

УДК 626/628:528.574

А.Г. Ведмедь, С.В. Машталир, Е.С. Сакало

Харьковский национальный университет радиотехники, Харьков

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИЗА ГЛАВНЫХ И НЕЗАВИСИМЫХ КОМПОНЕНТ

Модифицированы процедуры обучения элементарных нейронных сетей слепой сепарации и предложена архитектура на стандартных элементах цифровой техники, позволяющие решать задачу в режиме самообучения реального времени с использованием полиномиальных активационных функций. Получил дальнейшее развитие нейросетевой метод обработки многомерных смесей сигналов на основе совместного использования анализа независимых и главных компонент и показано, что он может быть реализован как в рамках элементарной однослойной архитектуры путем поочередного использования различных алгоритмов обучения, так и в рамках архитектур типа "бутылочное горлышко". Модифицированы рекуррентные процедуры "отбеливания", сепарации и оценивания базисных векторов независимых компонент, обеспечивающие высокую скорость сходимости и характеризующиеся простотой численной реализации.

**Ключевые слова:** нейронная сеть, изображение, компоненты, анализ, синтез, процедура обучения.

### Введение

Анализ главных компонент и анализ независимых компонент – одни из основных способов уменьшения размерности данных. Вычисление главных компонент сводится к вычислению собственных векторов и собственных значений ковариационной матрицы исходных данных и в настоящее время метод широко применяется для визуализации данных, компрессии изображений и видео, подавления шума на изображениях, индексации видео, а также в психодиагностике, хемометрике и биоинформатике.

Анализ независимых компонент [1] в общем случае связан с проблемой разделения смесей сигналов с априори неизвестными характеристиками, поступающих из различных источников, и в настоящее время достаточно широко используется в задачах обработки биомедицинской информации, данных, получаемых от линейных полей, диагностирования и тестирования сложных электронных систем и, что особенно интересно, при обработке (прежде всего восстановления) изображений, искаженных возмущениями неизвестной природы. Анализ независимых компонент рассматривается как расширение анализа главных компонент

Эффективность совместного использования анализов главных и независимых компонент обусловливается использованием нейросетевого подхода к вычислению, что создает предпосылки для обработки поступающих данных в реальном времени

Главный компонент  $w_1$  набора данных  $x$  может быть определен как

$$w_1 = \arg \max_{\|w\|=1} \text{var}\{w^T x\} = \arg \max_{\|w\|=1} E\{(w^T x)^2\},$$

где  $k$ -й компонент может быть найден путем вычитания  $(k-1)$ -й главной компоненты из  $x - \hat{x}_{k-1}$

$$\hat{x}_{k-1} = x - \sum_{i=1}^{k-1} w_i w_i^T x$$

и представляя полученный результат как новое множество, чтобы найти главный компонент  $w_k = \arg \max_{\|w\|=1} E\{(w^T \hat{x}_{k-1})^2\}$ .

В анализе независимых компонент априори предполагается, что исходный  $n$ -мерный сигнал  $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$  (здесь  $t$  – непрерывное время) воспринимается датчиками не в «чистом» виде, а в форме линейной комбинации так, что

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

или в векторной форме

$$y(t) = Ax(t), \quad (2)$$

где  $A \in R^{n \times n}$ ,  $\det A \neq 0$ .

При этом полагается, что как сигналы  $x_j(t)$ , так и матрица  $A$  неизвестны. Задача состоит в разделении (реконструкции) входных сигналов в предположении их взаимной статической независимости и существования матрицы  $A^{-1}$ , обратной к неизвестной смешивающей матрице  $A$ . Что касается обработки изображений, то достаточно часто возникает задача не только их «очистки» – фильтрации от различного рода искажений и изменений, но и разделения смеси различных изображений, когда разные образы накладываются один на другой.

На рис. 1 приведена обобщенная схема нейросетевой реализации анализа независимых компонент.



Рис. 1. Нейросетевая реализация анализа независимых компонент

**Цель статьи:** развитие нейросетевого метода обработки многомерных смесей сигналов на основе совместного использования анализа независимых и главных компонент. Модификация рекуррентных процедур “отбеливания”, сепарации и оценивания базисных векторов независимых компонент, обеспечивающих высокую скорость сходимости и характеризующихся простотой численной реализации.

