

УДК 519.218+620.92

Е.Б. Ахиезер, Е.Л. Пиротти

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

МЕТОДИКА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ПРИМЕРЕ ДАВЛЕНИЯ В ЦИЛИНДРАХ СИСТЕМЫ ТРАНСМИССИИ

Работа посвящена моделированию нестационарных случайных процессов, представленных в виде кривых в специальном гильбертовом пространстве, с помощью универсальных и треугольных моделей. Решение получено для частного случая нестационарного стохастического давления в цилиндрах системы трансмиссии транспортного средства.

Ключевые слова: математическая модель, случайный процесс, корреляционная функция, спектральная плотность, динамическое звено.

Введение

Постановка задачи. Одним из перспективных подходов исследования нестационарных случайных процессов является их представление в виде кривых в специальном гильбертовом пространстве с помощью универсальных и треугольных моделей [1]. Это дает возможность строить некоторые "элементарные" нестационарные процессы и, кроме того, с помощью универсальных моделей сформировать из них более общие классы нестационарных случайных функций или последовательностей. Для этого можно использовать хорошо разработанный аппарат функционального анализа, в частности теорию треугольных моделей [2], для построения корреляционной и спектральной теории нестационарных случайных процессов, решения ряда задач и прогнозирования.

Имея в виду, что на практике повторение экспериментов не всегда возможно по различным причинам, очень важно иметь возможность строить математическую модель нестационарного стохастического процесса, который позволяет проводить имитационное моделирование поведения как сложных систем в заданных условиях, так и конкретных механизмов.

Важной предпосылкой для решения поставленной задачи является создание математической модели, которая учитывала бы основные физические свойства исследуемого процесса и была бы согласованной с поставленными практическими заданиями. Актуальность рассмотренной задачи заключается в выборе и обосновании такой математической модели, что позволяет разрабатывать эффективные алгоритмы обработки данных и получать достоверные статистические выводы с целью последующего их имитационного моделирования.

Основной материал

Обратимся к одному частному виду случайных процессов – так называемым пуассоновским импульсным процессам. Это практически важный класс процессов. Случайная функция времени t иногда может быть задана как детерминированная функция f от параметра t и от некоторого конечного числа случайных величин $\alpha_1, \dots, \alpha_n$. Все статистические свойства случайного процесса $\xi t = f t, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ полностью определяются n -мерной случайной величиной $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, то есть её распределением. Примером такого задания случайного процесса могут служить тригонометрические суммы со случайными коэффициентами a_k, b_k :

$$\xi t = f t, a_k, b_k = \sum_{k=0}^n a_k \cos kt + b_k \sin kt, (1)$$

определяющие случайный процесс ξt , периодический с периодом 2π .

Пока число n случайных параметров конечно, можно оставаться в рамках тех понятий и методов, которыми оперирует классическая теория, но переход к счётному множеству случайных параметров (в приведенном примере – к ряду Фурье) требует уже более общего подхода. Импульсные процессы можно, по крайней мере, в простейших случаях, трактовать именно указанным способом, задавая их как детерминированные функции времени и конечной совокупности случайных параметров. Тем самым, мы имеем возможность исследовать эти процессы используя соответствующие треугольные модели.

Нетрудно доказать, что для каждого стационарного процесса ξt , любого (сколь угодно малого) $\varepsilon > 0$ и любого (сколь угодно большого) T существуют такие попарно случайные некоррелированные величины $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ (число n , конечно,

будет зависеть от ε и T) и такие вещественные числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, что при любом t из интервала $-T \leq t \leq T$

$$M \left| \xi t - \sum_{k=1}^n \xi_k e^{i\lambda_k t} \right|^2 < \varepsilon. \quad (2)$$

Отсюда, в частности, следует и то, что для каждого стационарного процесса ξt , любых $\varepsilon > 0$ и $\eta > 0$ и любого $T > 0$ существуют случайные величины $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ и вещественные числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ такие, что $M \xi_i \bar{\xi}_j = 0$ при $i \neq j$, и при любом t по модулю не превосходящем T

$$P \left\{ \left| \xi t - \sum_{k=1}^n \xi_k e^{i\lambda_k t} \right| < \varepsilon \right\} > 1 - \eta. \quad (3)$$

Итак, любой стационарный процесс может быть получен как предел последовательности процессов с дискретным спектром. Равенства (2) и (3) показывают, что каждый случайный процесс ξt можно сколь угодно хорошо аппроксимировать линейной комбинацией гармонических колебаний.

