

УДК 53.088.23:53.093

А.В. Заболотный<sup>1</sup>, Н.Д. Кошевой<sup>1</sup>, Е.М. Костенко<sup>2</sup>, А.Н. Саттаров<sup>1</sup><sup>1</sup>Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина<sup>2</sup>Полтавская государственная аграрная академия, Полтава, Украина

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СУММАРНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ВЛАЖНОСТИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Для исследования суммарной погрешности измерения влажности сыпучих материалов применяется метод оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента. Получена математическая модель зависимости погрешности измерения от сорта материала, температуры и влажности. Данная модель позволила оценить степень и характер влияния каждого фактора на суммарную погрешность измерения влажности сыпучего материала и может быть использована для введения в результат измерения необходимых поправок. Использование интерполяционной зависимости позволило снизить погрешность измерительного преобразователя до уровня  $\Delta W = 0,24\%$ .

**Ключевые слова:** погрешность, планирование эксперимента, стоимость, модель, сорт, температура, влажность, сыпучий материал, измерительный преобразователь.

### Введение

**Постановка проблемы.** Сотрудниками кафедры авиационных приборов и измерений Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ» разработаны первичный [1] и вторичный [2] преобразователи влажности сыпучих материалов. Для оценки степени и характера влияния на суммарную погрешность измерения таких факторов, как сорт материала, определяемый начальной диэлектрической проницаемостью, температура и влажность, необходимо получить математическую модель. При этом целесообразно получить эту модель при минимальных стоимостных затратах с привлечением методов оптимального планирования экспериментов.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В работе [3] проведена оценка влияния гранулометрического состава сыпучего материала на результат измерения влажности. Однако, не получена математическая модель, учитывающая влияние существенных факторов на точность измерения влажности сыпучих материалов.

**Цель статьи** – получение математической модели, характеризующей зависимость суммарной погрешности измерения влажности сыпучих материалов от сорта материала, изменения температуры и влажности.

### Основные материалы исследования

Для синтеза зависимости  $\Delta W = f(\epsilon, t^0, W)$  доминирующими факторами были выбраны:  $X_1$  – исходная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  исследуемого материала,  $X_2$  – температура  $t^0$ ,  $X_3$  – влажность  $W$ . Выходным показателем являлась абсолютная погрешность измерения  $\Delta W$  влажности сыпучего материала. Начальный план эксперимента для проведения исследования приведен в табл. 1.

Таблица 1

Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план				Начальный план			
№ п/п	$X_1$	$X_2$	$X_3$	№ п/п	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	-1	-1	+1	8	+1	+1	-1
2	-1	+1	-1	2	-1	+1	-1
3	+1	-1	-1	5	-1	-1	-1
4	+1	+1	+1	3	+1	-1	-1
5	-1	-1	-1	7	+1	-1	+1
6	-1	+1	+1	4	+1	+1	+1
7	+1	-1	+1	6	-1	+1	+1
8	+1	+1	-1	1	-1	-1	+1

Проведем оптимизацию начального плана эксперимента по критерию суммарной стоимости его реализации. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Стоимости изменений значений уровней факторов

Обозначения факторов	Стоимости изменений значений уровней	
	из «-1» в «+1», усл. ед.	из «+1» в «-1», усл. ед.
$X_1$ (€)	10,0	5,0
$X_2$ ( $t^0$ )	20,0	2,0
$X_3$ (W)	10,0	40,0

С помощью компьютерной программы [4] синтезирован оптимальный по стоимости реализации план эксперимента, матрица планирования которого представлена в табл. 1.

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 54,0 усл. ед. (вариант плана 24744). При этом стоимость начального плана эксперимента 251,0 усл. ед., а максимальная стоимость равняется 299,0 усл. ед. (вариант плана 31073). Таким образом, имеем выигрыш по стоимости реализации эксперимента в 4,65 раза по сравнению с начальным

планом и в 5,54 раза по сравнению с максимальной стоимостью. Значения уровней факторов и интервалы варьирования приведены в табл. 3.

