

УДК 621.31

В.М. Чинков, Т.Я. Наливайська

*Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків*

**МЕТОДИКА ОЦІНКИ ПОХИБКИ ЦИФРОАНАЛОГОВОГО СИНТЕЗУ  
ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИНУСОЇДНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ  
КУСКОВО-СХІДЧАСТОЇ АПРОКСИМАЦІЇ**

*В статті розроблено методику оцінки похибки цифроаналогового синтезу синусоїдних сигналів на основі кусково-східчастої апроксимації та впливу її похибки на коефіцієнт гармонік.*

**Ключові слова:** *вимірювальний синусоїдний сигнал, квазісинусоїдна напруга, похибка.*

**Вступ**

**Постановка задачі.** Роль вимірювальних генераторів синусоїдних сигналів неперервно зростає в метрологічному забезпеченні складних технічних об'єктів. Тому підвищуються вимоги до технічних,

особливо метрологічних, характеристик таких генераторів [1 – 3]. Аналогові генератори вичерпали свої можливості щодо подальшого удосконалення, що обмежує їх подальше використання. Необхідні альтернативні методи формування синусоїдних сигналів, які б дозволили на якісно новому рівні

розв'язати задачу створення прецизійних вимірювальних генераторів. Такі методи пов'язані з новим напрямком у теорії сигналів – цифроаналоговим синтезом на основі одного з видів кусково-східчастої апроксимації [4, 5].

**Аналіз літератури.** У відомій літературі [4, 5] визначаються принципи побудови цифрових генераторів синусоїдних сигналів, що ґрунтуються на рівномірній за часом кусково-східчастій апроксимації, різноманітні схемні рішення таких генераторів, тенденції розвитку цифрових функціональних генераторів закордонних фірм, але в цій літературі відсутні дослідження похибок формування кусково-східчастих синусоїдних сигналів.

**Метою статті** є розробка методики оцінки однієї з найважливіших похибок синтезу вимірювальних синусоїдних сигналів на основі кусково-східчастої апроксимації та її впливу на коефіцієнт гармонік синтезованих сигналів.

### Основний матеріал

Запишемо вираз для коефіцієнта гармонік квазісинусоїдного сигналу у вигляді [4]

$$k_{ГС}^2 = \frac{1}{\pi A_1^2} \sum_{i=0}^{n-1} \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} (U_i - A_{1x} \sin \alpha - A_{1y} \cos \alpha)^2; \quad (1)$$

$$d\alpha = \frac{1}{\pi A_1^2} \sum_{i=0}^{n-1} U_i^2 \Delta \alpha_i - 1,$$

де  $A_1$  – амплітуда першої гармоніки квазісинусоїдного сигналу;  $A_{1x}$ ,  $A_{1y}$  – її ортогональні, синфазна та квадратурна (або дійсна та уявна), складові.

Позначимо абсолютні похибки формування рівнів  $U_i$  квазісинусоїдного сигналу  $u_c(t)$  через  $\Delta U_i$ . Ці похибки призводять у загальному випадку до змінювання амплітуд і фаз першої та вищої гармонік сигналу  $u_c(t)$ . Так, амплітуда першої гармоніки за наявності похибок формування рівнів визначається виразом

$$A_1 = \sqrt{(A_{10} + \Delta A_{1x})^2 + (\Delta A_{1y})^2}, \quad (2)$$

де  $A_{10}$  – амплітуда першої гармоніки сигналу  $u_c(t)$  за відсутності похибок формування рівнів  $U_i$ ;  $\Delta A_{1x}$ ,  $\Delta A_{1y}$  – абсолютні похибки формування ортогональних складових амплітуди першої гармоніки  $A_1$  квазісинусоїдного кусково-східчастого сигналу  $u_c(t)$ .