### Нейросетевая обработка сигналов на основе совместного использования анализа независимых и главных компонент

Существует целый ряд практических задач [15, 16], когда наряду со сжатием изображения с помощью анализа главных компонент необходимо производить их «очистку» от возмущений, помех, аномальных выбросов, пятен, теней и т.п., что может быть реализовано на основе анализа независимых компонент. Нашей целью является синтез унифицированных процедур обучения этих нейросетей, обеспечивающих решение как задач анализа главных компонент (компрессии изображений), так и анализа независимых компонент (слепой идентификации и сепарации сигналов).

Анализ независимых компонент в [6] рассматривается именно как расширение анализа главных компонент на задачу слепой сепарации независимых источников из их линейных смесей. С анализом главных компонент тесно связаны такие понятия, как некоррелированность и гауссовский (нормальный) характер распределения данных, в то время как анализ независимых компонент связан со статистической независимостью и негауссовскими распределениями.

Предположим, что существует  $m$  источников сигналов с нулевыми математическими ожиданиями  $x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k), k = 1, 2, \dots$ . Сигналы  $x_j(k)$  являются статистически независимыми, если

$$p(x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k)) = \prod_{j=1}^m p_j(x_j(k)). \quad (3)$$

Только выполнение условия (3) обеспечивает

возможность реализации анализа независимых компонент. Предполагается также, что все сигналы  $x_j(k)$  ненаблюдаемы, а контролируется лишь их “зашумленная” линейно взвешенная комбинация

$$y_i(k) = \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j(k) + \xi(k), i = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

где  $\xi(k)$  – ненаблюдаемое стохастическое возмущение с нулевым математическим ожиданием и ограниченной дисперсией,  $n$  в общем случае не равно  $m$ .

Переходя к векторно-матричной записи, (4) можно представить в виде

$$y(k) = Ax(k) + \xi(k) = \sum_{j=1}^m x_j(k) a_j + \xi(k), \quad (5)$$

где  $A = (a_1, a_2, \dots, a_m) - (n \times m)$  – матрица, чьи столбцы  $a_j$  являются так называемыми базисными векторами независимых компонент.

Задача анализа независимых компонент может рассматриваться в двух постановках. В первом случае рассматривается проблема восстановления сигналов  $x_j(k)$  независимых источников в виде их оценок  $s_j(k)$ , во втором – кроме исходных сигналов требуется найти и базисные векторы  $a_j$ , образующие матрицу  $A$ . При этом обычно принимаются следующие предположения: матрица  $A$  образована постоянными параметрами, число независимых источников  $m$  априори известно и  $m \geq n$ ; сигналы  $x_j(k)$  статистически независимы в любой момент времени  $k$ ;  $x_j(k)$  является стационарной стохастической последовательностью с нулевым математическим ожиданием, при этом только один из  $x_j(k)$  может иметь гауссовское распределение. Известно также [6], что в принципе невозможно разделение исходных сигналов с гауссовским распределением.

Необходимо заметить, что основная модель анализа главных компонент также имеет форму (5), однако вместо независимости сигналов  $x_j(k)$  требуется найти сигналы с максимальной дисперсией  $M\{x_j^2\}$ , а базисные векторы должны быть ортонормальными. В анализе независимых компонент базисные векторы взаимно не ортогональны, а их определение связано со значительными вычислительными проблемами [3]. Если предположить, что матрица  $A$  известна, то стандартное решение на основе метода наименьших квадратов, минимизирующее квадрат нормы ошибки  $\|\xi\|^2$ , может быть записано в виде  $\hat{x}(k) = (A^T A)^{-1} A^T y(k)$ , откуда следует квадратичная аппроксимация  $y(k) - \hat{y}(k) = A(A^T A)^{-1} A^T y(k)$ ,

являющаяся, по сути, ортогональной проекцией на пространство, образованное столбцами матрицы  $A$ . В анализе главных компонент  $A^T A = I$ , откуда следует более простая оценка  $\hat{y}(k) = AA^T y(k)$ .

В задачах обработки изображений на первый план выходит проблема восстановления исходного векторного сигнала  $x(k)$  по искаженным наблюдениям  $y(k)$ .

В этой постановке задача сводится к нахождению  $(m \times n)$  - матрицы  $W(k)$  такой, что

$$s(k) = W(k)y(k), \quad (6)$$

где  $s(k)$  есть наилучшая текущая оценка ненаблюдаемого вектора  $x(k)$ .

