

УДК 681.1-665.52

Л.А. Гардашева

*Азербайджанская государственная нефтяная академия, Баку, Азербайджан*

## **НЕЧЕТКАЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ FMOLP**

*Рассматриваются проблемы нечеткой многокритериальной оптимизации на основе нечеткого линейного программирования. Метод FMOLP представляет собой удобную схему поиска компромиссного решения, когда лицо принимающее решение может непосредственно участвовать в процессе поиска, задавая уровень доверия. В качестве объекта исследования рассмотрена модель планирования для нефтеперерабатывающего предприятия, выраженная нечеткими линейными зависимостями. С целью упрощения структуры и решения в модели для рассматриваемого случая, в качестве выходных продуктов приняты различные сорта бензина: А-80, А-92 и А-95.*

**Ключевые слова:** *нечеткая многокритериальная оптимизация, многокритериальная модель, нечеткая модель.*

### **Введение**

Исследование плохо-структурированных проблем принятия решений является одной из актуальных задач в прикладной теории управления [1].

Как известно, плохо-структурированным проблемам присущи следующие свойства:

– предпочтения (функция полезности) лица принимающего решения (ЛПР) могут быть с доста-

точной степенью адекватности аппроксимированы конечным числом критериев;

– все или часть параметров модели заданы не точно и могут быть описаны в рамках вероятностно-статистического подхода или концепции нечетких множеств.

Многокритериальные задачи делятся на два класса: многокритериальная оптимизация (в случае когда множество альтернатив непрерывно) и многокритериальный выбор (множество альтернатив дискретно).

### Основной материал

В данной работе рассматриваются задачи, относящиеся к первому классу. Как известно, концептуальный анализ задачи многокритериальной оптимизации был дан итальянским экономистом Парето [2]. Им было показано, что указанные задачи относятся к классу некорректно поставленных задач, т.к. достижение экстремума нескольких функций одновременно в общем случае невозможно, поскольку увеличение значения одного из критериев может приводить к уменьшению значений других критериев. Решением таких задач в общем случае является некоторое множество  $X^P$ , называемое множеством Парето. Получение единственного решения  $X^*$ , требуемого на практике, возможно только на основе некоторой схемы компромисса. Различные прагматические методы решения подобных задач реализуют определенную схему.

Прагматические аспекты многокритериальной оптимизации исследовались многими авторами. Анализ данных работ позволил провести классификацию, разбив существующие методы многокритериальной оптимизации на четыре группы:

- методы главного критерия (Global Criteria Method);
- методы свертки критериев в один критерий (Weights Method);
- методы «идеальной точки» (Goal Programming Method);
- интерактивные методы (Interactive Method).

Методы главного критерия исследовались Салкувадзе [3], Hwong и Masud [4]. Суть метода состоит в том, что один из критериев признается главным и доминирующим, а остальные рассматриваются в составе ограничений.

Таким образом, многокритериальная задача преобразуется в однокритериальную и может быть решена известными методами.

Методы свертки критериев были исследованы Hwong и Masud, Sakawa [5]. Идея метода состоит в агрегировании критериев путем линейной свертки  $\sum_{i=1}^k w_i f_i$ , где  $w_i$  – весовые коэффициенты выра-

жающие важность соответствующего критерия, причем

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1.$$

При этом априори предполагается независимость критериев.

Методы «идеальной» точки были исследованы Ignizio [6]. «Идеальная» или «недостижимая» точка – это точка в пространстве критериев, где каждая координата представляет собой оптимальные значения по соответствующим критерию. Суть метода состоит в поиске решения наиболее близкого, в смысле определенной метрики, к «идеальному» решению.

Интерактивные методы, включающую в себя целую группу методов, также были исследованы Ignizio [9], Quaddus и Holzman [7], Hwang Masud, Zionts и Wallenus [8]. В этих методах ЛПП непосредственно участвует в процессе выбора параметров модели.

Нечеткие версии указанных методов реализуют механизм преобразования нечеткой многокритериальной задачи в четкий эквивалент, т.е. четкую задачу большой размерности. Суть преобразования состоит в том, что ЛПП определяет уровень доверия  $\alpha$ , в соответствии с которым значение каждого параметра  $C$  заменяется парой значений  $C^L$  и  $C^R$ .

Рассмотрим более подробно метод FMOLP применительно к нечеткой многокритериальной задаче линейного программирования. Задача ставится следующим образом:

$$\max \{f_1, f_2, \dots, f_k\},$$

где  $f_k = \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i x_i$  при ограничениях  $\tilde{A} \cdot x \leq \tilde{b}$

Метод FMOLP представляет собой нечеткую версию метода «свертки» или скаляр, т.е. построения одного критерия

$$f = \sum_{i=1}^k w_i f_i : \sum_{i=1}^k w_i = 1.$$

Рассмотрим основные шаги алгоритма (рис. 1).