Вони визначаються за формулами:

$$\Delta A_{1x} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{n-1} \Delta U_i S_i \Delta \alpha_i; \quad (3)$$

$$\Delta A_{1y} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{n-1} \Delta U_i C_i \Delta \alpha_i; \quad (4)$$

де

$$S_i = \frac{1}{\Delta \alpha_i} \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \sin \alpha d\alpha = \frac{\cos \alpha_i - \cos \alpha_{i+1}}{\alpha_{i+1} - \alpha_i};$$

$$C_i = \frac{1}{\Delta \alpha_i} \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \cos \alpha d\alpha = \frac{\sin \alpha_{i+1} - \sin \alpha_i}{\alpha_{i+1} - \alpha_i};$$

$\alpha = \omega t$ ;  $\alpha_i = \omega t_i$  – фазові координати вузлів апроксимації;  $\omega$  – кругова частота синусоїдної напруги;

$$\Delta \alpha_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i.$$

Підставивши вираз (2) у формулу (1), після перетворень з точністю до квадратних по  $\Delta U_i$  величин одержимо для абсолютної похибки:

$$\Delta(k_{ГС}^2) = k_{ГС}^2 - k_{ГОПТ}^2 = \frac{1}{\pi A_{10}^2} \times \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} (\Delta U_i)^2 \Delta \alpha_i - \frac{\pi}{S} [(\Delta A_{1x})^2 + (\Delta A_{1y})^2] \right\}, \quad (5)$$

де 
$$S = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{n-1} S_i^2 \Delta \alpha_i.$$

Члени, лінійні по  $\Delta U_i$ , у розкладі (5) відсутні, тому що цей розклад проводиться поблизу мінімуму  $k_{ГС}^2$ . Оцінимо похибки  $\Delta(k_{ГС}^2)$  за максимумом та за середнім квадратичним значенням.

**Оцінка похибки  $\Delta(k_{ГС}^2)$  за максимумом.** Нехай  $|\Delta U_i| \leq \Delta U_{\max}$ , де  $\Delta U_{\max}$  – максимальне значення похибки формування рівнів  $U_i$  сигналу  $u_c(t)$ . Тоді максимум похибки  $\Delta(k_{ГС}^2)$  досягається за умови, що складова похибки в прямих дужках у виразі (5) дорівнює нулю, а  $|\Delta U_i| = \Delta U_{\max}$ . Зміст цієї умови полягає в такому. Величина  $[(\Delta A_{1x})^2 + (\Delta A_{1y})^2]$  – це квадрат амплітуди першої гармоніки завади, що обумовлена неточністю формування рівнів  $U_i$  сигналу  $u_c(t)$ . Тому, коли в кожній точці  $t_i$  завада максимальна за модулем і не містить першої гармоніки, досягається максимум похибки

$$\Delta(k_{ГС}^2)_{\max} = 2 \left( \frac{\Delta U_{\max}}{A_{10}} \right)^2. \quad (6)$$

Якщо  $\Delta U_i \sim S$ , тобто завада не містить вищих гармонік, то  $\Delta(k_{ГС}^2) \approx 0$ .

**Оцінка похибки  $\Delta(k_{ГС}^2)$  за середнім квадратичним значенням.** Підставивши вирази (3), (4) у (5), для середнього значення  $\langle \Delta(k_{ГС}^2) \rangle$  маємо:

$$\langle \Delta(k_{ГС}^2) \rangle = \frac{1}{\pi A_{10}^2} \times \left[ \sum_{i=0}^{n-1} \langle (\Delta U_i)^2 \rangle \Delta \alpha_i - \frac{1}{\pi S} \sum_{i,j=0}^{n-1} (S_i S_j + C_i C_j) \langle \Delta U_i \Delta U_j \rangle \Delta \alpha_i \Delta \alpha_j \right].$$

Якщо похибки формування  $\Delta U_i$  різних рівнів  $U_i$  кусково-східчастого сигналу  $u_c(t)$  некорельовані та

мають однакову дисперсію  $\sigma_u^2$ , то з цієї формули одержимо:

$$\left\langle \Delta(k_{\Gamma C}^2) \right\rangle = \frac{2\sigma_u^2}{A_{10}^2} \times \left[ 1 - \frac{1}{2\pi^2 S} \sum_{i=0}^{n-1} (S_i^2 + C_i^2) (\Delta\alpha_i)^2 \right],$$

де  $\sigma_u$  – СКВ похибки  $\Delta U_i$  формування рівнів  $U_i$  сигналу  $u_c(t)$ .