Часто предполагается [7], что наблюдаемые сигналы  $y(k)$  предварительно обработаны так ("отбелены" по терминологии Дж. Бокса – Г. Дженкинса [17]), что их ковариационная матрица равна единичной. Такая предобработка в общем случае не является необходимой, однако обеспечивает ортогональность матрицы  $W(k)$  так, что  $W(k)W^T(k) = I$ , что, в свою очередь, обеспечивает некоторые вычислительные удобства.

Анализ независимых компонент связан также и с такой сугубо практической проблемой, как невозможность достоверной верификации полученных результатов, что объясняется принципиальной ненаблюдаемостью исходных сигналов и невозможностью проверки условия (3). При этом анализ четвертых центральных моментов получаемых оценок (эксцесса) для  $j$ -го центрированного сигнала  $x_j$  это

$$\text{cum}x_j^4 = M\{x_j^4\} - 3(M\{x_j^2\})^2. \quad (7)$$

Заметим также, что для гауссовских сигналов эксцесс  $\text{cum}x_j^4 = 0$ . Сигналы, характеризующиеся отрицательным эксцессом, часто называются субгауссовскими, сигналы с положительным эксцессом – супергауссовскими. Здесь надо заметить, что супергауссовское распределение характеризуется тяжелыми хвостами, а сами сигналы могут содержать аномальные выбросы.

Так, в [18] было показано, что критерий обучения

$$E(s) = \sum_{j=1}^m \left| \text{cum}s_j^4 \right| = \sum_{j=1}^m \left| M\{s_j^4\} - 3(M\{s_j^2\})^2 \right| \quad (8)$$

максимизируется матрицей  $W(k)$  модели (6), если знаки всех  $\text{cum}s_j^4$  совпадают со знаками всех  $\text{cum}x_j^4$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Поскольку для предварительно отбеленных векторов  $y(k)$  и ортогональных матриц  $W$  справедливо соотношение  $M\{y_j^2\} = 1$ , то

$\text{cum}s_j^4 = M\{s_j^4\} - 3$ , откуда следует, что оптимизация критерия (8) практически сводится к задаче поиска экстремума функции

$$E(s) = \sum_{j=1}^m M\{s_j^4\}, \quad (9)$$

причем происходит минимизация по переменным с отрицательным эксцессом и максимизация – с положительным. Критерий (9) достаточно прост и удобен для синтеза алгоритмов обучения искусственных нейронных сетей.

Для синтеза собственно процедуры обучения введем в рассмотрение модель вида

$$y(k) = \hat{W}s(k) + \hat{\xi}(k), \quad (10)$$

где  $(n \times m)$  – матрица  $\hat{W}$  есть оценка матрицы  $A$ ,  $s(k)$  – есть оценка вектора  $x(k)$ , а  $\hat{\xi}(k)$  – ошибка обучения.

Основная задача состоит в разделении (сепарации) источников, т.е. нахождении вектора  $s(k)$ , а ее решение связано с нахождением матрицы  $W(k)$  в (6) с помощью подходящего алгоритма.

Нахождение матрицы  $\hat{W}$  может быть связано с минимизацией квадратичного критерия  $E(\hat{W}) = M\{\|\hat{\xi}(k)\|^2\} = M\{\|y(k) - \hat{W}s(k)\|^2\}$ , реализуемой в процессе обучения двухслойной сети прямого распространения, архитектура которой приведена на рис. 2.

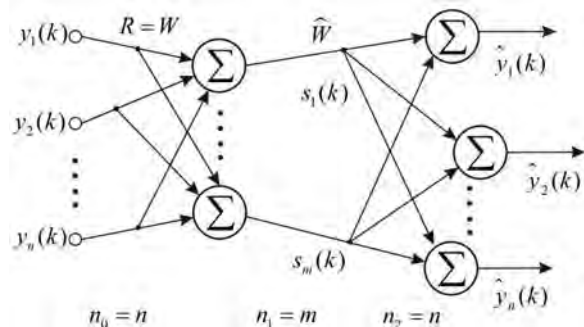


Рис. 2. Линейная нейронная сеть прямого распространения для слепой сепарации сигналов

Сеть содержит  $n$  входов, на которые подаются компоненты вектора  $y(k)$ . Первый скрытый слой содержит  $m$  нейронов, а выходной –  $n$  нейронов. Обозначим  $R$  –  $(n \times m)$  матрицу синаптических весов между входным и первым скрытым слоем, а  $\hat{W}$  –  $(n \times m)$  – матрицу весов выходного слоя. Обучение такой нейронной сети производится в два этапа:

– настройка  $(m \times n)$  - матрицы  $R = W$  с целью обеспечения статистической независимости компонент сигнала  $s(k) = Ry(k)$ ,

– настройка  $(n \times m)$  - матрицы  $\widehat{W}$ , путем минимизации среднеквадратичной ошибки  $M\{\|y(k) - \widehat{W}s(k)\|^2\}$ .

