

УДК 621.31

В.М. Чинков, Т.М. Єфімова

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕТОДУ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ НА ОСНОВІ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ

В статті розроблена узагальнена математична модель методу багатопараметричних вимірювань на основі аналого-цифрової обробки періодичних сигналів у цифрових вимірювальних приладах.

Ключові слова: математична модель, алгоритм, аналого-цифрова обробка сигналів, цифровий вимірювальний прилад, похибка.

Вступ

У всякому вимірювальному приладі, аналогового чи цифровому, відбувається обробка (перетворення) сигналу (сигналів), після якої вхідному сигналу $x(t)$ або сукупності вхідних сигналів $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$ ставиться у відповідність число Y – результат вимірювання. У багатофункціональних (комплексних) приладах таких чисел може бути декілька. **Мета статті** розробка узагальненої математичної моделі методу багатопараметричних вимірювань електричних сигналів, що ґрунтується на аналого-цифровій обробці.

Результати досліджень

Для створення узагальненої математичної моделі аналого-цифрової обробки періодичних сигналів (АЦОС) у цифрових вимірювальних приладах (ЦВП) спочатку розглянемо основні алгоритми аналогової обробки сигналів, що визначаються методами вимірювання електро і радіотехнічних величин, а потім перейдемо до узагальненої моделі АЦОС, яка передбачає не тільки цифрову обробку сигналів, але й окремі аналогові операції.

1. Алгоритм усереднення :

$$Y_1 = \frac{k}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт передачі вимірювального приладу; T – час усереднення, кратний періоду T сигналу $x(t)$.

Цей алгоритм використовується при вимірюванні середніх значень (або математичного сподівання) змінних у часі сигналів, а також постійних сигналів із завадами для підвищення точності вимірювань. Якщо позначити через X_0 середнє значення сигналу $x(t)$, то співвідношення (1) запишемо у вигляді

$$Y_1 = kX_0.$$

2. Алгоритм кореляційної обробки сигналів:

$$Y_2 = \frac{k}{T} \int_0^T x(t)\varphi(t) dt, \quad (2)$$

де $\varphi(t)$ – опорний базисний сигнал, найчастіше він є синусоїдним:

$$\varphi(t) = \cos(\omega t + \nu_n), \quad (3)$$

де ω – кругова частота основної гармоніки сигналу $x(t)$; ν – номер вимірюваної гармоніки сигналу $x(t)$; β_ν – початкова фаза базисного сигналу, яка залежить від номера вимірюваної гармоніки ν .

Алгоритм (2) охоплює вимірювання таких величин: ортогональних складових (синфазна та квадратурна, або дійсна та уявна), у цьому випадку $\beta_\nu = 0$ і $\beta_\nu = \pi/2$; параметрів синусоїдного сигналу за наявності завад; амплітуд і початкових фаз гармонік сигналу $x(t)$; частотних характеристик динамічних об'єктів або, в загальному вигляді, коефіцієнтів роз-

кладу сигналу $x(t)$ за заданою системою базисних функцій при розкладі несинусоїдного періодичного сигналу $x(t)$ у ряд Фур'є

$$x(t) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l \cos(l\omega t + \psi_l).$$

З формули (2) при синусоїдному базисному сигналі (3) маємо

$$Y_2 = \frac{k}{2} A_N \cos(\psi_N - \nu_N),$$

де A_ν, ψ_ν – відповідно амплітуда та початкова фаза ν -ї гармоніки сигналу $x(t)$.

При $\beta_\nu = 0$ і $\beta_\nu = \pi/2$ одержимо синфазну та квадратурну складові амплітуди ν -ї гармоніки A_ν , а при $\beta_\nu = \psi_\nu$ – безпосередньо амплітуду A_ν .

3. Алгоритм взаємної кореляційної обробки сигналів $x_1(t)$ і $x_2(t)$:

$$Y_3 = \frac{k}{T} \int_0^T x_1(t)x_2(t-\tau)dt, \quad (4)$$

де τ – заданий часовий зсув (часова затримка), який, зокрема, може дорівнювати нулю.

