

УДК 621.391.17

В.Ф. Єрохін, Є.В. Пелешок

Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації НТУ України "КПІ", Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕДУРИ НЕКОГЕРЕНТНОЇ ДЕМОДУЛЯЦІЇ ЦИФРОВОГО СИГНАЛУ З КУТОВОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ В УМОВАХ АДИТИВНОГО ВПЛИВУ ПОТУЖНОЇ ПОДІБНОЇ ЗАВАДИ

Розглянуто метод синтезу математичної моделі процедури некогерентної демодуляції цифрового сигналу з кутковою модуляцією в умовах адитивного впливу потужної подібної завади.

Ключові слова: радіозв'язок, цифровий сигнал, некогерентна демодуляція, кутова модуляція.

Вступ

В сучасних умовах прийом радіосигналів здійснюється, як правило, в апріорно невизначеній сигнально-завадовій обстановці, яка обумовлена обмеженістю радіочастотного ресурсу та зростанням кількості та потужності структурних випромінювань різноманітного походження. Тому проблема демодуляції сигналів в умовах впливу завад була і залишається актуальною, а на її вирішення спрямована велика кількість робіт [1 – 3].

У даній статті пропонується для підвищення заводо захищеності прийому корисного сигналу, що спостерігається на фоні подібної потужної завади, використовувати демодулятори приймальних пристроїв, що синтезовані на основі математичних моделей компенсаційних процедур [4 – 6].

Метою і основним змістом статті є вирішення задачі синтезу математичної моделі процедури некогерентної демодуляції взаємозаважаючих цифрових сигналів з частотною маніпуляцією (ЧМ-2). Для досягнення поставленої мети доопрацюємо і використаємо методику, що приведена в [2,7].

Математична модель процедури некогерентного детектування взаємно заважаючих сигналів з двійковою частотною модуляцією

Запишемо значення корисного сигналу двійкової частотної маніпуляції (ЧМ-2), що відповідають двом ($m = 2$) можливим значенням його дискретного параметра $r_1 = 0,1$. Припустимо, що дискретний параметр $r_1 = 1$ модулюється та передається на частоті ω_1 , а $r_1 = 0$ на ω_2 , тоді загальний вигляд корисного ЧМ-2 сигналу запишеться таким чином:

$$s_1(r_1, \phi_{1c}, \phi_{2c}, t) = r_1 [A_0 \cos(\omega_1 t + \phi_{1c})] + (1 - r_1) [A_0 \cos(\omega_2 t + \phi_{2c})],$$

де ϕ_{1c} , ϕ_{2c} – початкові фази корисного сигналу на частотах ω_1 та ω_2 відповідно, що є випадковими па-

раметрами внаслідок флуктуації часу розповсюдження в каналі зв'язку; A_0 – амплітуда корисного сигналу, що є незмінною за частотою.

В свою чергу, потужна та подібна ЧМ-2 завада також приймає два значення дискретного параметра $r_2 = 0,1$. Нехай для нашої моделі спостереження дискретний параметр $r_2 = 1$ передається на частоті ω_1 , а $r_2 = 0$ на ω_2 . Вираз для подібної ЧМ-2 завади запишеться таким чином:

$$s_2(r_2, \phi_{13}, \phi_{23}, t) = r_2 A_{21} \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) + (1 - r_2) A_{22} \cos(\omega_2 t + \phi_{23}),$$

де ϕ_{13} , ϕ_{23} – початкові фази завади на частотах ω_1 та ω_2 відповідно; A_{21} , A_{22} – амплітуда завади на частотах ω_1 та ω_2 відповідно.

Вважатимемо, що частотні позиції і тактові точки сигналу та завади співпадають, а модуляція завади на кожній із двох частотних позицій здійснюється без розриву фази. Остання умова дає можливість використовувати когерентну (квазікогерентну) обробку завади, а корисний сигнал будемо обробляти некогерентно (квадратурно). Також вважатимемо, що в каналі зв'язку діє адитивна завада у вигляді адитивного білого гауссівського шуму (АБГШ).

На рис. 1 зображено у векторному вигляді корисний сигнал $s_1(r_1, \phi_{1c}, t)$ та заваду $s_2(r_2, \phi_{13}, t)$, які обертаються в позитивному напрямку з однаковими кутковими швидкостями ω_1 , проте з різними значеннями повної фази відносно дійсної осі.

