PERIODIC SIGNALS

V.N. Chinkov, T.V. Efimova

*In the article the worked out is generalized mathematical model of method of the measuring on the basis of analog-digital treatment of periodic signals in digital measuring devices.*

**Keywords:** mathematical model, algorithm, analog-digital treatment of signals, digital measuring device, error.