Алгоритм використовується для вимірювання активної та реактивної потужностей, взаємної кореляційної функції, фазових зсувів тощо. Величину Y_3 можна записати через гармоніки сигналів $x_1(t)$ і $x_2(t)$:

$$Y_3 = k \sum_{\nu=0}^{\infty} X_{1\nu} X_{2\nu} \cos(\varphi_\nu - \nu\omega\tau),$$

де $X_{1\nu}, X_{2\nu}$ – СКЗ ν -ї гармоніки сигналів $x_1(t)$ і $x_2(t)$ відповідно; φ_ν – фазовий зсув між ν -ми гармоніками сигналів.

Зокрема, якщо сигнали $x_1(t)$ і $x_2(t)$ являють собою змінні струм і напругу, то при $\tau = 0$ маємо активну потужність. Якщо хоча б один із сигналів є синусоїдним, то

$$Y_3 = kX_1X_2 \cos(\varphi - \omega\tau).$$

З цього рівняння при $\omega\tau = 0$ і $\omega\tau = \pi/2$ одержимо відповідно вирази для активної та реактивної потужностей. Значення $\omega\tau$, за якого величина Y_3 є максимальною, визначає фазовий зсув між синусоїдними сигналами $x_1(t)$ і $x_2(t)$.

4. Алгоритм автокореляційної обробки сигналів, який отримуємо з формули (4) за умови $x_1(t) = x_2(t)$:

$$Y_4 = \frac{k}{T} \int_0^T x(t)x(t-\tau)dt. \quad (5)$$

Такий алгоритм, наприклад, використовується для вимірювання СКЗ струму та напруги, дисперсії (при $\tau = 0$), автокореляційної функції випадкових сигналів.

Величину Y_4 можна записати через параметри гармонік сигналу $x(t)$:

$$Y_4 = k \sum_{\nu=0}^{\infty} X_\nu^2 \cos \nu\omega\tau.$$

Більш складні алгоритми обробки сигналів, що використовуються в електро- та радіовимірюваннях,

можуть бути записані через наведені вище основні алгоритми.

Як приклад розглянемо один з можливих методів (і алгоритмів) вимірювання коефіцієнта гармонік k_r напруги $u(t)$ за формулою

$$k_r = \frac{\sqrt{U^2 - U_1^2}}{U_1}. \quad (6)$$

Для реалізації цього співвідношення СКЗ U напруги $u(t)$ можна визначити згідно з автокореляційним алгоритмом (5) при $\tau = 0$, а СКЗ U_1 першої гармоніки напруги $u(t)$ – згідно з кореляційним алгоритмом (2).

За вимірними значеннями величин U та U_1 обчислюють коефіцієнт гармонік k_r за формулою (6).

Як видно із співвідношень (1), (2), (4) і (5), усі основні алгоритми можна записати в узагальненому вигляді

$$Y = \frac{k}{T} \int_0^T f[x(t), \mathbf{a}] dt, \quad (7)$$

де $x(t)$ – вектор (сукупність) вхідних сигналів ЦВП; \mathbf{a} – вектор параметрів ЦВП.

Функція $f[x(t), \mathbf{a}]$ залежить від вхідних сигналів $x(t)$ й алгоритму їх обробки. В електро- та радіовимірюваннях сигнали $x(t)$, як правило, є одновимірними та двовимірними. Наприклад, до характеристик одновимірних вхідних сигналів належать амплітуда, її синфазна та квадратурна складові, середнє значення, СКЗ, а взаємними характеристиками двовимірних вхідних сигналів є фазовий зсув, потужність, взаємнокореляційна функція.

Функція $f[x(t), \mathbf{a}]$ залежить також від вектора параметрів \mathbf{a} ЦВП, які визначаються конкретним алгоритмом обробки сигналів $x(t)$. Так, для алгоритму (2) до параметрів \mathbf{a} належить сукупність величин ω, ν, β_ν , а для алгоритмів (4), (5) – часовий зсув T .