Механической динамической системой, на которую действуют случайные возмущения является движущееся с определённой скоростью транспортное средство. При этом случайные колебательные процессы можно рассматривать как стационарные, протекающие по времени относительно однородно и имеющие вид непрерывных случайных колебаний около некоторого среднего значения.

Рассмотрим экспериментально полученные реализации случайного процесса $X t$ (четыре из них представлены на рис. 1).

Поскольку длительность каждой экспериментально полученной реализации конечна (порядка 100 секунд), то спектр данных реализаций дискретен.

Из выше сказанного следует возможность представить каждую реализацию $X_v t \quad v = \overline{1, 11}$ случайного процесса $X t$ следующим образом:

$$\begin{aligned} X_v t = & a_v + b_v \cdot \cos t + c_v \cdot \sin t + d_v \cdot \cos 2t + \\ & + e_v \cdot \sin 2t + f_v \cdot \cos 3t + g_v \cdot \sin 3t + h_v \cdot \cos 4t + \\ & + i_v \cdot \sin 4t + j_v \cdot \cos 5t + k_v \cdot \sin 5t + l_v \cdot \cos 6t + \\ & + m \cdot \sin 6t + n_v \cdot \cos 7t + o_v \cdot \sin 7t + p_v \cdot \cos 8t + \\ & + q_v \cdot \sin 8t + r_v \cdot \cos 9t + s_v \cdot \sin 9t + t_v \cdot \cos 10t + \\ & + u_v \cdot \sin 10t. \end{aligned} \quad (4)$$

Преобразуем выражение (4) применяя метод вспомогательного аргумента:

$$\begin{aligned} X_v t = & a_v + \\ & + \sqrt{b_v^2 + c_v^2} \left(\frac{b_v}{\sqrt{b_v^2 + c_v^2}} \cos t + \frac{c_v}{\sqrt{b_v^2 + c_v^2}} \sin t \right) + \end{aligned}$$

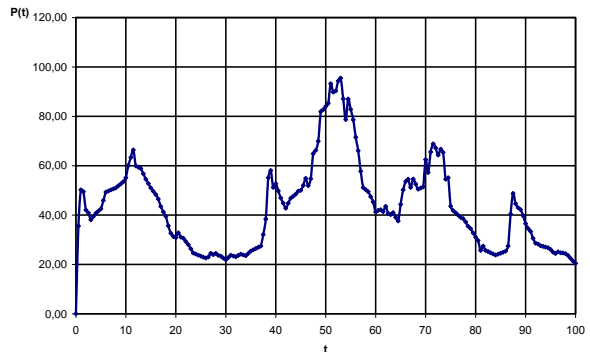
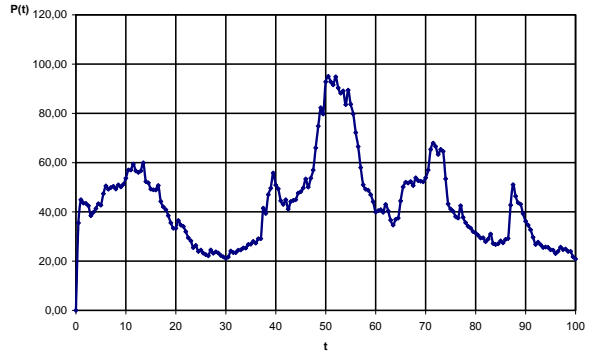
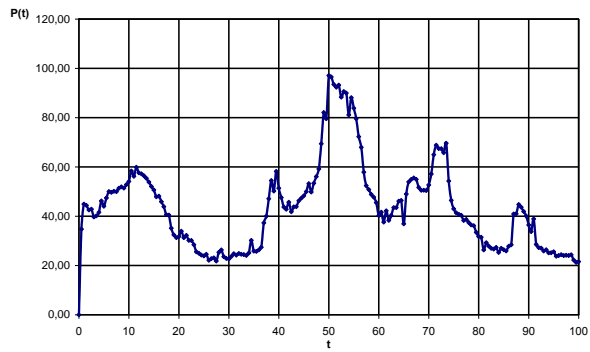
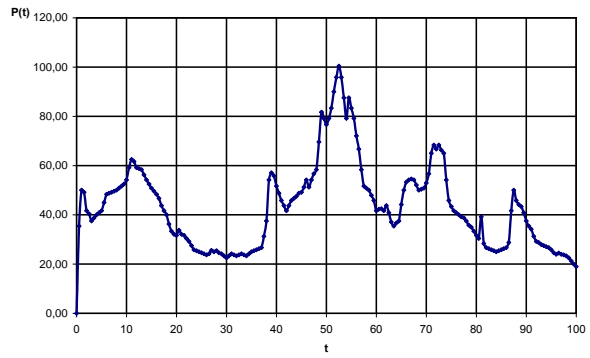