В першу чергу, для представлення корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{1c}, t)$ на фоні потужної та подібної йому за структурою завади $s_2(r_2, \phi_{13}, t)$ необхідно отримати значення синфазної та квадратурної складової амплітуди корисного сигналу відносно завади.

Для отримання синфазної складової амплітуди спроекуємо вектор корисного сигналу довжиною A_0 на вектор завади, а для отримання квадратурної складової проведемо нормаль до початку вектора

завади та отримуємо на ній проекцію вектора корисного сигналу. Кут між вектором корисного сигналу та завади позначимо $\Delta\phi$, який, в свою чергу, дорівнюватиме різниці повних фаз даних векторів, а саме $\Delta\phi = \phi_{1c} - \phi_{13}$ (рис. 2).

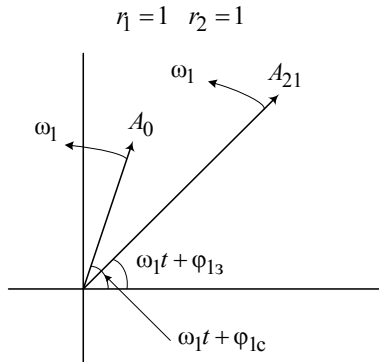


Рис. 1. Векторне представлення корисного сигналу та завади

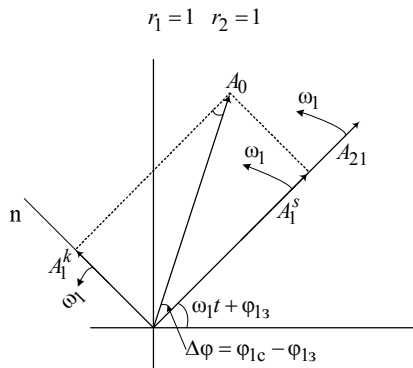


Рис. 2. Кутові співвідношення між сигналом і завадою

Значення синфазних A_1^s та квадратурних A_1^k складових амплітуди корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{1c}, t)$ на фоні подібної завади $s_2(r_2, \phi_{13}, t)$ запишуться наступним чином:

$$A_1^s = A_0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}); \quad A_1^k = A_0 \sin(\phi_{1c} - \phi_{13}).$$

Значення A_2^s та A_2^k складових корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{2c}, t)$, що відповідають передачі дискретного параметра $r_1 = 0$ на фоні подібної завади $s_2(r_2, \phi_{23}, t)$, отримуються аналогічним шляхом

$$A_2^s = A_0 \cos(\phi_{2c} - \phi_{23}), \quad A_2^k = A_0 \sin(\phi_{2c} - \phi_{23}).$$

На рис. 3. представлено у векторному вигляді подібну заваду $s_2(r_2, \phi_{13}, t)$, синфазну A_1^s та квадратурну A_1^k складову амплітуди корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{1c}, t)$, що обертаються з однаковою кутовою швидкістю ω_1 . Значення повної фази відносно осі x синфазної складової A_1^s співпадає зі значенням повної фази $\omega_1 t + \phi_{13}$ вектора завади, а значення пов-

ної фази відносно осі x квадратурної складової A_1^k - більше на $\pi/2$ від повної фази вектора завади. Використовуючи формулу приведення для тригонометричних функцій $\cos(\pi/2 + \alpha) = -\sin \alpha$, запишемо повний вираз корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{1c}, t)$, що спостерігається на фоні потужної та подібної йому за структурою завади $s_2(r_2, \phi_{13}, t)$:

$$s_1(r_1, \phi_{1c}, t) = r_1 \left[A_1^s \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) - A_1^k \sin(\omega_1 t + \phi_{13}) \right] = r_1 \left[A_0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) - A_0 \sin(\phi_{1c} - \phi_{13}) \sin(\omega_1 t + \phi_{13}) \right]. \quad (1)$$

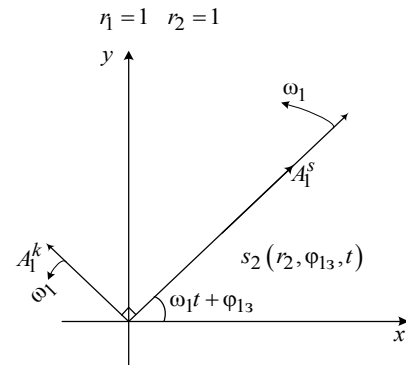


Рис. 3. Представлення синфазної та квадратурної складових амплітуди корисного сигналу та завади

