

УДК 004.932.2:004.931.4

А.А. Бут, А.И. Пресняков, В.В. Шляхов

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков***УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ПРЕДИКАТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЗАДАНИЯ МУЛЬТИГРУПП**

*В статье предлагается подход к решению важного класса интеллектуальных задач связанных с агрегированием информации. Предлагается и развивается математический аппарат, использование которого позволяет формализовать различные задачи теории искусственного интеллекта.*

**Ключевые слова:** *n-арные отношения, предикат, мультигруппа, мультиалгебраическая система.*

**Введение**

В теории искусственного интеллекта мы сталкиваемся с необходимостью изучения функционирования и построения математических моделей, так называемых психофизических или сенсорных систем, которые в свою очередь описывают работу тех или иных функций естественного интеллекта. С другой стороны, основой для любого математического моделирования является эксперимент. Стоит отметить, что при изучении психофизических систем возникает ситуация, когда в эксперименте можно фиксировать лишь сравнительную реакцию индивидуума на подаваемые входные стимулы. При этом сами стимулы могут быть разной природы и их количество может быть различно.

Сравнительная реакция и многообразие стимулов приводит к необходимости использования математического аппарата  $n$ -арных отношений. Формальные отношения некоторые стимулы отличают, а некоторые – нет. Фактически это означает, что исходные данные гранулируются или определенным образом факторизуются и таким образом возникают алгебраические структуры, заданные на множествах, а не на единичных (неделимых) элементах. Такие объекты в работах [1 – 4] названы мультиалгебраическими системами. Основной целью данной статьи является выяснение условий существования некоторой частной мультиалгебраической системы.

**Формализация факторизации данных  
на базе аппарата  
мультиалгебраических систем**

Опираясь на классическую теорию алгебраических систем [5], определим некоторые понятия, являющиеся базовыми для дальнейшего рассмотрения.

Пусть задано множество произвольной природы  $\Omega$  и разбиение его на систему непересекающихся подмножеств  $F_{\Omega} = \{A_1, \dots\}$ ;  $A_1 \subset \Omega$ . Допустим, что система непересекающихся подмножеств  $F_{\Omega}$

представляет собой некоторую алгебраическую структуру (группу, кольцо, тело, поле и т.д.), с заданной на ней или на ее декартовых степенях набором функционалов (норма, скалярное произведение, метрика и т.д.), и еще связанную с другой алгебраической структурой, например некоторым полем, и таким образом может представлять собой либо линейное, либо гильбертово, либо какое-нибудь другое пространство над полем  $P$ . Предположим, что на элементах  $F_{\Omega}$  у нас нет возможности проверки каких-либо аксиом, характеризующих ее как определенную алгебраическую систему, нам доступны лишь элементы исходного множества  $\Omega$ . То есть образуется, в определенном смысле двухуровневая структура: алгебраическая система задана на элементах  $F_{\Omega}$  (верхний уровень), а ее аксиоматика может быть получена только на базе свойств элементов множества  $\Omega$  (нижний уровень). Алгебраической системой (или просто системой) называется объект  $U = \langle A, \Sigma_H, \Sigma_P \rangle$  состоящий из трех множеств: непустого множества  $A$ , множества операций  $\Sigma_H = \{H_0, \dots, H_{\xi}, \dots\}$ , определенных на множестве  $A$  и множества отношений  $\Sigma_P = \{P_0, \dots, P_{\eta}, \dots\}$ , заданных на множестве  $A$ . Множество  $A$  называется носителем или основным множеством системы  $U$ , а его элементы – элементами системы  $U$ . Объединяя множества  $\Sigma_H$  и  $\Sigma_P$  и полагая  $\Sigma = \Sigma_H \cup \Sigma_P$ , сможем записать систему более кратко:  $U = \langle A, \Sigma \rangle$ . Алгебраическая система  $U = \langle A, \Sigma \rangle$  называется алгеброй, если  $\Sigma_P = \emptyset$  (т.е. заданы одни операции), и моделью, если  $\Sigma_P \neq \emptyset$  (т.е. заданы одни отношения или предикаты). Теперь перейдем к нашей ситуации. У нас носитель  $\Omega$  разбивается на систему непересекающихся подмножеств  $F_{\Omega}$ , т.е. на нем всегда задан предикат  $E$ -эквивалентности. На этом же носителе могут быть заданы другие предикаты (и только они, а не операции – таково ограничение:

фиксировать операции мы не можем)  $S_0, \dots, S_\gamma, \dots$  и все это происходит на так называемом нижнем “уровне”, т.е. на элементах  $\Omega$ . На этом “уровне” мы имеем двойку:  $\langle \Omega, \Sigma_S \rangle$ , где  $\Sigma_S = \{E, S_0, \dots, S_\eta, \dots\}$ , другими словами модель, но такую, что на верхнем уровне: на элементах  $F_\Omega$  мы имеем обычную алгебраическую систему, у которых все три ее компонента могут быть непустыми. Такие конструкции мы будем называть мультиалгебраическими системами и ниже дадим их определение. Мультиалгебраической системой называется модель, т.е. объект  $\mathfrak{S} = \langle \Omega, \Sigma_S \rangle$ , состоящий из двух множеств: непустого множества  $\Omega$  и непустого множества предикатов  $\Sigma_S = \{E, S_0, \dots, S_\eta, \dots\}$ , обязательным элементом которого является предикат эквивалентности  $E$ , так связанный с остальным набором предикатов множества  $\Sigma_S$ , что на носителе  $F_\Omega$  (классах эквивалентности предиката  $E$ ) множеством  $\Sigma_S$  индуцируется множества  $\Sigma_H = \{H_0, \dots, H_\xi, \dots\}$ -операции и  $\Sigma_P = \{P_0, \dots, P_\eta, \dots\}$ -предикаты такие, что тройка  $U = \langle F_\Omega, \Sigma_H, \Sigma_P \rangle$  представляют собой обычную алгебраическую систему.

Корректность данного определения устанавливается приведением примера объекта ему удовлетворяющего (это мы сделаем ниже). Более того, ниже мы покажем, что любая алгебраическая система может быть представлена в виде мультисистемы или модели с непустым вторым компонентом, включающим предикат эквивалентности  $E$ . Нами также будет установлена связь между элементами множества  $\Sigma_S$ , о которой идет речь в определении и которая характеризует модель как мультиалгебраическую систему. И, наконец, мы покажем, что мультисистемы и их свойства наиболее приемлемы или наиболее адекватно описывают ситуацию, в которую попадает исследователь при математическом моделировании реальных систем.

Приведем пример мультиалгебраической системы.

Рассмотрим в качестве множества  $\Omega = \mathbb{N}$  – множество натуральных чисел,  $F_\Omega$  – разбиение этих чисел на два класса — четные и нечетные числа, т.е.  $F_\Omega = \{ч, н\}$  (ч – множество четных чисел, н – множество нечетных натуральных чисел) и два предиката  $E$  и  $S$ , заданных на  $\mathbb{N}^2$  и  $\mathbb{N}^3$  соответственно ( $\mathbb{N}^k = \underbrace{\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \dots \times \mathbb{N}}_k$  – прямое произведение), равенствами:

$$E(n_1, n_2) = \begin{cases} 1, & \left\{ \frac{n_1}{2} \right\} = \left\{ \frac{n_2}{2} \right\}; \\ 0, & \left\{ \frac{n_1}{2} \right\} \neq \left\{ \frac{n_2}{2} \right\}; \end{cases} \quad (1)$$

$$S(n_1, n_2, n_3) = \begin{cases} 1, & \left\{ \frac{(n_1 + n_2)}{2} \right\} = \left\{ \frac{n_3}{2} \right\}; \\ 0, & \left\{ \frac{(n_1 + n_2)}{2} \right\} \neq \left\{ \frac{n_3}{2} \right\}; \end{cases} \quad (2)$$

т.е.  $\Sigma_S = \{E, S\}$ , а  $\left\{ \frac{n}{2} \right\}$  – дробная часть числа.

Нетрудно заметить, что предикаты  $E$  и  $S$ , определенные на элементах  $\Omega = \mathbb{N}$  (нижний уровень), индуцируют на множестве  $\Omega = \mathbb{N}$  разбиение на два класса  $F_\Omega = \{ч, н\}$  (предикат  $E$ ), а на множестве  $F_\Omega$  (верхний уровень) индуцируется операция (бинарная)  $H$  за счет предиката  $S$  следующим образом: два элемента  $A_1, A_2 \in F_\Omega$  соответствуют третьему  $A_3 \in F_\Omega$  тогда и только тогда, когда найдутся представители этого классов  $n_i \in A_i, i = \overline{1,3}$ , для которых  $S(n_1, n_2, n_3) = 1$ . Непосредственная проверка (предикаты  $E$  и  $S$  заданы в явном виде равенствами (1) и (2)) позволяет убедиться, что классов разбиения два и операция  $H$  исходя из правила, сформулированного выше, и вида  $S$  представляет собой обычное сложение по модулю два, задающееся в виде табл. 1:

Таблица 1

Сложение по модулю два

н:	ч	н
ч	ч	н
н	н	ч

а алгебраическая структура (или алгебра)  $U = \langle F_\Omega, H \rangle$  – обычная конечная абелева группа второго порядка.