Рис. 1. Экспериментально полученные реализации случайного процесса $X t$

$$\begin{aligned} & + \sqrt{d_v^2 + e_v^2} \left(\frac{d_v}{\sqrt{d_v^2 + e_v^2}} \cos 2t + \frac{e_v}{\sqrt{d_v^2 + e_v^2}} \sin 2t \right) + \\ & + \sqrt{f_v^2 + g_v^2} \left(\frac{f_v}{\sqrt{f_v^2 + g_v^2}} \cos 3t + \frac{g_v}{\sqrt{f_v^2 + g_v^2}} \sin 3t \right) + \\ & + \sqrt{h_v^2 + i_v^2} \left(\frac{h_v}{\sqrt{h_v^2 + i_v^2}} \cos 4t + \frac{i_v}{\sqrt{h_v^2 + i_v^2}} \sin 4t \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +\sqrt{j_v^2+k_v^2}\left(\frac{j_v}{\sqrt{j_v^2+k_v^2}}\cos 5t+\frac{k_v}{\sqrt{j_v^2+k_v^2}}\sin 5t\right)+ \\
 & +\sqrt{l_v^2+m_v^2}\left(\frac{l_v}{\sqrt{l_v^2+m_v^2}}\cos 6t+\frac{m_v}{\sqrt{l_v^2+m_v^2}}\sin 6t\right)+ \\
 & +\sqrt{n_v^2+o_v^2}\left(\frac{n_v}{\sqrt{n_v^2+o_v^2}}\cos 7t+\frac{o_v}{\sqrt{n_v^2+o_v^2}}\sin 7t\right)+ \\
 & +\sqrt{p_v^2+q_v^2}\left(\frac{p_v}{\sqrt{p_v^2+q_v^2}}\cos 8t+\frac{q_v}{\sqrt{p_v^2+q_v^2}}\sin 8t\right)+ \\
 & +\sqrt{r_v^2+s_v^2}\left(\frac{r_v}{\sqrt{r_v^2+s_v^2}}\cos 9t+\frac{s_v}{\sqrt{r_v^2+s_v^2}}\sin 9t\right)+ \\
 & +\sqrt{t_v^2+u_v^2}\left(\frac{t_v}{\sqrt{t_v^2+u_v^2}}\cos 10t+\frac{u_v}{\sqrt{t_v^2+u_v^2}}\sin 10t\right) \quad (5)
 \end{aligned}$$

Введём обозначения

$$\begin{aligned}
 a_0^v &= a_v; a_1^v = \sqrt{b_v^2+c_v^2}; a_2^v = \sqrt{d_v^2+e_v^2}; \\
 a_3^v &= \sqrt{f_v^2+g_v^2}; a_4^v = \sqrt{h_v^2+i_v^2}; \\
 a_5^v &= \sqrt{j_v^2+k_v^2}; a_6^v = \sqrt{l_v^2+m_v^2}; a_7^v = \sqrt{n_v^2+o_v^2}; \\
 a_8^v &= \sqrt{p_v^2+q_v^2}; \\
 a_9^v &= \sqrt{r_v^2+s_v^2}; a_{10}^v = \sqrt{t_v^2+u_v^2}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Пользуясь заменой (6), введём вспомогательные аргументы:

$$\begin{aligned}
 \sin \theta_1^v &= \frac{b_v}{a_1^v}; \cos \theta_1^v = \frac{c_v}{a_1^v}; \sin \theta_2^v = \frac{d_v}{a_2^v}; \cos \theta_2^v = \frac{e_v}{a_2^v}; \\
 \sin \theta_3^v &= \frac{f_v}{a_3^v}; \cos \theta_3^v = \frac{g_v}{a_3^v}; \sin \theta_4^v = \frac{h_v}{a_4^v}; \cos \theta_4^v = \frac{i_v}{a_4^v}; \\
 \sin \theta_5^v &= \frac{j_v}{a_5^v}; \cos \theta_5^v = \frac{k_v}{a_5^v}; \sin \theta_6^v = \frac{l_v}{a_6^v}; \cos \theta_6^v = \frac{m_v}{a_6^v}; \\
 \sin \theta_7^v &= \frac{n_v}{a_7^v}; \cos \theta_7^v = \frac{o_v}{a_7^v}; \sin \theta_8^v = \frac{p_v}{a_8^v}; \cos \theta_8^v = \frac{q_v}{a_8^v}; \\
 \sin \theta_9^v &= \frac{r_v}{a_9^v}; \cos \theta_9^v = \frac{s_v}{a_9^v}; \sin \theta_{10}^v = \frac{t_v}{a_{10}^v}; \\
 \cos \theta_{10}^v &= \frac{u_v}{a_{10}^v}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

Следовательно, v -я реализация случайного процесса $X_v t$ принимает вид:

$$X_v t = a_0^v + \sum_{w=1}^{10} a_w^v \sin wt + \theta_w^v, \quad (8)$$

где θ_w^v – начальные фазы (θ_w^v и θ_v^v при индексах $w \neq v$ – независимы и равномерно распределены в

интервале шириной 2π).

Применяя формулы (7), получим значения вспомогательных аргументов $\sin \theta_w^v$ и $\cos \theta_w^v$ $w = \overline{1, 6}$, $v = \overline{1, 11}$. Пользуясь полученными значениями можно вычислить начальные фазы θ_w^v .

Представим каждую реализацию случайного процесса $X t$ в виде

$$X_v t = Y_1^v t + Y_2^v t, \quad (9)$$

где случайные процессы $Y_1^v t$ и $Y_2^v t$ имеют представления

$$Y_1^v t = a_0; Y_2^v t = \sum_{w=1}^{10} a_w^v \sin wt + \theta_w^v. \quad (10)$$

Корреляционная функция вещественного случайного стационарного процесса $Y_2^v t$ равна

$$K_{Y_2^v} \tau = \sum_{w=1}^{10} b_w^v \cos w\tau, \quad (11)$$

$$\text{где } b_w^v = \int_0^{2\pi} |a_w^v|^2 d\tau = 2\pi |a_w^v|^2.$$

Случайный процесс $Y_1^v t$ является частным случаем случайного стационарного процесса при значении $t = 0$. Тогда для корреляционной функции имеем

$$K_{Y_1^v} \tau = |a_0^v|^2. \quad (12)$$

В силу линейной независимости случайных процессов $Y_1^v t$ и $Y_2^v t$ для корреляционной функции случайного процесса $X_v t$ из выражений (11) и (12) получаем представление

$$K_{X t} \tau = |a_0|^2 + \sum_{w=1}^{10} 2\pi |a_w^v|^2 \cos w\tau. \quad (13)$$

Рассмотрим связь между корреляционной функцией $K_X \tau$ случайного процесса $X t$ и его спектральной плотностью $S_X \omega$. Корреляционная функция стационарного случайного процесса $K_X \tau$ связана с функцией спектральной плотности $S_X \omega$ преобразованиями Фурье:

$$K_X \tau = \int_0^{\infty} S_X \tau \cos \omega\tau d\omega; \quad (13)$$

$$S_X \omega = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_X \tau \cos \omega\tau d\tau. \quad (14)$$

Полагая в (13) $\tau = 0$, запишем функцию дисперсии

$$D_X = \int_0^\infty S_X \omega \, d\omega. \quad (15)$$

Полагая в (14) $\omega = 0$, получаем симметричную функцию интенсивности внешних возмущений

$$Q = S_X(0) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty K_X \tau \, d\tau. \quad (16)$$

В дальнейшем будем предполагать, что каждая из компонент вектора внешних возмущений $F(t)$ представляет собой белый шум. Если это не так и каждая из компонент вектора $F(t)$ – произвольный гауссов случайный процесс (цветной шум), то задачу проектирования оптимальной динамической системы в этом случае можно привести к задаче проектирования при воздействии на систему векторного белого шума.