Вираз для корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{2c}, t)$, що спостерігається на фоні $s_2(r_2, \phi_{23}, t)$, отримується аналогічним шляхом і має такий вигляд:

$$s_1(r_1, \phi_{2c}, t) = (1-r_1) \left[A_2^s \cos(\omega_2 t + \phi_{23}) - A_2^k \sin(\omega_2 t + \phi_{23}) \right] = (1-r_1) \left[A_0 \cos(\phi_{2c} - \phi_{23}) \times \cos(\omega_2 t + \phi_{23}) - A_0 \sin(\phi_{2c} - \phi_{23}) \sin(\omega_2 t + \phi_{23}) \right]. \quad (2)$$

Загальну модель спостереження на тривалості тактового інтервалу $T = t_k - t_{k-1}$ представимо наступним чином:

$$y(t) = s_1(r_1, \phi_{1c}, \phi_{2c}, t) + s_2(r_2, \phi_{13}, \phi_{23}, t) + n(t) = r_1 \left[A_1^s \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) - A_1^k \sin(\omega_1 t + \phi_{13}) \right] + (1-r_1) \left[A_2^s \cos(\omega_2 t + \phi_{23}) - A_2^k \sin(\omega_2 t + \phi_{23}) \right] + r_2 A_{21} \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) + (1-r_2) A_{22} \cos(\omega_2 t + \phi_{23}) + n(t), \quad (3)$$

де $n(t)$ - адитивний білий гауссівський шум. Будемо також вважати, що стани дискретних параметрів r_1 та r_2 рівноймовірні та взаємно незалежні, а початкові фази $\phi_{1,2,c,3}$ рівномірно розподілені на інтервалі $[0, 2\pi]$. Крім того, при запропонованій вже відмові від оцінювання амплітуди A_0 корисного сигналу очевидне рівняння $h_1^2 = h_2^2$. Однак припу-

щення про відмову від оцінювання амплітуди корисного сигналу та заміни її величиною $A_0 \ll A_{21}$, $A_0 \ll A_{22}$ не дозволяє знехтувати тим, що в загальному випадку $A_{21} \neq A_{22}$, тому що можливий випадок, коли різниця $|A_{21} - A_{22}|$ співвимірна з A_0 .

В подальшому для мінімізації записів та простоти розуміння будемо вважати, що здійснюється передача корисного сигналу на частоті ω_1 , що відповідає значенню дискретного параметра $r_1 = 1$.

Зауважимо, що тепер прийнятий сигнал розглядається як сума корисного сигналу і завади. Для нашого випадку середня потужність запишеться як [8]:

$$P_{r_1, r_2, \phi_{1c, 3}} = \frac{1}{T} \int_{t_{k-1}}^{t_k} [s_1(r_1, \phi_{1c}, t) + s_2(r_2, \phi_{13}, t)]^2 dt. \quad (4)$$

Скориставшись формулою функціоналу правдоподібності для сигналу з випадковою початковою фазою [9, 10]:

$$\Lambda_r[y(t); \varphi] = \exp\left\{-\frac{P_{r, \varphi} \cdot T}{N_0}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{2T}{N_0} \cdot b_r[y(t); \varphi]\right\},$$

де $P_{r, \varphi}$ – середня потужність прийнятого сигналу

$$s(r, \varphi, t); \quad b_r[y(t), \varphi] = b_r = \frac{1}{T} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s(r, \varphi, t) dt -$$

скалярний добуток вхідного спостереження $y(t)$ на $s(r, \varphi, t)$, запишемо умовний функціонал правдоподібності для спостереження (3):

$$\Lambda_{r_1=1, r_2=1}[y(t); \phi_{1c}, \phi_{13}] = \exp\left\{-\frac{P_{r_1, r_2, \phi_{1c, 3}}}{N_0}\right\} \times \exp\left\{\frac{2}{N_0} \cdot b_{r_1}[y(t), \phi_{1c}]\right\} \cdot \exp\left\{\frac{2T}{N_0} \cdot b_{r_2}[y(t), \phi_{13}]\right\},$$

$$\text{де } b_{r_1}[y(t), \phi_{1c}] = b_{r_1} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_1(r_1, \phi_{1c}, t) dt, \quad (6)$$

$$b_{r_2}[y(t), \phi_{13}] = b_{r_2} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_2(r_2, \phi_{13}, t) dt.$$