Использование данной архитектуры предполагает, что входные сигналы  $y(k)$  предварительно “отбелены”, если же это не так, то задача решается путем использования предварительного преобразования  $v(k) = Vy(k)$  (здесь  $v(k)$  –  $k$ -й отбеленный вектор,  $V - (m \times n)$  – матрица, подлежащая определению), для чего в нейронную сеть вводится дополнительный слой. Если  $n > m$ ,  $V$  понижает размерность пространства исходных сигналов. После этого реализуется собственно задача сепарации в рамках модели  $s(k) = B^T v(k)$ , где в данном случае  $B^T$  – ортонормальная ( $B^T B = I$ ),  $(m \times m)$ -матрица, подлежащая определению.

На рис. 3 приведена архитектура трехслойной нейронной сети для слепой сепарации сигналов с предварительным их отбеливанием, при этом  $R = W = B^T V$ .

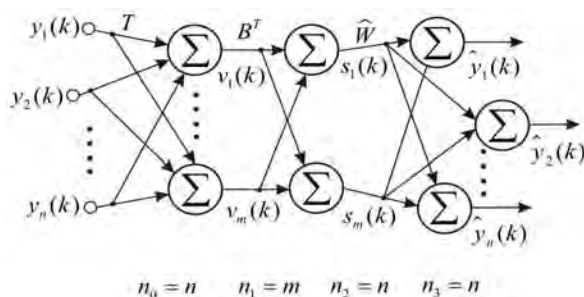


Рис. 3. Трехслойная нейронная сеть прямого распространения для слепой сепарации сигналов

Рассмотрим вначале процесс обработки информации нейронной сетью, приведенной на рис. 2.

Пусть  $\widehat{W}$  и  $R - (n \times m)$  и  $(m \times n)$  – матрицы неизменных синаптических весов. Если  $m < n$ , в первом скрытом слое происходит сжатие данных, а выходной сигнал  $\hat{y} = \widehat{W}Ry$  является аппроксимацией входного вектора  $y$ . Предположим вначале, что обучение происходит путем минимизации стандартного квадратичного критерия

$$E(\widehat{W}, R) = M\{\|y - \widehat{W}Ry\|^2\}. \quad (11)$$

Известно [19], что оптимальное решение этой задачи имеет вид  $R = (\widehat{W}^T \widehat{W})^{-1} \widehat{W}^T$ , где столбцы матрицы  $\widehat{W}$  образуют  $m$ -мерный базис главных компонент входных векторов  $y$ , а проецирующий оператор  $\widehat{W}R = \widehat{W}(\widehat{W}^T \widehat{W})^{-1} \widehat{W}^T$  на пространство главных компонент является единственным в случае

линейной независимости столбцов матрицы  $\widehat{W}$ .

Предположим также, что “шумовая” компонента  $\xi(k)$  в (5) есть стандартный белый шум с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $M\{\xi(k)\xi^T(k)\} = \sigma^2 I$ , а сам этот шум некоррелирован с исходным сигналом  $x(k)$ . Ковариационная матрица наблюдаемых сигналов в этом случае может быть представлена в виде

$$M\{y(k)y^T(k)\} = \sum_{j=1}^m M\{x_j^2(k)a_j a_j^T + \sigma^2 I\}. \quad (12)$$

Базисные векторы  $a_j, j = 1, 2, \dots, m$  независимых компонент принадлежат  $m$ -мерному пространству собственных векторов, лежащих в основе анализа главных компонент, и являются их линейными комбинациями.

Сеть для анализа независимых компонент, приведенная на рис. 2, может приводить к бесконечному множеству матриц  $\widehat{W}$  и  $R$ , получаемых в результате минимизации критерия (11). Задача минимизации критерия (11) должна быть дополнена естественным ограничением: компоненты вектора скрытого слоя  $s(k) = Ry(k)$  должны быть взаимно независимы.