Таблица 3

Уровни и интервалы варьирования факторов

Факторы	Уровни факторов			Интервалы варьирования	Размерность
	-1	0	+1		
$X_1$ (€)	2	2,5	3	0,5	–
$X_2$ (t <sup>h</sup> )	20	30	40	10	°C
$X_3$ (W)	0	10	20	10	%

Для варьирования диэлектрической проницаемостью на двух уровнях были выбраны такие материалы: пшено шлифованное фирмы «Олимп» (ГОСТ 572-60) с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2,07$ ; семена мака фирмы «Жасмин» с  $\epsilon = 2,97$ .

Температура контейнера с первичным преобразователем, заполненным исследуемым веществом, изменялась и поддерживалась с помощью лабораторного жидкостного электрического термостата фирмы Tesla (Польша) в диапазоне от 20 до 40 °C.

Матрица оптимального планирования и результаты измерений абсолютной погрешности при различном сочетании факторов представлены в табл. 4.

В табл. 4 параметры  $\Delta W_1, \Delta W_2, \dots, \Delta W_5$  – значения абсолютной погрешности, определяемой как разность между результатом измерения влажности и ее идеальным значением, которое, в соответствии с табл. 3 равно 0% при нижнем уровне и 20% при верхнем уровне этого фактора.  $\overline{\Delta W}$  – оценка наиболее вероятного значения многократных измерений.

Таблица 4

Матрица оптимального планирования эксперимента и результаты измерений

№	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\Delta W_1$	$\Delta W_2$	$\Delta W_3$	$\Delta W_4$	$\Delta W_5$	$\overline{\Delta W}$
1	+1	+1	-1	0,013	0,013	0,012	0,013	0,012	0,0128
2	-1	+1	-1	0,004	0,003	0,004	0,004	0,006	0,0034
3	-1	-1	-1	0,002	0,002	0,003	0,003	0,001	0,0024
4	+1	-1	-1	0,012	0,014	0,015	0,013	0,012	0,0132
5	+1	-1	+1	0,008	0,007	0,009	0,009	0,007	0,0080
6	+1	+1	+1	0,011	0,010	0,010	0,012	0,011	0,0106
7	-1	+1	+1	0,010	0,011	0,013	0,011	0,012	0,0110
8	-1	-1	+1	0,002	0,003	0,004	0,002	0,002	0,0026

Пробы, подлежащие измерению, готовились по такой методике. Вначале с помощью мерного стакана отмеривался нужный объем зерна, а с помощью мерной пробирки – нужный объем дистиллированной воды. Затем зерно размещалось тонким слоем в плоской ванне, а отмеренное количество воды разбрызгивалось из пульверизатора при постоянном перемешивании. После перемешивания в течение 5 минут приготовленная проба засыпалась в первичный преобразователь (рис. 1) и отстаивалась в течение 40 минут, причем в одну из частей первичного преобразователя предварительно помещались капсулы с водой. Затем фиксировался результат измерения (рис. 2).



В процессе обработки результатов эксперимента была установлена неадекватность линейной модели вида  $\overline{Y} = \overline{\Delta W} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$ , где  $b_0, b_1, b_2, b_3$  – соответствующие весовые коэффициенты. Поэтому принято решение вводить эффекты взаимодействия, и была получена математическая модель с учетом взаимодействий между факторами:

$$\overline{Y} = \overline{\Delta W} = 0,008 + 0,00315X_1 + 0,00145X_2 + 0,00005X_3 - 0,0009X_1X_2 - 0,00275X_1X_3 + 0,0013X_2X_3 - 0,00055X_1X_2X_3.$$

Осуществим проверку этой математической модели на адекватность. Для этого вначале вычислим ошибки параллельных опытов



Рис. 1. Первичный измерительный преобразователь, установленный на корпусе



Рис. 2. Процесс экспериментальных исследований

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta W_i - \overline{\Delta W})^2}{(n-1)},$$

где  $\Delta W_i$  – результаты отдельных измерений;  $n$  – количество измерений;  $S_j^2$  – дисперсия. Результаты вычислений представлены в табл.5.