Підставимо (4) та (6) в (5):

$$\begin{aligned} \Lambda_{r_1=1, r_2=1}[y(t); \phi_{1c, 3}] &= \\ &= \exp\left[\frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_1(r_1, \phi_{1c}, t) dt + \right. \\ &+ \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_2(r_2, \phi_{13}, t) dt - \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_1^2(r_1, \phi_{1c}, t) dt - \\ &\quad \left. - \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_2^2(r_2, \phi_{13}, t) dt - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_1(r_1, \phi_{1c}, t) \cdot s_2(r_2, \phi_{13}, t) dt \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Підставимо вираз для корисного сигналу (1) та значення завади $s_2(r_2, \phi_{13}, t)$, що відповідає передачі дискретного параметра $r_2 = 1$ в (7):

$$\begin{aligned} \Lambda_{r_1=1, r_2=1}[y(t); \phi_{1c}; \phi_{13}] &= \\ &= \exp\left\{\left[\frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) dt - \right. \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \sin(\phi_{1c} - \phi_{13}) \sin(\omega_1 t + \phi_{13}) dt \right] + \\ &\quad \left. + \left[\frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_{21} \cos(\omega_2 t + \phi_{13}) dt \right] - \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \cos^2(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt - \right. \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \sin^2(\phi_{1c} - \phi_{13}) \sin^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt \right] - \\ &\quad \left. - \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21}^2 \cos^2(\omega_2 t + \phi_{13}) dt - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{N_0} \left[\int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \sin(\phi_{1c} - \phi_{13}) \sin(\omega_1 t + \phi_{13}) \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) dt \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Праву частину (8) запишемо наступним чином:

$$- \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt,$$

через те, що

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} \sin(\omega_1 t + \phi_{13}) \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) dt = 0.$$

Введемо позначення в (8) з урахуванням (5), (6):

$$\begin{aligned} b_{r_1=1}^s &= \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) dt = \\ &= b_{r_1=1}^{s0} \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{r_1=1}^k &= \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \sin(\phi_{1c} - \phi_{13}) \sin(\omega_1 t + \phi_{13}) dt = \\ &= b_{r_1=1}^{k0} \sin(\phi_{1c} - \phi_{13}); \end{aligned}$$

$$b_{r_2=1} = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_{21} \cos(\omega_2 t + \phi_{13}) dt;$$

$$h_{r_1=1}^2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \cos^2(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \sin^2(\phi_{1c} - \phi_{13}) \sin^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt = \\
 & = h_{r_1=1,s}^2 + h_{r_1=1,k}^2; \\
 & h_{r_2=1}^2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21}^2 \cos^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt; \\
 R_{r_1=1,r_2=1} & = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \phi_{13}) dt = \\
 & = R_{r_1=1,r_2=1}^0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}). \quad (9)
 \end{aligned}$$

З урахуванням позначень (9), умовний функціонал правдоподібності (8) представимо таким чином:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{r_1=1,r_2=1}[y(t); \phi_{1c}, \phi_{13}] & = \\
 = \exp & \left[\left[b_{r_1=1}^{s0} \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) - b_{r_1=1}^{k0} \sin(\phi_{1c} - \phi_{13}) \right] + b_{r_2=1} - \right. \\
 & \left. - h_{r_1=1}^2 - h_{r_2=1}^2 - 2R_{r_1=1,r_2=1}^0 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) \right]. \quad (10)
 \end{aligned}$$

При квазікогерентній обробці завади та за умови $h_{r_2=1}^2 \gg 1$, похибкою оцінки початкової фази ϕ_{13} можна знехтувати, тобто $\phi_{13} = 0$. Осереднимо (10) по ϕ_{1c} на інтервалі $[0, 2\pi]$ та отримуємо безумовний функціонал правдоподібності:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{r_1=1,r_2=1}[y(t); \phi_{1c}] & = \frac{\exp(-h_{r_1=1}^2)}{2\pi} \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \left[\left(b_{r_1=1}^{s0} \cos \phi_{1c} - b_{r_1=1}^{k0} \sin \phi_{1c} \right) - \right. \\
 & \left. - 2R_{r_1=1,r_2=1}^0 \cos \phi_{1c} \right] d\phi_{1c}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