Перед подачей исходного ряда данных  $y(t)$  на обработку из него должно быть исключено тем или иным способом его среднее значение. Влияние второго центрального момента элиминируется с помощью отбеливания, т.е. переходом от  $y(k)$  фактически к  $v(k)$ , компоненты которого взаимно некоррелированы и имеют единичную дисперсию. Таким образом, ковариационная матрица приобретает форму единичной, т.е.  $M\{v(k)v^T(k)\} = I$ . “Отбеливающая” матрица может быть представлена в виде  $V = D^{-\frac{1}{2}} E^T$ , где  $D = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) - (m \times m)$  – матрица,  $E = (c_1, c_2, \dots, c_m) - (n \times m)$  – матрица,  $\lambda_j - j$ -е наибольшее собственное число ковариационной матрицы данных  $M\{y(k)y^T(k)\}$ ,  $c_j - j$ -й собственный вектор.

Сегодня известно достаточно большое число алгоритмов обучения нейронных сетей анализа главных компонент [2, 11]. Так, для рекуррентного вычисления собственных значений на основе адаптивного линейного ассоциатора может быть использован алгоритм Оя-Карунена [20] в форме

$$\lambda_i(k+1) = (1 - \eta(k))\lambda_i(k) + \eta(k)(y^T(k)w_i(k))^2, \quad (13)$$

а для настройки “отбеливающей” матрицы – процедура вида [21]:

$$V(k+1) = V(k) + \eta(k)(v(k)v^T(k) - I)V(k). \quad (14)$$

Исходный ряд  $y(k)$  без предварительной обработки не позволяет эффективно решить задачу анализа независимых компонент, ключевым моментом которой является нахождение матрицы  $W(k)$  в выражении (6).

Хотя на сегодня известно достаточно много подобных процедур, нашей целью является их модификация, позволяющая решать задачи слепой сепарации либо на основе нейронной сети, либо на основе двух последовательно соединенных таких архитектур.

Адаптивное правило робастного анализа главных компонент может быть записано в общем виде

$$B(k+1) = B(k) + \eta(k)(v(k) - W(k)s(k))\psi(s^T(k)) = B(k) + \eta(k) * \tag{15}$$

$$*(I - B(k)B^T(k))v(k)\psi(v^T(k)B(k)),$$

при этом в [22] было доказано, что градиентная процедура (1) максимизирует критерий

$$E(B) = \sum_{j=1}^m M\{f(s_j)\} \tag{16}$$

при ограничениях на ортогональность матрицы  $B$ . При этом очевидно, что связь между функцией  $\psi(\cdot)$  и критерием (16) определяется простым соотношением

$$\frac{df(t)}{dt} = \psi(t).$$

Таким образом, выбирая, например,  $f(t) = \frac{t^4}{4}$ ,

получаем  $\psi(t) = t^3$ , что ведет фактически к максимизации суммы четверых моментов в (9), т.е. сепарации супергауссовских источников. Естественно, что выбор кубической активационной функции не является единственным. Понятно, что  $\psi(t) = \tanh(t) = t - \frac{t^3}{3} + 2\frac{t^5}{15} - \dots$ , связана с робастным критерием [15]:

$$f(t) = \ln \cosh(t) = \frac{t^2}{2} - \frac{t^4}{12} + \frac{t^6}{45} - \dots \tag{17}$$

также является приемлемым выбором, однако в пользу функции (17) свидетельствует ее широкое использование в задачах робастного оценивания и идентификации.

На основе алгоритма (15) может быть введена модификация в форме

$$B(k+1) = B(k) + \eta(k)(v(k) - W(k)\psi(s(k)))\psi(s^T(k)) = B(k) + \eta(k)(v(k) - W(k)\psi(B^T(k)v(k)))\psi(v^T(k)B(k)). \tag{18}$$

Кроме того, в [3] был введен так называемый биградиентный алгоритм вида

$$B(k+1) = B(k) + \eta(k)v(k)\psi(s^T(k)) + \gamma(k)B(k)(I - B^T(k)B(k)), \tag{19}$$

(здесь  $0,5 \leq \gamma(k) \leq 1$ ) также оптимизирующий критерий (14) при ограничениях на ортонормальность  $B$ . Полагая параметр  $\gamma(k)$  единичным, приходим к достаточно простой модификации (19) вида

$$B(k+1) = (2I - B(k)B^T(k))B(k) + \eta(k)v(k)\psi(s^T(k)), \tag{20}$$

а если матрица  $B(k)$  в процессе обучения поддерживается ортонормальной –

$$B(k+1) = B(k) + \eta(k)v(k)\psi(s^T(k)). \tag{21}$$

В [23] был предложен алгоритм также слепой сепарации, позволяющий непосредственно настраивать матрицу  $W$  в (6) и обладающий повышенной скоростью сходимости, вида

$$W(k+1) = W(k) + \eta(k) * \left( \frac{s(k)s^T(k) - I}{1 + \eta(k)s^T(k)s(k)} + \frac{\psi(s(k))s^T(k) - s(k)\psi(s^T(k))}{1 + \eta(k)s^T(k)\psi(s(k))} \right) W(k), \tag{22}$$