Таблица 5

Дисперсии параллельных опытов

№ п/п	$S_j^2$	№ п/п	$S_j^2$
1	$0,35 \cdot 10^{-6}$	5	$1,00 \cdot 10^{-6}$
2	$1,81 \cdot 10^{-6}$	6	$0,75 \cdot 10^{-6}$
3	$0,75 \cdot 10^{-6}$	7	$1,50 \cdot 10^{-6}$
4	$1,70 \cdot 10^{-6}$	8	$0,80 \cdot 10^{-6}$

Проверим полученные дисперсии на однородность. Воспользуемся для этого критерием Фишера, расчетное значение которого сравним с табличным:

$$S_{\min}^2 = 0,35 \cdot 10^{-6}; \quad S_{\max}^2 = 1,81 \cdot 10^{-6};$$

$$F_{\text{эксп}} = \frac{S_{\max}^2}{S_{\min}^2} = \frac{1,81 \cdot 10^{-6}}{0,35 \cdot 10^{-6}} = 5,17.$$

Для нашего случая  $F_{\text{табл}} = 5,19$ , следовательно,  $F_{\text{табл}} > F_{\text{эксп}}$  и дисперсии можно считать однородными.

Вычислим дисперсию воспроизводимости (дисперсию параметра оптимизации):

$$S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N S_j^2}{N},$$

где  $N$  – количество опытов в матрице;

$$S_{\text{воспр}}^2 = \frac{(0,80 + 1,81 + 1,70 + 0,75) \cdot 10^{-6}}{8} + \frac{(0,75 + 1,50 + 1,00 + 0,35) \cdot 10^{-6}}{8} = 1,08 \cdot 10^{-6}.$$

Результаты расчетов по проверке адекватности модели представлены в табл. 6.

Определим дисперсию адекватности:

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N \Delta Y_j^2}{f}; \quad f = N - (k+1) = 8 - (3+1) = 4;$$

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{4,16 \cdot 10^{-6}}{4} = 1,04 \cdot 10^{-6}.$$

Для проверки адекватности воспользуемся критерием Фишера:

$$F_{\text{эксп}} = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_{\text{воспр}}^2} = \frac{1,04 \cdot 10^{-6}}{1,08 \cdot 10^{-6}} = 0,96; \quad F_{\text{табл}} = 6,4.$$

Таблица 6

Проверка адекватности модели

Опыты	$\bar{Y}$	$\Psi$	$ \Delta Y = \bar{Y} - \Psi $	$\Delta Y^2$	$\sum_{j=1}^N \Delta Y_j^2$
1	0,0128	0,01365	0,00085	$6,9 \cdot 10^{-7}$	4,16 · 10 <sup>-6</sup>
2	0,0034	0,00365	0,00025	$0,63 \cdot 10^{-7}$	
3	0,0024	0,00155	0,00085	$6,9 \cdot 10^{-7}$	
4	0,0132	0,014	0,0008	$6,4 \cdot 10^{-7}$	
5	0,0080	0,00715	0,00085	$6,9 \cdot 10^{-7}$	
6	0,0106	0,00975	0,00085	$6,9 \cdot 10^{-7}$	
7	0,0110	0,00119	0,00009	$0,08 \cdot 10^{-7}$	
8	0,0026	0,00345	0,00085	$6,9 \cdot 10^{-7}$	

Как видим,  $F_{\text{табл}} > F_{\text{эксп}}$ , следовательно, данная модель адекватна.

Таким образом, полученная модель показывает, что погрешность измерения влажности в малой степени зависит от значения самой влажности, но существенно зависит от сорта и температуры исследуемого материала.

Осталось только представить полученную эмпирическую зависимость в натуральных значениях факторов, воспользовавшись формулой

$$X_i = (\tilde{X}_i - \tilde{X}_{i0}) / J_i,$$

где  $X_i$  – кодированное значение фактора;  $\tilde{X}_i$  – натуральное значение фактора;  $J_i$  – интервал варьирования;  $i$  – номер фактора.