Пусть $K_{X_v}(\tau)$, $v=1,2,\dots,n$ корреляционные функции компонент $X_v(t)$, $v=1,2,\dots,n$ вектора $F(t)$, которые могут быть получены, если известно достаточное количество конкретных реализаций случайного процесса $X_v(t)$, $v=1,2,\dots,n$. Воспользовавшись формулой (14), построим спектральные плотности $S_{X_v}(\omega)$ случайных процессов $X_v(t)$, $v=1,2,\dots,n$. Известно, что спектральная плотность $S_Y(\omega)$ выходного сигнала линейного динамического звена связана со спектральной плотностью $S_X(\omega)$ его входного сигнала соотношением

$$S_Y(\omega) = R^2(\omega) S_X(\omega), \quad (17)$$

где $R(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика динамического звена. Если предположить, что входным сигналом динамического звена является белый шум, спектральная плотность которого постоянна, то из соотношения (17) следует, что $S_Y(\omega) = R^2(\omega)$.

Таким образом, при подаче на вход динамического звена белого шума на выходе звена имеет место случайный процесс, спектральная плотность которого равна квадрату амплитудно-частотной характеристики звена. Будем считать, что каждая из реализаций $X_v(t)$, $v=1,2,\dots,n$ случайного процесса $X(t)$ – выходной сигнал некоторого формирующего динамического звена, на вход которого подан белый шум $\eta_v(t)$, $v=1,2,\dots,n$, причём амплитудно-частотная характеристика звена $R_v(\omega)$, $v=1,2,\dots,n$ и спектральная плотность реализации $X_v(t)$, $v=1,2,\dots,n$ связаны соотношением

$S_v(\omega) = R_v^2(\omega)$, $v=1,2,\dots,n$. Если спектральная плотность $S_v(\omega)$ имеет явно выраженные резонансные пики, то передаточную функцию v -го формирующего динамического звена можно представить в виде [3]

$$W_v(p) = k_v \prod_{j=1}^{r_v} \frac{1}{T_{vj1}^2 p^2 + T_{vj2} p + 1}, \quad (18)$$

где r_v – количество резонансных пиков спектральной плотности $S_v(\omega)$. Амплитудно-частотная характеристика звена определяется соотношением

$$R_v(\omega) = k_v \prod_{j=1}^{r_v} \left[1 - \omega^2 T_{vj1}^2 + \omega^2 T_{vj2}^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

Тогда

$$S_v(\omega) = k_v^2 \prod_{j=1}^{r_v} \left[1 - \omega^2 T_{vj1}^2 + \omega^2 T_{vj2}^2 \right]^{-1}. \quad (20)$$

Найдём параметры передаточной функции (18). Из формулы (20) следует, что коэффициенты усиления k_v и постоянные времени T_{vj1} равны:

$$k_v = \sqrt{S_v(0)};$$

$$T_{vj1} = \frac{1}{\omega_{pvj}}, \quad v=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,r_v, \quad (21)$$

где ω_{pvj} – резонансные частоты, соответствующие максимумам резонансных пиков спектральных плотностей $S_v(\omega)$. Постоянные времени T_{vj2} определяются из системы алгебраических уравнений

$$\prod_{j=1}^{r_v} \left[1 - \omega_{pvk}^2 T_{vj1}^2 + \omega_{pvk}^2 T_{vj2}^2 \right] = \frac{k_v^2}{S_v(\omega_{pvk})}, \quad v=1,2,\dots,n; k=1,2,\dots,r_v. \quad (22)$$

Запишем дифференциальные уравнения динамического звена в операторной форме относительно реализаций $X_v(t)$, $v=1,2,\dots,n$

$$\prod_{j=1}^{r_v} \frac{1}{T_{vj1}^2 p^2 + T_{vj2} p + 1} X_v(t) = k_v \eta_v(t), \quad v=1,2,\dots,n. \quad (23)$$

С помощью соответствующей замены переменных систему уравнений (23) можно привести к системе $2 \sum_{v=1}^n r_v$ уравнений первого порядка относительно реализаций $X_v(t)$ и их производных порядка r_v , которую можно трактовать как систему уравнений, описывающую возмущённое движение динамической системы при воздействии на неё векторного белого шума $\eta(t)$.

С помощью формул (13) и (14) построены корреляционные функции и спектральная плотность экспериментально полученных реализаций случайного процесса $X(t)$.