У подальшому множником $\exp(-h_{r_1=1}^2)/2\pi$, що не залежить від значень дискретного параметра r_1 та r_2 , знехтуємо. З урахуванням раніше введених позначень (9) запишемо:

$$R_{r_1=1,r_2=1}^0 = h_{r_2=1}^2 A_0 / A_{21} = \alpha_{21} h_{r_2=1}^2. \quad (12)$$

Введемо позначення, що полегшують процедуру інтегрування (11):

$$B_1 = \sqrt{\left(b_{r_1=1}^{s0} \right)^2 + \left(b_{r_1=1}^{k0} \right)^2}; \quad \psi_1 = \arctg b_{r_1=1}^{k0} / b_{r_1=1}^{s0}, \quad (13)$$

$$\text{звідки: } b_{r_1=1}^{s0} = B_1 \cos \psi_1; \quad b_{r_1=1}^{k0} = B_1 \sin \psi_1. \quad (14)$$

З урахуванням (12) – (14), (11) переписеться в наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{r_1=1,r_2=1}[y(t); \phi_{1c}] & = \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \phi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \phi_{1c}) - \right. \\
 & \left. - 2\alpha_{21} h_{r_2=1}^2 \cos \phi_{1c} \right\} d\phi_{1c}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Значення для безумовних функціоналів правдоподібності для наступних варіантів передачі дискретних параметрів: $r_1 = 1 \quad r_2 = 0$; $r_1 = 0 \quad r_2 = 1$; $r_1 = 0 \quad r_2 = 0$, корисного сигналу та завади відповідно, отримуються аналогічним шляхом:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{r_1=1,r_2=0}[y(t); \phi_{1c}] & = \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \phi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \phi_{1c}) \right\} d\phi_{1c}; \\
 \Lambda_{r_1=0,r_2=1}[y(t); \phi_{2c}] & = \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \phi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \phi_{2c}) \right\} d\phi_{2c}; \quad (16) \\
 \Lambda_{r_1=0,r_2=0}[y(t); \phi_{2c}] & = \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \phi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \phi_{2c}) - \right. \\
 & \left. - 2\alpha_{22} h_{r_2=0}^2 \cos \phi_{2c} \right\} d\phi_{2c}.
 \end{aligned}$$

Запишемо безумовний функціонал правдоподібності в загальному розумінні з урахуванням (15), (16):

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{r_1,r_2}[y(t); \phi_{1c}, \phi_{2c}] & = \\
 = \exp & \left\{ r_2 (b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) + (1 - r_2) (b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \right\} \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ r_1 B_1 (\cos \psi_1 \cos \phi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \phi_{1c}) + \right. \\
 & \left. + (1 - r_1) B_2 (\cos \psi_2 \cos \phi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \phi_{2c}) - \right. \\
 & \left. - 2r_1 r_2 \alpha_{21} h_{r_2=1}^2 \cos \phi_{1c} - 2(1 - r_1)(1 - r_2) \times \right. \\
 & \left. \times \alpha_{22} h_{r_2=0}^2 \cos \phi_{2c} \right\} d\phi_{1c} d\phi_{2c}.
 \end{aligned}$$

Для рівноймовірного дискретного параметра корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{1c}, t)$ правило прийняття рішення (ППР) має вигляд:

$$r_1^* = \text{rect} \left[\Lambda_{r_1=1,r_2=0}[y(t); \phi_{1c}] + \Lambda_{r_1=1,r_2=1}[y(t); \phi_{1c}] - \Lambda_{r_1=0,r_2=1}[y(t); \phi_{2c}] - \Lambda_{r_1=0,r_2=0}[y(t); \phi_{2c}] \right], \quad (17)$$

де $\text{rect}(x \geq 0) = 1$; $\text{rect}(x < 0) = 0$ – вирішуюча функція.