Шаг 1. Задать уровень доверия  $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ .

Шаг 3. Разбить интервал  $[a, 1]$  на  $l$  равных подинтервалов с  $l+1$  узлами  $\lambda_i (i = \alpha, \dots, l)$ , где  $\alpha = \lambda_0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_l = 1$  и сформировать задачу

$$(MOLP_{\alpha i})_l \left\{ \begin{array}{l} \max \left( \begin{array}{l} c_{ilj}^L x \\ c_{ilj}^R x \end{array} \right), i = 1, 2, \dots, k, j = 1, 2, \dots, l. \\ x \in X^1 \end{array} \right.$$

Шаг 4. Задать  $l=1$  и решить поставленную задачу  $(x)_l = (x_1, x_2, \dots, x_n)_l$ .

Шаг 5. Удвоить  $l$ , т.е. решить задачу при  $2l$  когда полученное решение  $(x)_{2l}$  удовлетворяет  $x \in X^{2l}$ .

Шаг 6. Если  $\|(x)_{2l} - (x)_l\| < \varepsilon$  в этом случае  $x^* = (x)_{2l}$ .

Рассмотренный метод был применен для решения задачи планирования нефтеперерабатывающего производства.

Нефтеперерабатывающее производство состоит из двух блоков: производственного блока и блока смешения, представленных на рис. 2.

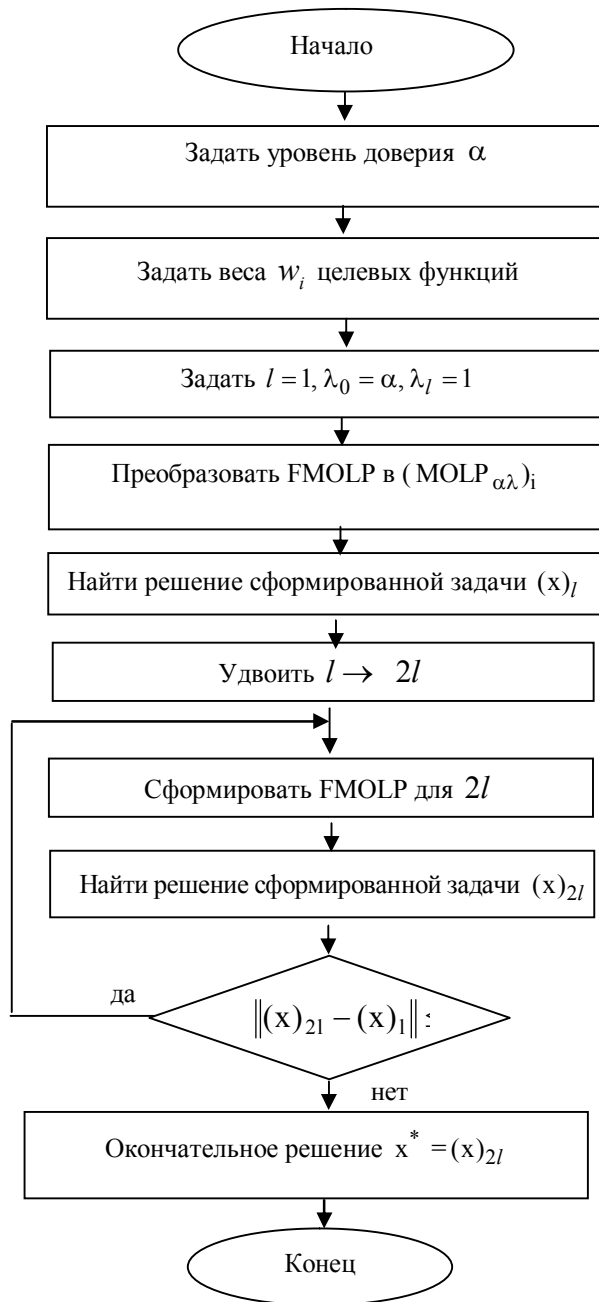


Рис. 1. Блок схема алгоритма FMOLP

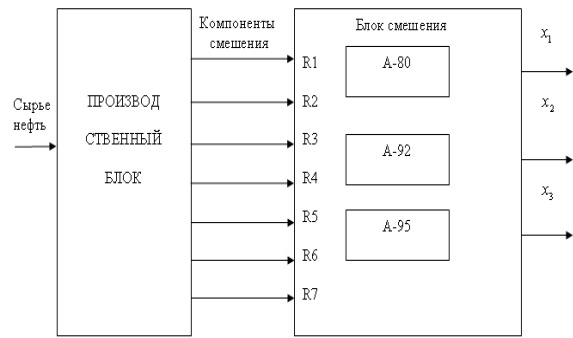


Рис. 2. Основные блоки нефтеперерабатывающего производства

Учитывая, что основные резервы оптимизации расположены в блоке смешения, производственный блок рассматривается в агрегированной форме вырабатывающей компоненты смешения.