Кривая спектральной плотности имеет два явно выраженных максимума, следовательно, передаточную функцию формирующего динамического звена, преобразующего белый шум $\eta(t)$ в случайный процесс $X(t)$, можно представить в виде

$$W(p) = \frac{k}{T_{11}^2 p^2 + T_{12} p + 1} \cdot \frac{k}{T_{21}^2 p^2 + T_{22} p + 1}. \quad (24)$$

Следовательно, аналитическое выражение для спектральной плотности случайного процесса $X(t)$ имеет вид:

$$S_p(\omega) = \frac{k^2}{\left[1 - \omega^2 T_{11}^2 + \omega^2 T_{12}^2 \right] \left[1 - \omega^2 T_{21}^2 + \omega^2 T_{22}^2 \right]}. \quad (25)$$

В результате анализа спектральных плотностей реализаций случайного процесса $X(t)$, найдены значения $S_p(\omega)$ $\nu = \overline{1, 11}$ и резонансные частоты, соответствующие максимумам резонансных пиков спектральных плотностей $S_p(\omega)$ $\nu = \overline{1, 11}$. С учётом формул (21) получены две выборки для значений коэффициентов k_ν и $T_{\nu j1}$ $\nu = \overline{1, 11}$, $j = 1, 2$, которые помещены в табл. 1 – 3.

Найдём для каждой из выборок её выборочное среднее:

$$\bar{k} = \frac{1}{\nu} \sum_{j=1}^{\nu} k_j = \frac{1}{11} \sum_{j=1}^{11} k_j = 18,17; \quad (26)$$

$$\bar{T}_{11} = \frac{1}{\nu} \sum_{j=1}^{\nu} T_{j11} = \frac{1}{11} \sum_{j=1}^{11} T_{j11} = 2,63 \text{ с}; \quad (27)$$

$$\bar{T}_{21} = \frac{1}{\nu} \sum_{j=1}^{\nu} T_{j21} = \frac{1}{11} \sum_{j=1}^{11} T_{j21} = 0,82 \text{ с}. \quad (28)$$

Исправленные дисперсии данных выборок будут иметь вид:

$$D k_\nu = \frac{1}{\nu-1} \sum_{j=1}^{\nu} (k_j - \bar{k})^2 = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{11} k_j - 18,17^2 = 0,00105;$$

$$D T_{11} = \frac{1}{\nu-1} \sum_{j=1}^{\nu} (T_{j11} - \bar{T}_{11})^2 = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{11} T_{j11} - 2,63^2 = 0,00087;$$

Таблица 1

Выборка для значений коэффициентов k_ν

ν	1	2	3	4	5	6
k_ν	18,21	18,19	18,15	18,17	18,2	18,21
ν	7	8	9	10	11	
k_ν	18,16	18,18	18,16	18,15	18,1	

Таблица 2

Выборка для значений коэффициентов $T_{\nu 11}$

ν	1	2	3	4	5	6
$T_{\nu 11}$	2,6	2,61	2,66	2,64	2,6	2,63
ν	7	8	9	10	11	
$T_{\nu 11}$	2,58	2,64	2,67	2,65	2,66	

Таблица 3

Выборка для значений коэффициентов $T_{\nu 21}$

ν	1	2	3	4	5	6
$T_{\nu 21}$	0,79	0,85	0,83	0,78	0,83	0,82
ν	7	8	9	10	11	
$T_{\nu 21}$	0,79	0,78	0,81	0,79	0,82	

$$D T_{21} = \frac{1}{\nu-1} \sum_{j=1}^{\nu} (T_{j21} - \bar{T}_{21})^2 = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{11} T_{j21} - 0,82^2 = 0,0007.$$

Поскольку отклонения значений выборок коэффициентов k_ν и $T_{\nu j1}$ $\nu = \overline{1, 11}$, $j = 1, 2$ от своих средних значений достаточно малы, то будем полагать в формуле (25)

$$k = \bar{k} = 18,17;$$

$$T_{11} = \bar{T}_{11} = 2,63 \text{ с}; \quad (29)$$

$$T_{21} = \bar{T}_{21} = 0,82 \text{ с}.$$

Учитывая значения (29), для отыскания постоянных времени T_{12} и T_{22} , запишем систему уравнений:

$$T_{12}^2 - 0,81 + 0,1444 T_{22}^2 = 0,27;$$

$$T_{22}^2 - 86,3 + 1,488 T_{12}^2 = 0,01344,$$

решение которой равно:

$$T_{12} = 0,577 \text{ с};$$

$$T_{22} = 0,01245 \text{ с}.$$

Формирующее динамическое звено можно представить в виде последовательного соединения