З урахуванням (15) та (16), ППР (17) для рівноймовірного дискретного параметра корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{1c}, t)$:

$$\begin{aligned}
 r_1^* & = \text{rect} \left[\exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \times \right. \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \phi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \phi_{1c}) \right\} d\phi_{1c} + \\
 & \left. + \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \phi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \phi_{1c}) - \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2\alpha_{21}h_{r_2=1}^2 \cos \phi_{1c} \} d\phi_{1c} - \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \quad (18) \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \phi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \phi_{2c}) \} d\phi_{2c} - \\
 & \quad - \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \exp \{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \phi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \phi_{2c}) - \\
 & \quad - 2\alpha_{22}h_{r_2=0}^2 \cos \phi_{2c} \} d\phi_{2c} \}.
 \end{aligned}$$

Еквівалентні та спрощуючі перетворення математичної моделі процедури некогерентної демодуляції корисного сигналу з двійковою ЧМ в умовах адитивного впливу подібної потужної завади

Змінимо в (18) змінну інтегрування на $\xi = \psi_{1,2} + \phi_{1c,2c}$, після чого з (18) отримуємо:

$$\begin{aligned}
 r_1^* = \text{rect} \left\{ \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \left[\int_0^{2\pi} \exp(B_1 \cos \xi) d\xi - \right. \right. \\
 \left. \left. - \int_0^{2\pi} \exp \left[(b_{r_1=0}^{s0} - 2\alpha_{22}h_{r_2=0}^2) \cos \phi_{2c} - b_{r_1=0}^{k0} \sin \phi_{2c} \right] d\phi_{2c} \right] - \right. \\
 \left. - \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \left[\int_0^{2\pi} \exp(B_2 \cos \xi) d\xi - \right. \right. \\
 \left. \left. - \int_0^{2\pi} \exp \left[(b_{r_1=1}^{s0} - 2\alpha_{21}h_{r_2=1}^2) \cos \phi_{1c} - b_{r_1=1}^{k0} \sin \phi_{1c} \right] d\phi_{1c} \right] \right\}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Введемо позначення аналогічно (13), (14):

$$\begin{aligned}
 b_{r_1=1,e}^{s0} = b_{r_1=1}^{s0} - 2\alpha_{21}h_{r_2=1}^2; \quad b_{r_1=0,e}^{s0} = b_{r_1=0}^{s0} - 2\alpha_{22}h_{r_2=0}^2; \\
 B_{1e} = \sqrt{(b_{r_1=1,e}^{s0})^2 + (b_{r_1=1}^{k0})^2}; \quad B_{2e} = \sqrt{(b_{r_1=0,e}^{s0})^2 + (b_{r_1=0}^{k0})^2}; \\
 \eta_1 = \arctg b_{r_1=1}^{k0} / b_{r_1=1,e}^{s0}; \quad \eta_2 = \arctg b_{r_1=0}^{k0} / b_{r_1=0,e}^{s0},
 \end{aligned}$$

звідки

$$\begin{aligned}
 b_{r_1=1,e}^{s0} = B_{1e} \cos \eta_1; \quad b_{r_1=1}^{k0} = B_{1e} \sin \eta_1; \\
 b_{r_1=0,e}^{s0} = B_{2e} \cos \eta_2; \quad b_{r_1=0}^{k0} = B_{2e} \sin \eta_2.
 \end{aligned}$$

ППР (19) матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 r_1^* = \text{rect} \left[\exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \left(\int_0^{2\pi} \exp(B_1 \cos \xi) d\xi - \right. \right. \\
 \left. \left. - \int_0^{2\pi} \exp \{ B_{2e} (\cos \eta_2 \cos \phi_{2c} - \sin \eta_2 \sin \phi_{2c}) \} d\phi_{2c} \right) - \right. \\
 \left. - \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \left(\int_0^{2\pi} \exp(B_2 \cos \xi) d\xi - \right. \right. \\
 \left. \left. - \int_0^{2\pi} \exp \{ B_{1e} (\cos \eta_1 \cos \phi_{1c} - \sin \eta_1 \sin \phi_{1c}) \} d\phi_{1c} \right) \right]. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Після заміни змінних інтегрування у другому та четвертому інтегралі ППР (20) на $\eta_{1,2} + \phi_{1c,2c}$ отримуємо [11]:

$$\begin{aligned}
 r_1^* = \text{rect} \left[\exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) [I_0(B_1) - I_0(B_{2e})] + \right. \\
 \left. + \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) [I_0(B_{1e}) - I_0(B_2)] \right], \quad (21)
 \end{aligned}$$

де $I_0(\dots)$ – модифікована функція Бесселя нульового порядку. Можна побачити, що при $h_{r_2=1,r_2=0}^2 \gg 1$, $h_{r_2=1,r_2=0}^2 \gg h_{r_1=1,r_1=0}^2$:

$$\begin{aligned}
 \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \Big|_{r_2=1} \gg 1; \quad \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \Big|_{r_2=1} \cong 0; \\
 \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \Big|_{r_2=0} \cong 0; \quad \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \Big|_{r_2=0} \gg 1.
 \end{aligned}$$