Таким образом, из примера вытекает, что модель  $\mathfrak{S} = \langle \mathbb{N}, \{E, S\} \rangle$ , где  $E, S$  заданы равенства (1) и (2) индуцирует алгебру  $U = \langle F_\Omega, H \rangle$  – абелева группа второго порядка. Поэтому в соответствии с нашим определением  $\mathfrak{S}$  – мультиалгебраическая система или в нашей терминологии конечная абелева мультигруппа второго порядка. Ясно, что если рассматривать деление не на 2, а скажем на  $k$ , т.е. в равенствах (1), (2) заменить число 2, стоящее под знаком дробной части на число  $k$ , то мы получим пример конечной абелевой мультигруппы  $k$ -го порядка.

Окончательно, на базе приведенных примеров

мы можем сделать вывод о том, что мультиалгебраические системы, в виде моделей, существуют (и не одна), следовательно, данное нами определение вполне корректно. Возникает вопрос: любая ли модель является мультиалгебраической системой? Ответ на этот вопрос очевиден – не любая, поскольку в определении сказано, что вторая компонента  $\Sigma_S$  содержит обязательно, хотя бы один предикат эквивалентности  $E$ . Но тогда возникает другой вопрос: если не любая модель является мультиалгебраической системой, то какие из них являются, а какие не являются? Далее: могут ли быть найдены, что-то типа характеристических свойств мультиалгебраических систем, или есть ли для них аналог теоремы существования? В вырожденной ситуации ответ на этот вопрос довольно прост. Необходимые и достаточные условия для существования тривиальных мультиалгебраических систем мы можем указать. Действительно рассмотрим модели вида  $\mathfrak{T} = \langle \Omega, \{E\} \rangle$ , т.е. непустое множество  $\Omega$ , с заданным на нем отношением эквивалентности в виде предиката  $E$ . Тогда на классах эквивалентности  $F_\Omega$  как на носителе индуцируется обычная алгебраическая система  $U = \langle F_\Omega, \emptyset, \emptyset \rangle$ , которая вырождена или тривиальна, т.е. без операций и отношений. Естественно, что нас будет интересовать вопрос, когда алгебраическая система  $U$  с носителем  $F_\Omega$  имеет непустые вторую или третью компоненты. Для этого необходимо, чтобы элементы модели  $\mathfrak{T}$ , входящие в множество  $\Sigma_S$  были определенным образом связаны друг с другом. В рассматриваемом нами примере эта связь заключается в том, что например, для предикатов  $E$  и  $S$  выполняется свойство:

$\forall n_3, n'_3 \in \mathbb{N}$  таких, что  $S(n_1, n_2, n_3) = 1$  и  $S(n_1, n_2, n'_3) = 1$  вытекает  $E(n_3, n'_3) = 1$ .

Имеют место и другие взаимосвязи. На том, каким общим условиям должны удовлетворять элементы множества  $\Sigma_S$ , для того, чтобы модель  $\mathfrak{T} = \langle \Omega, \Sigma_S \rangle$  была мультиалгебраической системой, мы остановимся ниже. В целом, в рамках приведенного примера несогласованность  $E$  и  $S$  может выражаться просто, если предикат  $S$  положить

$$S(n_1, n_2, n_3) = \begin{cases} 1, & \left\{ \frac{n_1 + n_2}{3} \right\} = \left\{ \frac{n_3}{3} \right\}; \\ 0, & \left\{ \frac{n_1 + n_2}{3} \right\} \neq \left\{ \frac{n_3}{3} \right\}, \end{cases} \quad (3)$$

то получим нетривиальную модель  $\mathfrak{T} = \langle \Omega, \{E, S\} \rangle$ , которая мультиалгебраической системой не является. Действительно, если  $E$  и  $S$  задаются равенствами (1) и (2) соответственно, то ни операцию, ни ка-

кое-либо отношение (предикат) на классах  $F_\Omega = \{ч, н\}$  задать будет невозможно, т.к. значения предиката  $S$  существенным образом будут зависеть от представителя класса. Например, из (3) вытекает, что  $S(2, 5, 7) = 1$ , а  $S(2, 5, 9) = 0$ , несмотря на то, что  $7, 9 \in \mathbb{N}$  – принадлежат одному классу. Такие примеры могут быть приведены по каждому из аргументов предиката  $S$ . Таким образом, мы можем сделать вывод: не всякая модель представляет собой мультиалгебраическую систему, для того, чтобы это происходило, чтобы элементы множества  $\Sigma_S$  удовлетворяли определенным условиям, на поиске которых мы остановимся ниже.