Таким чином, функція $f[x(t), \mathbf{a}]$ повністю описує всі основні алгоритми обробки сигналів (1), (2), (4), (5), і тому назвемо її алгоритмічною функцією, а вираз (7) – узагальненою математичною моделлю обробки сигналів у ЦВП.

У ЦВП окремі або всі операції (за виключенням операції масштабування або нормування вхідного сигналу), що передбачені основними алгоритмами, виконують у дискретній формі. Для цього вхідний сигнал (або вхідні сигнали) на тому чи іншому етапі їх обробки за допомогою АЦП перетворюють у відповідні коди, які потім піддають цифровій обробці за заданим алгоритмом. Проте деякі операції можуть залишатися аналоговими.

Отже, у вимірювальному каналі ЦВП у загальному випадку здійснюється аналого-цифрова обробка сигналів, алгоритми якої описуються формулами (1), (2), (4), (5) і визначаються прийнятим методом (способом) вимірювання даної фізичної величини.

Перехід від аналогової до цифрової обробки сигналів (або АЦОС) неминуче призводить до появи методичних похибок. Одним з джерел такої похибки

є дискретизація сигналу (сигналів) $x(t)$ у m точках (моментах) відліку t_q , $q = \overline{1, m}$ у результаті чого від інтеграла у формулі (7) переходять до суми відліків (дискретних значень) алгоритмічної функції у дискретні моменти часу t_q . Другим джерелом методичної похибки є операція квантування миттєвих значень сигналу $x(t)$. Тому результат вимірювання \tilde{Y} ЦВП відрізняється від точного (істинного) значення Y , яке визначається формулою (7), і може бути записаний так

$$\tilde{Y} = \frac{k}{m} \sum_{q=1}^m \tilde{f}[x(t_q), o(t_q), \mathbf{a}], \quad (8)$$

де $\tilde{f}[x(t_q), o(t_q), \mathbf{a}]$ – значення алгоритмічної функції в моменти дискретизації (точках відліку) t_q , викривлені завадами та похибками, в тому числі похибкою квантування; $o(t_q) = \{o_1(t_q), o_2(t_q), \dots, o_M(t_q)\}$ – значення M -вимірної вектора похибок $o(t_q)$, крім похибки дискретизації, а також усякого роду завад у точках відліку t_q .

Висновок

Формула (8) є узагальненою математичною моделлю АЦОС у цифровій вимірювальній техніці. Вона дозволяє з єдиних позицій провести аналіз усіх похибок ЦВП, а потім визначити їх результуючу (повну, сумарну) похибку.

Список літератури

1. Чинков В.М. Цифрові засоби вимірювальної техніки військового призначення: підручник / В.М. Чинков. – Х.: ХУ ПС, 2000. – Ч. 2. – 244 с.
2. Горлач А.А. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике / А.А. Горлач, Г.Я. Мирский, В.Н. Чинков. – К.: Техника, 1986. – 151 с.
3. Измерения в электронике: справочник / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневский и др.; под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
4. Мирский Г.Я. Электронные измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Радио и связь, 1986. – 440 с.

Надійшла до редколегії 21.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.Т.Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В.Н. Чинков Т.М. Ефимова

В статье разработана обобщенная математическая модель метода многопараметрических измерений на основе аналого-цифровой обработки периодических сигналов в цифровых измерительных приборах.

Ключевые слова: математическая модель, алгоритм, аналого-цифровая обработка сигналов, цифровой измерительный прибор, погрешность.

MATHEMATICAL MODEL OF METHOD OF MEASURING ON BASIS OF ANALOG-DIGITAL TREATMENT PERIODIC SIGNALS

V.N. Chinkov, T.V. Efimova

In the article the worked out is generalized mathematical model of method of the measuring on the basis of analog-digital treatment of periodic signals in digital measuring devices.

Keywords: mathematical model, algorithm, analog-digital treatment of signals, digital measuring device, error.