Тоді ППР (21) можна замінити асимптотично еквівалентним:

$$\begin{aligned}
 r_1^* = \text{rect} \left[(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) [I_0(B_1) - I_0(B_{2e})] + \right. \\
 \left. + \text{rect} \left[(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) [I_0(B_{1e}) - I_0(B_2)] \right] \right]. \quad (22)
 \end{aligned}$$

Таким чином, наближена процедура (22) прийняття рішення r_1^* є двохетапною, де на першому етапі приймається рішення про те, на який із частот випромінюється завада $s_2(r_2, \phi_{13}, \phi_{23}, t)$. Якщо енергія завади суттєво перевищує енергію корисного сигналу $s_1(r_1, \phi_{1c}, \phi_{2c}, t)$, то пару ППР (22) $\text{rect}(b_{r_2=1,r_2=0} - h_{r_2=1,r_2=0}^2)$, через малий вплив похибок на загальне рішення r_1^* , слід замінити одним ППР при когерентному (квазікогерентному) прийманні ЧМ-2 сигналу [9,10]:

$$r_2^* = \text{rect}(b_{r_2=1} - b_{r_2=0}).$$

У результаті (22) перетвориться до вигляду:

$$\begin{aligned}
 r_1^* = \text{rect} \left[\text{rect}(b_{r_2=0} - b_{r_2=1}) (B_1 - B_{2e}) + \right. \\
 \left. + \text{rect}(b_{r_2=1} - b_{r_2=0}) (B_{1e} - B_2) \right], \quad (23)
 \end{aligned}$$

де враховано, що $I_0(x)$ монотонна при $x > 0$.

У разі відсутності завади $s_2(r_2, \phi_{13}, \phi_{23}, t)$, тобто при $h_{r_2=1,r_2=0}^2 = 0$, ППР (21)–(23) вироджуються в класичні правила некогерентного приймання ЧМ-2 сигналу.

Виконаємо якісне оцінювання завадостійкості отриманого ППР для асимптотичного випадку необмеженого збільшення середньої потужності завади $s_2(r_2, \phi_{13}, \phi_{23}, t)$. Припускаючи, що похибки оцінювання неперервних $(A_{21}, A_{22}, \phi_{1,2,3})$ параметрів та дискретного параметра завади будуть наближатися до нуля, отримуємо такі вирази для $b_{r_1=1}^s, b_{r_1=0}^s$:

$$\begin{aligned}
 b_{r_1=1}^s \Big|_{r_2=1} &= \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[(A_1^s + A_{21}) \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) + n(t) \right] \times \\
 &\quad \times A_1^s \cos(\omega_1 t + \phi_{13}) dt = 2h_{r_1=1,s}^2 + \\
 &\quad + 2\alpha_{21} h_{r_2=1}^2 \cos(\phi_{1c} - \phi_{13}) + n_{ш1}; \\
 b_{r_1=0}^s \Big|_{r_2=0} &= \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[(A_2^s + A_{22}) \cos(\omega_2 t + \phi_{23}) + n(t) \right] \times \\
 &\quad \times A_2^s \cos(\omega_2 t + \phi_{23}) dt = \\
 &= 2h_{r_1=0,s}^2 + 2\alpha_{22} h_{r_2=0}^2 \cos(\phi_{2c} - \phi_{23}) + n_{ш2}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Із співставлення (23) та (24) видно, що при вищезазначених припущеннях (про відсутність похибок оцінювання параметрів завади) складові в кореляційних інтегралах $b_{r_1=1,r_2=0}^s$, що породжуються її наявністю, повністю компенсуються. Шумові складові $n_{ш1}$ та $n_{ш2}$, залишаються такими ж, як і для класичного випадку некогерентного приймання ЧМ-2 сигналу. Таким чином, потенційна завадостійкість алгоритму некогерентної демодуляції (21) ЧМ-2 сигналу, за умови суттєвого перевищення середньої потужності подібної ЧМ-2 завади над потужністю корисного сигналу і відсутності похибок в оцінюванні її параметрів, є такою ж, як і за її відсутності.