Наконец, заметим, что понятие мультиалгебраической системы близко к понятиям фактор алгебраических систем.

Исходя из нашего определения такие объекты как: фактор-группы, кольца, поля, алгебры являются мультиалгебраическими системами (если считать, что любая  $n$ -арная операция это  $n+1$ -арное отношение). Однако обратное неверно. Приведенный нами пример не является ни каким "фактором", т.к. предикат  $S$  не задает операций на  $\Omega = \mathbb{N}$ . Таким образом, понятие мультиалгебраической системы является, на наш взгляд, расширением понятия фактор-алгебраической системы.

Важным понятием для обычных алгебраических систем является понятие изоморфизма. Отношение изоморфизма между алгебраическими системами рефлексивно, симметрично и транзитивно. Поэтому все алгебраические системы распадаются на классы изоморфных между собой систем. Теория алгебраических систем изучает преимущественно лишь те свойства, которые сохраняются при изоморфизме и которые, таким образом, одинаковы у всех изоморфных систем. Эти свойства часто называют абстрактными свойствами систем. Более того, считается, что абстрактные свойства системы – это свойства главных операций и предикатов системы, не зависящие от природы элементов, сглаживающих систему. Поэтому, еще принято, называть их аксиомами, а весь их набор – аксиоматикой той или иной алгебраической системы. Так есть аксиомы групп, колец, полей, линейных пространств и других алгебраических систем. И здесь важно подчеркнуть: для того чтобы задать алгебраическую систему  $U$  нужно задать тройку множеств  $\langle A, \Sigma_H, \Sigma_P \rangle$ , а для того, чтобы ее распознать, идентифицировать или построить математическую модель в виде алгебраической системы того или иного типа, необходимо установить аксиоматику этого типа алгебраических систем, а затем проверить ее выполнение в эксперименте.

### Предикатная модель в виде мультигруппы

Будем предполагать, что система обработки входных сигналов реализует своим поведением четыре предиката, заданных на соответствующей декартовой степени множества  $M$  (входные сигналы): один одноместный  $P(x)$ , один двуместный  $E(x, y)$  и два трехместных  $S(x, y, z), T(x, y, z)$ . Символами  $x, y, z$  обозначены входные сигналы системы. Выходными сигналами системы служат элементы  $0$  и  $1$ , которые являются значениями перечисленных предикатов.

Предикат  $P(x)$  формирует классы прообразов коэффициентов, которые могут быть приняты в качестве самих коэффициентов. Предикат  $E(x, y)$  – это предикат эквивалентности, заданный на  $M \times M$ . Он формирует классы прообразов векторов, которые могут быть приняты в качестве самих векторов. Предикат  $S(x, y, z)$  задан на  $P^3$ , он определяет операцию сложения коэффициентов. Предикат  $T(x, y, z)$  задан на  $P \times M \times M$ , он определяет операцию умножения коэффициентов на вектор. Рассмотрим множество  $M$ , на котором заданы отношения  $E(x, y), S(x, y, z), P(x), T(x, y, z)$ , удовлетворяющие следующим свойствам:

1.  $E(x, x) = 1$ ;
2.  $E(x, y) = 1 \Rightarrow E(y, x) = 1$ ;
3.  $E(x, y) = 1, E(y, z) = 1 \Rightarrow E(x, z) = 1$ ;
4.  $\forall x, y \exists z : S(x, y, z) = 1$ ;
5.  $S(x, y, z) = 1, S(x, y, z') = 1 \Rightarrow E(z, z') = 1$ ;
6.  $S(x, y, z) = 1, S(x, y', z) = 1 \Rightarrow E(y, y') = 1$ ;
7.  $S(x, y, z) = 1, S(x', y, z) = 1 \Rightarrow E(x, x') = 1$ ;
8.  $S(x, y, z) = 1 \Rightarrow S(y, x, z) = 1$ ;
9.  $S(x, y, z) = 1, E(z, z') = 1 \Rightarrow S(x, y, z') = 1$ ;
10.  $S(x, y, z) = 1, E(y, y') = 1 \Rightarrow S(x, y', z) = 1$ ;
11.  $S(x, y, z) = 1, E(x, x') = 1 \Rightarrow S(x', y, z) = 1$ ;
12.  $S(x, y, z) = 1, S(z, t, r) = 1, S(y, t, p) = 1 \Rightarrow S(x, p, r) = 1$ ;
13.  $\exists 0 : S(x, y, x) = 1 \Rightarrow E(y, 0) = 1$ ;
14.  $\forall x \exists (-x) : S(x, -x, y) = 1 \Rightarrow E(y, 0) = 1$ .