где члены знаменателей введены для обеспечения устойчивости процесса сходимости. Алгоритм (22) неявно связан с операцией псевдообращения, поскольку  $\frac{s^T(k)}{s^T(k)s(k)} = s^+(k)$ , а  $\frac{s(k)}{s^T(k)s(k)} = s^{+T}(k)$ .

Фактически алгоритм (22) сначала отбеливает поступающие на обработку сигналы  $s(k)s^T(k) - I$  в (22), а затем оптимизирует критерий обучения  $E(w) = \sum_{j=1}^m M\{s_j^4\}$ . Член  $\psi(s(k))s^T(k) - s(k)\psi(s^T(k))$  в (22), при этом в простейшем варианте  $\psi(t) = t^3$ .

В принципе, алгоритм (22) был введен авторами безо всякой привязки к нейронным сетям, однако с успехом может быть использован для обучения архитектур с прямой передачей информации и адаптивными линейными ассоциаторами в качестве узлов.

Качество обработки информации может быть повышено путем использования не одной, а двух нелинейных активационных функций. В этом случае приходим к модификации алгоритма (22) вида

$$W(k+1) = W(k) + \eta(k)(s(k)s^T(k) - I + \psi(s(k))\phi(s^T(k)) - \phi(s(k))\psi(s^T(k)))W(k), \tag{23}$$

однако, при этом в процессе обучения необходимо постоянно контролировать условие  $M\{s(k)s^T(k)\} = I$  и  $M\{\psi(s(k))\psi(s^T(k))\} = M\{\phi(s(k))\phi(s^T(k))\}$ .

Более сложной задачей, чем слепая сепарация, является оценивание базисных векторов  $a_j$ ,

$j = 1, 2, \dots, m$ , реализуемое в выходных слоях нейронных сетей, приведенных на рис. 2, 3, и сводящееся к нахождению матрицы синаптических весов  $\widehat{W}$ . Полагая вначале, что матрица  $W(k)$  сошлась к некоторому решению  $W$ , а  $y(k)$  может быть найдено из уравнения (6) (при  $n > m$ ), в общем случае можно записать

$$y(k) = W^T (WW^T)^{-1} s(k) + (I - W^T (WW^T)^{-1} W) Z, \quad (24)$$

где  $Z - (n \times 1)$  – произвольный вектор, порождаемый неопределенностью, связанной с операцией псевдообращения. Кроме того, можно записать решение с минимальной нормой:

$$\hat{y}(k) = \hat{A}s(k) = W^T (WW^T)^{-1} * s(k) = \sum_{j=1}^m \hat{x}_j(k) \hat{a}_j, \quad (25)$$

где  $\hat{a}_j - j$ -й столбец  $(n \times m)$  - матрицы

$$\hat{A} = W^T (WW^T)^{-1}. \quad (26)$$

Сравнивая (25) и (5), можно заметить, что векторы  $\hat{a}_j$  являются оценками искомым базисных векторов независимых компонент.

В случае отбеливания данных для оценивания матрицы  $\hat{A}$  можно использовать более простое, чем (26) выражение

$$\hat{A} = ED^{\frac{1}{2}} B, \quad (27)$$

при этом  $j$ -й базисный вектор может быть записан в форме  $\hat{a}_j = ED^{\frac{1}{2}} b_j$  (здесь  $b_j - j$ -й столбец матрицы  $B$ ) с нормой  $\|\hat{a}_j\|^2 = b_j^T D b_j$ .

Задачу оценивания базисных векторов можно также рассматривать как обучение выходных слоев приведенных выше нейронных сетей путем минимизации критерия обучения

$$E(\widehat{W}) = M\{\|y - \widehat{W}s\|^2\} \quad (28)$$

с учетом ограничений на взаимную статистическую независимость компонент вектора  $s$ . Естественно, что при этом предполагается, что в результате отбеливания и сепарации данных матрица  $W(k)$  сошлась к решению  $W$ .