В последние годы многими экономистами все более осознается неадекватность выражения функции полезности только экономическими показателями и обосновывается необходимость учета также экологических и социальных аспектов. В этом контексте нечеткая многокритериальная линейная модель планирования может быть записана в виде нечеткой целевой функции как:

- 1) прибыль:  $f_1 = 288x_1 + 290x_2 + 300x_3 \rightarrow \text{MAX}$ ;
- 2) качество:  $f_2 = 8x_1 + 5x_2 + 3x_3 \rightarrow \text{MAX}$ ;
- 3) удовлетворение потребностей работников:  $f_3 = 4x_1 + 8x_2 + 6x_3 \rightarrow \text{MAX}$ .

Нечеткие ограничения:

**Ограничения на ресурсы:**

На фракцию НК-85 (R1)

$$\tilde{a}_{11}x_1 + \tilde{a}_{12}x_2 + \tilde{a}_{13}x_3 = 0.2\tilde{2}89x_1 + 0.0\tilde{1}028x_2 \leq b_1 = 27611.9.$$

На стабильный платформат(R2)

$$\tilde{a}_{21}x_1 + \tilde{a}_{22}x_2 + \tilde{a}_{23}x_3 = 0.0\tilde{6}91x_1 + 0.3\tilde{4}94x_2 + 0.7\tilde{8}57x_3 \leq b_2 = 38\tilde{6}214.$$

На коксовый бензин (R3)

$$\tilde{a}_{31}x_1 + \tilde{a}_{32}x_2 + \tilde{a}_{33}x_3 = 0.08\tilde{4}6591x_1 \leq \tilde{b}_3 = 69\tilde{2}5.4.$$

На высокооктановый компонент(R4)

$$\tilde{a}_{41}x_1 + \tilde{a}_{42}x_2 + \tilde{a}_{43}x_3 = 0.4\tilde{9}01x_1 + 0.\tilde{6}402x_2 + 0.2\tilde{1}42x_3 \leq \tilde{b}_4 = 61\tilde{4}955.$$

На прямогонный бензин(R5)

$$\tilde{a}_{51}x_1 + \tilde{a}_{52}x_2 + \tilde{a}_{53}x_3 = 0.\tilde{0}4718x_1 \leq \tilde{b}_5 = 38\tilde{5}8.$$

На фракцию НК-85-180(R6)

$$\tilde{a}_{61}x_1 + \tilde{a}_{62}x_2 + \tilde{a}_{63}x_3 = 0.0\tilde{1}289x_1 \leq \tilde{b}_6 = 10\tilde{5}4.40.$$

На гидроочищенный бензин(R7)

$$\tilde{a}_{71}x_1 + \tilde{a}_{72}x_2 + \tilde{a}_{73}x_3 = 0.\tilde{0}671x_1 \leq \tilde{b}_7 = 54\tilde{8}7.8.$$

**Плановые ограничения:**

На выпуск автомобильного бензина А-80

$$\tilde{a}_{81}x_1 + \tilde{a}_{82}x_2 + \tilde{a}_{83}x_3 = \tilde{I}x_1 \geq \tilde{b}_8 = 20\tilde{0}0.$$

На выпуск автомобильного бензина А-92

$$\tilde{a}_{91}x_1 + \tilde{a}_{92}x_2 + \tilde{a}_{93}x_3 = \tilde{I}x_2 \geq \tilde{b}_9 = 2000.$$

На выпуск автомобильного бензина А-95

$$\tilde{a}_{101}x_1 + \tilde{a}_{102}x_2 + \tilde{a}_{103}x_3 = \tilde{I}x_3 \geq \tilde{b}_{10} = 2000.$$

**Ограничения на качество продуктов**

$$\tilde{a}_{111}x_1 + \tilde{a}_{112}x_2 + \tilde{a}_{113}x_3 = 0.277569x_1 \geq \tilde{b}_{11} = 0.$$

$$\tilde{a}_{121}x_1 + \tilde{a}_{122}x_2 + \tilde{a}_{123}x_3 = 0.07372x_2 \geq \tilde{b}_{12} = 0.$$

$$\tilde{a}_{131}x_1 + \tilde{a}_{132}x_2 + \tilde{a}_{133}x_3 = 0.0062x_3 \geq \tilde{b}_{13} = 0.$$

**Балансовые ограничения**

$$\begin{aligned} &\tilde{a}_{141}x_1 + \tilde{a}_{142}x_2 + \tilde{a}_{143}x_3 = \\ &= \tilde{I}x_1 + \tilde{I}x_2 + \tilde{I}x_3 \leq \tilde{b}_{14} = 1046107.1, \end{aligned}$$

где  $x_1$  – количество автомобильного бензина А-80;

$x_2$  – количество автомобильного бензина А-92;

$x_3$  – количество автомобильного бензина А-96.