Висновки

Дана математична модель процедури некогерентної демодуляції взаємно заважаючих ЧМ-2 сигналів має ряд переваг:

– за умови суттєвого перевищення середньої потужності подібної завади над потужністю корисного ЧМ-2 сигналу та відсутності похибок в оцінці параметрів завади потенційна (гранична) завадозахищеність процедури некогерентної демодуляції (23) є такою ж, як і за відсутності завади;

– за відсутності завади дана математична модель процедури вироджується у класичну математичну модель некогерентної демодуляції цифрових сигналів з ЧМ;

– дана математична модель процедури може використовуватися при реалізації програм повторного

використання частотного ресурсу та при розробці перспективних завадозахищених засобів радіозв'язку.

Список літератури

1. Бобровський В.И. Многопользовательское детектирование / В.И. Бобровский. – Ульяновск: Вектор, 2007. – 348 с.
2. Єрохін В.Ф. Алгоритм демодуляції, що забезпечує повторне використання частот цифрового радіомовлення / В.Ф. Єрохін, І.М. Крутофіст // Захист інформації. – 2005. – № 25. – С. 42-47.
3. Бураченко Д.Л. Потенціальна помехо-устойчивость розділення цифрових сигналів. Методика, програми, результати розрахунків / Д.Л. Бураченко, В.Ф. Єрохін, В.О. Рашич. – Л., 1987. – 122 с. – Деп. в ЦСИФ МО 04.03.87, № В-523.
4. Єрохін В.Ф. Оптимальні алгоритми розділення двох взаємно неортогональних сигналів / В.Ф. Єрохін, Є.В. Пелешок // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2012. – Вип. 49. – С. 33-41.
5. Єрохін В.Ф. Оптимальна демодуляція цифрового сигналу при аддитивному впливі потужної подібної помехи / В.Ф. Єрохін, В.Н. Раєвський // Изв. вузов. НТУУ «КПІ». Серія Радіоелектроніка. – 2009. – Т. 52, № 9. – С. 17-29.
6. Єрохін В.Ф. Синтез алгоритма розділення гетерохронних цифрових сигналів / В.Ф. Єрохін, Д.В. Люлін // Електронне моделювання. ИПМЭ. – 1999. – Т. 21, № 5. – С. 46-54.
7. Єрохін В.Ф. Демодуляція конфлікуючих цифрових сигналів / В.Ф. Єрохін. – К.: КВІУС – Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова АН України, 1993. – 132 с.
8. Єрохін В.Ф. Асимптотична ефективність когерентних демодуляторів цифрових сигналів, що спостерігаються на фоні подібних потужних завад / В.Ф. Єрохін, І.М. Крутофіст // Труды академії. НАОУ. – 2005. – № 65. – С. 76-81.
9. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений / Л.М. Финк. – М.: Сов. радио, 1970. – 728 с.
10. Хворостенко Н.П. Статистическая теория демодуляции дискретных сигналов / Н.П. Хворостенко. – М.: Связь, 1968. – 336 с.
11. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Т. 1. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 798 с.

Надійшла до редколегії 12.03.2015

Рецензент: д-р техн. наук с.н.с. О.М. Рома, Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації НТУ України "Київський політехнічний інститут", Київ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕДУРЫ НЕКОГЕРЕНТНОЙ ДЕМОДУЛЯЦИИ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ С УГЛОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ В УСЛОВИЯХ АДДИТИВНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ МОЩНОЙ ПОДОБНОЙ ПОМЕХИ

В.Ф. Єрохін, Є.В. Пелешок

Рассмотрен метод синтеза математической модели процедуры некогерентной демодуляции цифрового сигнала с угловой модуляцией в условиях аддитивного влияния мощной подобной помехи.

Ключевые слова: радиосвязь, цифровой сигнал, некогерентная демодуляция, угловая модуляция.

MATHEMATICAL MODEL OF PROCEDURE INCOHERENT DEMODULATION OF DIGITAL SIGNALS WITH ANGULAR MODULATION IN THE CONDITIONS OF ADDITIVE INFLUENCE OF SIMILAR HINDRANCES

V.F. Yerokhin, Y.V. Peleshok

Method of synthesis mathematical model of procedure incoherent demodulation of digital signals with angular modulation in the conditions of additive influence of similar hindrances was considered.

Keywords: radio, digital signal, incoherent demodulation, angle modulation.