С учетом того, что градиент (28) по  $\widehat{W}$  есть  $\nabla_{\widehat{W}} E(\widehat{W}) = -2(y - \widehat{W}s)s^T$ , можно записать стандартную градиентную процедуру обучения

$$\widehat{W}(k+1) = \widehat{W}(k) + \eta(k)(y(k) - \widehat{W}(k)s(k))s^T(k) \quad (29)$$

и далее ввести оптимальную по быстродействию

модификацию этой процедуры в виде

$$\widehat{W}(k+1) = \widehat{W}(k) + (S_p s(k) s^T(k))^{-1} * (y(k) - \widehat{W}(k)s(k))s^T(k). \quad (30)$$

Для “отбеленных” входов справедливо соотношение  $M\{v(k)v^T(k)\} = I$ , откуда следует  $W = B^T$  и  $\hat{A} = B$  в силу ортонормальности  $B$ . Таким образом, в этом случае базисными векторами независимых компонент являются непосредственно столбцы матрицы  $B$ . Отсюда следует, что предварительное отбеливание данных является весьма желательным этапом в их обработке.

## Выводы

1. Рассмотрена проблема обработки изображений на основе слепой сепарации и анализа независимых компонент на основе нейросетевого подхода и показано, что среди возможных архитектур наиболее предпочтительными являются сети с прямым распространением информации, допускающие использование рекуррентных алгоритмов обучения, что, в свою очередь, позволяет обрабатывать данные в последовательном режиме по мере их поступления.

2. Модифицированы процедуры обучения элементарных нейронных сетей слепой сепарации и предложена архитектура на стандартных элементах цифровой техники, позволяющие решать задачу в режиме самообучения реального времени с использованием полиномиальных активационных функций.

3. Показано, что в общем случае задача слепой сепарации может решаться на основе однослойных архитектур, содержащих в качестве нейронов адаптивные линейные ассоциаторы и предназначенных исходно для решения задач анализа главных компонент. Модифицированы алгоритмы обучения, позволяющие в реальном времени настраивать матрицу синаптических весов и обладающие высоким быстродействием и простотой численной реализации. Предложена архитектура сети слепой сепарации и рекуррентная процедура ее обучения, позволяющие обрабатывать сильно “зашумленные” нестационарные сигналы.

4. Получил дальнейшее развитие нейросетевой метод обработки многомерных смесей сигналов на основе совместного использования анализа независимых и главных компонент и показано, что он может быть реализован как в рамках элементарной однослойной архитектуры путем поочередного использования различных алгоритмов обучения, так и в рамках архитектур типа “бутылочное горлышко”. Модифицированы рекуррентные процедуры “отбеливания”, сепарации и оценивания базисных векторов независимых компонент, обеспечивающие высокую скорость сходимости и характеризующиеся простотой численной реализации.