двух колебательных динамических звеньев (рис. 2):

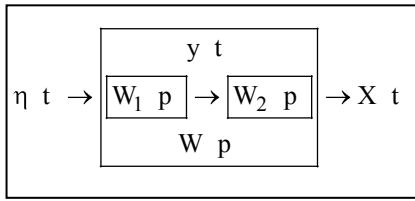


Рис. 2. Формирующее динамическое звено

с передаточными функциями

$$W_1 p = \frac{k}{T_{11}^2 p^2 + T_{12} p + 1};$$

$$W_2 p = \frac{1}{T_{21}^2 p^2 + T_{22} p + 1},$$

уравнения которых записываются в виде

$$\begin{cases} T_{11}^2 \ddot{y} t + T_{12} \dot{y} t + y t = k \eta t; \\ T_{21}^2 \ddot{X} t + T_{22} \dot{X} t + X t = y t. \end{cases} \quad (30)$$

Полагая в (30)

$$x_1 t = y t;$$

$$x_2 t = \dot{y} t;$$

$$x_3 t = X t;$$

$$x_4 t = \dot{X} t,$$

приведём данную систему к нормальной форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 t = x_2 t; \\ \dot{x}_2 t = -\frac{1}{T_{11}^2} x_1 t - \frac{T_{12}}{T_{11}^2} x_2 t + \frac{k}{T_{11}^2} \xi t; \\ \dot{x}_3 t = x_4 t; \\ \dot{x}_4 t = -\frac{1}{T_{21}^2} x_3 t - \frac{T_{22}}{T_{21}^2} x_4 t + \frac{1}{T_{21}^2} x_1 t. \end{cases} \quad (31)$$

Для решения системы (31) можно воспользоваться методом Рунге-Кутты.

Этот метод обладает значительной точностью и, несмотря на свою трудоёмкость, наиболее удобен для алгоритмизации.

Кроме того, важным преимуществом этого метода является возможность применения переменного шага.

Выводы

Таким образом, предложен алгоритм моделирования случайного процесса на примере реализаций случайного процесса X t .

В основе рассмотренного метода лежит идея предсказания значений случайного процесса как результат действия линейного оператора на "белый шум".

Построенная модель случайного процесса является качественной аппроксимацией эмпирических данных.

Список литературы

1. Ливищ М.С. Теория операторных узлов в гильбертовых пространствах / М.С. Ливищ, А.А. Янцевич. – Х.: ХГУ, 1971. – 160 с.
2. Бродский М.С. Треугольные и жордановы представления линейных операторов / М.С. Бродский. – М.: Наука, 1969. – 287 с.
3. Динамика транспортно-тяговых колёсных и гусеничных машин / Е.Е. Александров, Д.О. Волонцевич, В.А. Карпенко, А.Т. Лебедев, В.А. Перегон, В.Б. Самородов, А.Н. Туренко. – Х.: ХГАДТУ (ХАДИ), 2001. – 642 с.

Поступила в редколлегию 10.09.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Любчик, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», Харьков.

МЕТОДИКА ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ СТОХАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ НА ПРИКЛАДІ ТИСКУ В ЦИЛІНДРАХ СИСТЕМИ ТРАНСМІСІЇ

О.Б. Ахієзер, С.Л. Піротті

Робота присвячена моделюванню нестационарних випадкових процесів, представлених у вигляді кривих в спеціальному гільбертовому просторі, за допомогою універсальних і трикутних моделей. Рішення отримане для окремого випадку нестационарного стохастичного тиску в циліндрах системи трансмісії транспортного засобу.

Ключові слова: математична модель, випадковий процес, кореляційна функція, спектральна щільність, динамічна ланка.

METHOD OF SIMULATION OF STOCHASTIC PROCESSES ON EXAMPLE OF PRESSURE IN CYLINDERS OF SYSTEM OF TRANSMISSION

O.B. Ahiezer, E.L. Pirotti

Article is devoted to the simulation of casual processes, presented as curves in the special Hilbert space, by universal and three-cornered models. A decision is got for the special case of non-stationary stochastic pressure in the cylinders of the system of transmission of transport vehicle.

Keywords: mathematical model, casual process, cross-correlation function, spectral density, dynamic unit.