В этом случае множество  $M$  разбивается на классы эквивалентности отношением  $E(x, y)$ . Классы эквивалентности будем обозначать  $A, B, C, R, T, \dots$ , а все множество классов  $N$ . Тогда, как показано в работе [6],  $E(x, y)$  представим в виде

$$E(x, y) = D(Fx, Fy),$$

где  $D$  – предикат равенства на  $N \times N$ , а  $F: M \rightarrow N$

(причем  $Fx = Fy \Leftrightarrow E(x, y) = 1$ ).

Наша задача состоит в том, чтобы показать, что заданные отношения индуцируют структуру  $n$ -мерного линейного пространства на классах эквивалентности.

Утверждение. Если на классах эквивалентности ввести операцию (сложения) по правилу  $A + B = C$  тогда и только тогда, когда  $\forall x, y, z$ :

$$x \in A, y \in B, z \in C, S(x, y, z) = 1,$$

то определение будет корректным и относительно данной операции  $N$  образует абелеву группу.

Доказательство. Сначала покажем корректность определения. Выделим произвольным образом два класса эквивалентности  $A, B \in N$  и два представителя каждого класса  $x \in A, y \in B$ . Тогда из свойства 4) вытекает, что найдется  $z \in C$ , для которого  $S(x, y, z) = 1$ . Это означает, что  $A + B = C$ . Таким образом, операция определена на любых парах  $A, B \in N$ , более того, единственным образом. Действительно, пусть  $C' \neq C$ , и

$$A + B = C, A + B = C'.$$

Тогда для произвольного  $z' \in C'$  имеем  $S(x, y, z') = 1$ . С учетом того, что  $S(x, y, z) = 1$ , из свойства 5) получим  $E(z, z') = 1$  или  $z' \in C$ . Значит,  $C \cap C' \neq \emptyset$  а поскольку различные классы имеют пустое пересечение, то  $C \in C'$ . Получили противоречие. Теперь покажем, что класс  $Z$  не зависит от выбора  $x \in A$  и  $y \in B$ . Допустим,  $x, x' \in A$  и  $y, y' \in B$ . Тогда, так как  $S(x, y, z) = 1$  и  $E(x', x) = 1$ , то на основании свойства 11) получим  $S(x', y, z) = 1$ . Далее, учитывая свойство 10) и равенство  $E(y', y) = 1$ , будем иметь, что  $S(x', y', z) = 1$ , но это и означает, что операция сложения не зависит от выбора элементов в классах  $A$  и  $B$ . Следовательно, операция, введенная нами, корректна.

Покажем, что относительно этой операции  $N$  образует абелеву группу.

Допустим,  $A + B = C$ . Тогда для любых  $x \in A, y \in B, z \in C$  выполняется  $S(x, y, z) = 1$ . В этом случае из свойства 8) вытекает  $S(x, y, z) = 1$  или  $A + B = C$ . Таким образом,  $A + B = B + A$ , следовательно, операция коммутативна.

Она также и ассоциативна. Пусть  $(A + B) + C = R, A + B = T, B + C = G$ . Тогда для представителей классов выполняются равенства  $S(x, y, t) = 1, S(y, z, g) = 1, S(t, z, r) = 1$ . С учетом свойства 12) получим  $S(x, g, r) = 1$ . Это означает  $A + G = R$  или  $A + (B + C) = R$ , т.е.

$$(A + B) + C = A + (B + C),$$

значит, операція асоціативна.

Рассмотрим свойство 13. В нем утверждается, что существует  $O \in M$  такой, что для любого  $x$  выполняется  $S(x, O, x) = 1$ . Следовательно,  $A + O = A$  ( $O$  – класс эквивалентности, которому принадлежит  $O$ ). Причем  $O$  – единственен, поскольку, если найдется  $O' \neq O$ , то для  $y \in O'$  получим  $S(x, y, z) = 1$  и из второй части свойства 13 будет вытекать  $E(y, O) = 1$ , то есть  $O' = O$ . Таким образом, среди  $N$  найдется единственный элемент  $O$  который выполняет роль нуля относительно данной операции.