Оскільки при  $n \gg 1$  величина  $\Delta\alpha_i$  має порядок  $1/n$ , то другий член у прямих дужках цього виразу набагато менше одиниці, тобто ним можна знехтувати. Тоді

$$\left\langle \Delta(k_{\Gamma C}^2) \right\rangle \approx 2 \left( \frac{\sigma_u^2}{A_{10}^2} \right)^2,$$

де  $\frac{\sigma_u}{A_{10}}$  – відношення завади (похибка)/сигнал.

Сумарне значення квадрата коефіцієнта гармонік  $k_{\Gamma\Sigma}$  містить дві складові:

$$k_{\Gamma\Sigma}^2 = k_{\Gamma C}^2 + \Delta(k_{\Gamma C}^2).$$

Перша складова в цьому виразі обумовлена апроксимацією синусоїдного сигналу кусково-східчастим сигналом і визначається формулою:

$$k_{\Gamma C} = \frac{a}{n},$$

де  $a$  – коефіцієнт, який приймає конкретні числові значення для кожного методу кусково-східчастої апроксимації, а друга складова викликається похибками формування рівнів  $U_i$  кусково-східчастого сигналу  $u_c(t)$ .

Як показує проведений вище аналіз, коефіцієнт гармонік можна записати у вигляді:

$$k_{\Gamma\Sigma} = \sqrt{\frac{a^2}{n^2} + 2\delta_u^2}, \quad (7)$$

де  $\delta_u$  – відносна похибка формування рівнів  $U_i$  кусково-східчастого сигналу  $u_c(t)$ , яка дорівнює або

$\delta_u = \frac{\Delta U_{\max}}{A_{10}}$  при оцінці похибки за максимумом, або

$\delta_u = \frac{\sigma_u}{A_{10}}$  при оцінці похибки за середнім квадратичним значенням.

Отже, формула (7) забезпечує узгодження вибору кількості ділянок апроксимації п кусково-східчастого сигналу  $u_c(t)$  з похибкою формування рівнів  $U_i$ , що дозволяє уточнити коефіцієнт гармонік синтезованого сигналу  $u_c(t)$ .

## Висновок

В статті розроблена методика оцінки похибок цифроаналогового синтезу квазісинусоїдного вимірювального сигналу за максимумом і за середнім квадратичним значенням, яка дозволяє обґрунтовано вибирати кількість ділянок апроксимації кусково-східчастого сигналу, виходячи із заданої похибки коефіцієнта гармонік.

## Список літератури

1. Кузнецов В.А. Измерения в электронике: Справочник / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневских и др.; Под ред. В.А.Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
2. Вавилов Л.А. Низкочастотные измерительные генераторы / Л.А. Вавилов, А.И. Солодовников, В.В. Шнайдер. – Л.: Энергоатомиздат; Ленингр. отд-е, 1985. – 104 с.
3. Мирский Г.Я. Электронные измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Радио и связь, 1986. – 440 с.
4. Чинков В.М. Цифрові засоби вимірювальної техніки військового призначення: Підручник. Ч.2 / В.М. Чинков. – Х.: ХУПС, 2007. – 275 с.
5. Горлач А.А. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике / А.А. Горлач, М.Я. Минц, В.Н. Чинков. – К.: Техніка, 1985. – 156 с.

Надійшла до редколегії 21.04.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.Т. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

### МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ЦИФРОАНАЛОГОВОГО СИНТЕЗА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИНУСОИДНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ КУСОЧНО-СТУПЕНЧАТОЙ АППРОКСИМАЦИИ

В.Н. Чинков, Т.Я. Наливайская

*В статье разработана методика оценки погрешности цифроаналогового синтеза синусоидных сигналов на основе кусочно-ступенчатой аппроксимации и влияния ее погрешности на коэффициент гармоник.*

**Ключевые слова:** измерительный синусоидный сигнал, квазисинусоидное напряжение, погрешность.

### METHOD ERROR ESTIMATES ANALOG SINE MEASURING SIGNAL SYNTHESIS BASED PIECEWISE STEP APPROXIMATION

V.M. Chinkov, T.Ya. Nalivajaska

*The article method of estimation error of analog sine signal synthesis based on piecewise shidchatyh approximation error and its impact on the ratio of harmonics.*

**Keywords:** measuring sine signal quasi-sinusoidal voltage error.