Получим:

$$X_1 = \frac{\varepsilon - 2,5}{0,5}; X_2 = \frac{t^0 - 30}{10}; X_3 = \frac{W - 10}{10}.$$

Следовательно, искомая эмпирическая зависимость в натуральных значениях факторов будет выглядеть так:

$$\Delta W = -0,047 + 0,022\varepsilon - 0,00001t^0 - 0,107W - 0,00016\varepsilon t^0 - 0,0517\varepsilon W + 0,0016t^0 W - 0,00011\varepsilon t^0 W.$$

### Выводы

После того, как были разработаны и изготовлены опытный образец первичного измерительного преобразователя и макет вторичного измерительного преобразователя, появилась возможность провести серию экспериментов для установления зависимости суммарной погрешности измерения влажности сыпучих материалов от сорта материала, изменения температуры и влажности. Была получена интерполяционная модель, аналитически связывающая суммарную погрешность измерения влажности материала с его сортом, определяемым начальной диэлектрической проницаемостью, температурой и влажностью.

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ СУМАРНОЇ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ ВОЛОГОСТІ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ

О.В. Заболотний, М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, А.Н. Саттаров

Для дослідження сумарної похибки вимірювання вологості сипких матеріалів застосовується метод оптимального за вартісними витратами планування експерименту. Отримана математична модель залежності похибки вимірювання від сорту матеріалу, температури і вологості. Дана модель дала можливість оцінити ступінь і характер впливу кожного фактору на сумарну похибку вимірювання вологості сипкого матеріалу і може застосовуватися для введення в результат вимірювання необхідних поправок. Використання інтерполяційної залежності дозволило знизити похибку вимірювального перетворювача до рівня  $\Delta W = 0,24\%$ .

**Ключові слова:** похибка, модель, сорт, температура, вологість, сипкий матеріал, вимірювальний перетворювач.

### THE EXPERIMENTAL STUDY OF TOTAL INACCURACY IN THE MEASUREMENT OF LOOSE MATERIAL MOISTURE

A.V. Zabolotnyy, N.D. Koshevoy, E.M. Kostenko, A.N. Sattarov

For study of total inaccuracy in the measurement of loose material moisture it was used the method of optimum experiment planning by price expenses. The mathematical model of dependencies between measurement inaccuracy and sort of the material, the temperature and moisture was received. The given model has allowed to value the degree and nature of the each factor influence for total the measurement inaccuracy of the loose material moisture and can be used for introduction the necessary adjustments to the measurements result. The using of the mathematical dependencies has allowed to reduce inaccuracy of the measuring converter to the level  $\Delta W = 0,24\%$ .

**Keywords:** inaccuracy, price, model, sort, the temperature, moisture, loose material, measuring converter.

Данная модель позволила оценить степень и характер влияния каждого из трех вышеперечисленных факторов на суммарную погрешность измерения влажности сыпучего материала и, следовательно, может быть использована для введения в результат измерения необходимых поправок.

Как показали результаты экспериментов, использование предложенных первичного и вторичного измерительных преобразователей влажности позволило обеспечить, в самом худшем случае, значение погрешности измерения на уровне  $\Delta W = 1,32\%$ , а с использованием интерполяционной зависимости, это значение можно снизить до уровня  $\Delta W = 0,24\%$ . Как известно, порогом для большинства средств измерения влажности является значение  $\Delta W = 0,5\%$ , поэтому результаты исследований можно считать удовлетворительными.

### Список литературы

1. Пат. 40939U Україна, МПК<sup>7</sup> G01 N 27/22. Первинний перетворювач вологості нафтопродуктів / Заболотний О.В., Кошовий М.Д., Саттаров А.Н. (Україна). – № U200814590; заявл. 18.12.2008; опубл. 27.04.2009, Бюл. № 8. – 3 с.
2. Пат. 89376 Україна, МПК (2009) G01 N 27/22. Перетворювач вологості / Заболотний О.В., Кошовий М.Д. (Україна). – а200701506; заявл. 12.02.2007; опубл. 25.01.2010, Бюл. № 2. – 4 с.
3. Заболотний О.В. Оцінювання впливу змінного гранулометричного складу сипкого матеріалу на результат вимірювання вологості / О.В. Заболотний, М.Д. Кошовий, А.Н. Саттаров // Метрологія та прилади. – 2010. – № 1. – С. 25-31.
4. Кошовий М.Д., Костенко О.М. Комп'ютерна програма «Програма пошуку оптимальних планів багатфакторного експерименту». Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №29920. – Зареєстр. в Держ. департ. інтелектуальної власності Мін. освіти і науки України 17.08.2009 р.

Поступила в редколлегию 13.12.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.