Коэффициенты целевых функций и ограничений представлены нечеткими числами треугольного типа (LR):

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a \text{ или } c < x; \\ (x-a)/(b-a), & a \leq x < b; \\ 1, & x = b; \\ (c-x)/(c-b), & b < x \leq c. \end{cases}$$

Решение указанной задачи с помощью метода “FMOLP” позволило получить следующие результаты:

$$X[1] = 42117.8841; X[2] = 898834.0329;$$

$$X[3] = 88139.2835; \tilde{f}_1(x) = 2992333636.19;$$

$$\tilde{f}_2(x) = 5095531.98; \tilde{f}_3(x) = 7887979.81.$$

### Выводы

Анализ результатов практического применения рассматриваемого подхода позволил сделать сле-

дующие выводы:

– многокритериальная модель представляет собой эффективную систему для аппроксимации предпочтений лица принимающего решения;

– нечеткая модель представляет собой эффективный механизм учета неопределенности данных.

### Список литературы

1. Принципы построения автоматизированных систем управления промышленными предприятиями с непрерывным характером производства / А.А. Абдуллаев, Р.А. Алиев, Г.М. Уланов; Под ред.акад. Петрова. – М: Энергия, 1975. – 440 с.
2. Multi-objective group decision Making / Jie Lu, Guangquan Zhang Da Ruan, Fendjie Wu – London: Imperial College Press, 2007. – 390 p.
3. Salukwadze M. On the extension of solutions in problems of optimization under vector valued criteria / M. Salukwadze // Journal of Optimization Theory and Application. – 1974. – № 13. – P. 203-217.
4. Hwang C.L. Multiple Objective Decision Making Methods and Applications / C.L. Hwang, A.S. Masud. – Berlin: Springer-Verlag, 1979.
5. Sakawa M. Fuzzy Sets and interactive multiobjective optimization / M. Sakawa. – New York: Plenum Press, 1993.
6. Ignizio J.P. Goal Programming and Extensions / J.P. Ignizio. – Massachusetts: Lexington Books, 1976.
7. Quaddus M.A. IMOLP: an interactive method for multiple objective linear programs / M.A. Quaddus, A.G. Holzman // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-16. – 1986. – P. 462-468.
8. Ziont S. An interactive programming method for solving the multiple criteria problem / S. Ziont, J. Wallenius // Management Science. – 1975. – 22. – P. 652-663.
9. Ignizio J.P. The determination of a subset of efficient solutions via goal programming / J.P. Ignizio // Computer and Operations Research. – 1981. – P. 9-16.

Поступила в редколлегию 12.04.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.М. Джафаров, Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия, Баку.

### НЕЧІТКА БАГАТОКРИТЕРІЙНА ОПТИМІЗАЦІЯ НА ОСНОВІ FMOLP

Л.А. Гардашева

Розглядаються проблеми нечіткої багатокритерійної оптимізації на основі нечіткого лінійного програмування. Метод FMOLP є зручною схемою пошуку компромісного рішення, коли особа приймаюче рішення може безпосередньо брати участь в процесі пошуку, задаючи рівень довіри. Як об'єкт дослідження розглянута модель планування для нафтопереробного підприємства, виражена нечіткими лінійними залежностями. З метою спрощення структури і рішення в моделі для даного випадку, як вихідні продукти прийняті різні сорти бензину: А-80, А-92 і А-95.

**Ключові слова:** нечітка багатокритерійна оптимізація, багатокритерійна модель, нечітка модель, нечітке лінійне програмування.

### FUZZY MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION ON THE BASIS OF FMOLP

L.A. Gardashova

The problem of fuzzy multi-objective optimization on the basis of fuzzy linear programming is considered. Method is a convenient scheme to find a trade-off decision, in making of which the decision maker takes a direct role defining a level of trust. The model of oil refinery planning considered in this article is described by fuzzy linear dependencies. To simplify the structure and solution, in the model different grades of petrol (in this case А-80, А-92 and А-95) were taken as output products. For solution of the optimization problem fuzzy multi-objective linear programming method, based on Fuzzy Sets Theory, was used. The efficiency of this method is illustrated by calculations and practical applications.

**Keywords:** fuzzy multi-objective optimization, multi-criteria mode, fuzzy model, fuzzy linear programming.