Наконец, остановимся на существовании обратного элемента. Выберем произвольный класс  $A$  и его представитель  $x \in A$ . Тогда по свойству 14 имеем: найдется  $-x$ , для которого из  $S(x, -x, y) = 1$  вытекает  $E(y, 0) = 1$ . Пусть  $-x \in -A$ , тогда  $A + (-A) = B$ , где  $y \in B$ , но с учетом  $E(y, 0) = 1$  получим  $y \in 0$  или  $B = 0$ . Таким образом,

$$A + (-A) = 0,$$

причем  $-A$  единственен. Поскольку, если равенство выполняется для какого-то другого класса  $C$  то  $S(x, z, 0) = 1, S(x, -x, y) = 1$  и  $E(y, 0) = 1$ . Тогда из свойства 9 получим  $S(x, -x, 0) = 1$ , а из свойства 6  $-E(-x, z) = 1$ , т.е.  $-x \in C$  или  $-A = C$ .

Утверждение доказано.

Суммируем результаты доказанных нами утверждений. Заданные отношения:

- 1) разбивают исходное множество на классы эквивалентности;
- 2) эти классы эквивалентности образуют множество  $N$ , на котором индуцируется операция сложения и относительно нее множество  $N$  является группой.

## Выводы

В итоге в данной работе найдены условия существования частного типа мультиалгебраических структур в виде мультигруппы. Причем процедура факторизации, которая индуцирует мультигруппу отличается от классического алгебраического подхода, что важно с теоретической точки зрения. С практической точки зрения, мультигруппы позволяют оперировать с классами объектов и строить более строгие, а значит более точные математические модели реальных психофизических и других систем искусственного интеллекта.

## Список литературы

1. Шляхов В.В. Об изоморфизме мультиалгебраических систем / В.В. Шляхов, С.Я. Яковлев // *Доповіди НАН України*. – 2002. – № 9. – С. 67-70.
2. Шляхов В.В. Характеристические свойства мультиалгебраических систем / В.В. Шляхов, С.В. Яковлев // *Доповіди НАН України*. – 2001. – № 10. – С. 72-76.
3. Маиталир В.П. Свойства мультиалгебраических систем в задачах компаративного распознавания / В.П. Маиталир, В.В. Шляхов // *Кибернетика и системный анализ*. – К., 2003. – № 6. – С. 11-21.
4. Kagramanyan A. Multialgebraic systems in information granulation / A. Kagramanyan, V. Mashtalir, V. Shlyakhov // *International Journal "Information Theories and Applications"*. – 2008. – Vol. 15, No 1. – P. 55-63.
5. Мальцев А.И. Алгебраические системы / А.И. Мальцев. – М.: Наука, 1970. – 392 с.
6. Шабанов-Кушнаренко Ю.П. Компараторная идентификация алгебраических систем / Ю.П. Шабанов-Кушнаренко, В.В. Шляхов // *АСУ и приборы автоматизации*. – Х.: Вища школа, 2000. – Вып. 113. – С. 107-123.

Поступила в редколлегию 3.12.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.Н. Герасин, Харьковский национальный университет внутренних дел, Харьков.

## УМОВИ ІСНУВАННЯ І ПРЕДИКАТИВНІ ХАРАКТЕРИСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ЗАВДАННЯ МУЛЬТИГРУПП

О.О. Бут, А.І. Пресняков, В.В. Шляхов

*Запропоновано підхід до рішення важливого класу інтелектуальних завдань пов'язаних з агрегацією інформації. Пропонується і розвивається математичний апарат використання якого дозволяє формалізувати різні завдання теорії штучного інтелекту*

**Ключові слова:** *n*-арне відношення, предикат, мультигрупа, мультиалгебраїчна система

## CONDITIONS OF EXISTENCE AND PREDICATE CHARACTERISTIC PROPERTIES OF TASK OF MULTIGROUPS

A.A. But, A.I. Presnyakov, V.V. Shlyahov

*In the article offered approach to the decision of important class intellectual tasks related to aggregating of information. A mathematical vehicle is offered and develops, the use of which allows formalised the different tasks of theory of artificial intelligence*

**Keywords:** *n*-arity relations, predicate, multigroup, multialgebraic system