## Список літератури

1. Comon P. Independent component analysis. A new concept? / P. Comon // *Signal Processing*. – 1994. – 36. – P. 287-314.
2. Cichocki A. *Neural Networks for Optimization and Signal Processing* / A. Cichocki, R. Unbehauen. – Stuttgart: Teubner, 1993. – 526 p.
3. Karhunen J. A class of neural network for independent component analysis / J. Karhunen, E. Oja, L. Wan, R. Vigarito, J. Joutsensalo // *IEEE Trans. on Neural Networks*. – 1995. – 8. – P. 487-504.
4. Girolami M. A common neural network model for exploratory data analysis and independent component analysis / M. Girolami, A. Cichocki, S.I. Amari // *IEEE Trans. on Neural Networks*. – 1997. – 9. – P. 1495-1501.
5. Cardoso J.-F. Blind signal separation: Statistical principles / J.-F. Cardoso // *Proc. IEEE*. – 1998. – 86. – P. 2009-2025.
6. Amari S. Adaptive blind signal processing – neural network approaches / S. Amari, A. Cichocki // *Proc. IEEE*. – 1998. – 86. – P. 2026-2048.
7. Girolami M. *Self-Organizing Neural Networks. Independent Component Analysis and Blind Source Separation* / M. Girolami. – Berlin: Springer Verlag, 1999. – 271 p.
8. Jutten C. Independent component analysis (INCA) versus principal component analysis / C. Jutten, J. Herault // Ed. J.L.Lacoume "Signal Processing 4". – Amsterdam: Elsevier, 1988. – P. 643-646.
9. Jutten C. Blind separation of sources. Part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture / C. Jutten, J. Herault // *Signal Processing*. – 1991. – 24. – P. 1-10.
10. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 314 с.
11. Haykin S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation* / S. Haykin. – Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, Inc., 1999. – 842 p.
12. Vittoz E.A. CMOS integration of Herault-Jutten cells for separation of sources / E.A. Vittoz, X. Arreguit // Eds. C. Mead, M. Ismail "Analog VLSI Implementation of Neural Systems". – Kluwer Academic, 1989. – P. 57-83.
13. Изерман Р. Цифровые системы управления / Р. Изерман. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
14. Бодянский Е.В. Об одной модели формального нейрона / Е.В. Бодянский, Н.Е. Кулишова, О.Г. Руденко // *Доповіди НАН України*. – 2001. – №4. – С. 69-73.
15. Yip K.-H. A recursive soft-decision approach to blind image deconvolution / K.-H. Yip, L. Guan, W. Liu // *IEEE Trans. on Signal Processing*. – 2003. – 51. – P. 515-526.
16. Chen Y. Blind separation using convex functions / Y. Chen // *IEEE Trans. on Signal Processing*. – 2005. – 53. – P. 2027-2035.
17. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 2 / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974. – 197 с.
18. Moreau E. New self-adaptive algorithms for source separation based on contrast functions / E. Moreau, O. Macchi // *Proc IEEE Signal Proc. Workshop Higher Order Statistics*. – Lake Tahoe, NV, 1993. – P. 215-219.
19. Baldi P. Neural networks for principal component analysis: Learning from examples without local minima / P. Baldi, K. Hornik // *Neural Networks*. – 1989. – 2. – P. 53-58.
20. Oja E. On stochastic approximation of the eigenvectors and eigenvalues of the expectation of a random matrix / E. Oja, J. Karhunen // *J. Mat. Anal. Applications*. – 1985. – 106. – P. 69-84.
21. Plumbley M. Efficient information transfer and anti-Hebbian neural networks / M. Plumbley // *Neural Networks*. – 1993. – 6. – P. 823-833.
22. Karhunen J. Representation and separation of signals using nonlinear PCA type learning / J. Karhunen, J. Joutsensalo // *Neural Networks*. – 1994. – 7. – P. 113-129.
23. Carasso J.-F. Equivariant adaptive source separation / J.-F. Carasso, B. Laheld // *IEEE Trans. on Signal Processing*. – 1996. – 44. – P. 3017-3030.

Поступила в редколлегию 13.09.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Е.В. Бодянский, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ АНАЛІЗУ ГОЛОВНИХ І НЕЗАЛЕЖНИХ КОМПОНЕНТ

А.Г. Ведмідь, С.В. Машталір, Е.С. Сакало

Модифіковані процедури навчання елементарних нейронних мереж сліпої сепарації і запропоновано архітектуру на стандартних елементах цифрової техніки, що дозволяють вирішувати завдання в режимі самонавчання реального часу з використанням поліноміальних активаційних функцій. Отримав подальший розвиток метод нейромережевої обробки багатовимірних сумішесі сигналів на основі спільного використання аналізу незалежних і головних компонент і показано, що він може бути реалізований як у рамках елементарної одношарової архітектури шляхом почергового використання різних алгоритмів навчання, так і в рамках архітектур типу "пляшкове горлечко". Модифіковані рекурентні процедури "відбілювання", сепарації і оцінювання базисних векторів незалежних компонент, що забезпечують високу швидкість збіжності та характеризуються простотою чисельної реалізації.

**Ключові слова:** нейронна мережа, зображення, компоненти, аналіз, синтез, процедура навчання.

## RESTORATION OF IMAGES USING ANALYSIS OF PRINCIPAL AND INDEPENDENT COMPONENT

A.G. Vedmid, S.V. Mashtalir, E.S. Sakalo

Modified procedures for teaching elementary neural network blind separation and proposed architecture on the standard elements of digital technology, allowing to solve the problem in the mode of self-real-time using a polynomial activation functions. He received further development of neural processing method of multivariate mixtures of signals based on the sharing of independent analysis and principal component analysis and show that it can be realized both within the basic single-layer architecture by alternate use of different learning algorithms and architectures in the framework of the type "bottleneck". Modified recursive procedures "whitening", separation and estimation of basis vectors of independent components, providing high speed of convergence, and characterized by simplicity of numerical implementation.

**Keywords:** neural network, image components, analysis, synthesis, adaptation procedure.