

УДК 530.1.537.86 + 621.396.96

Р.Э. Пащенко¹, Э.И. Пащенко², В.А. Канцевич¹¹ Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков² Житомирский военный институт им. С.П. Королева НАУ, Житомир

ФОРМИРОВАНИЕ КФМ ФРАКТАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ МОРСА-ТУЭ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОЖЕСТВА КАНТОРА

Показана возможность формирования КФМ фрактальных сигналов с использованием последовательности Морса-Туэ и множества Кантора. Рассмотрена сложная структура КФМ фрактального сигнала на основе последовательности Морса-Туэ и множества Кантора, что может быть использовано для маскировки информационного сигнала в системах связи со скрытой передачей информации. С использованием фазовых портретов показано, что в результирующем КФМ фрактальном сигнале наблюдается воздействие отдельных составляющих друг на друга, в результате которого возникает сложное периодическое движение.

Ключевые слова: фрактальный сигнал, последовательность Морса-Туэ, множество Кантора.

Постановка проблемы и анализ литературы

Вопросам исследования и построения систем связи со скрытой передачей информационного сигнала в последние десятилетия уделяется большое внимание [1–3]. Фрактальный сигнал, формируемый системой n – го числа связанных между собой генераторов [4], может быть использован для скрытой передачи информации. Фрактальный сигнал в такой системе передачи информации используется как носитель информации. Математическая модель формирования фрактальных сигналов на основе нелинейных дифференциальных уравнений Ван-дер-Поля и упрощенная структурная схема системы передачи информации с использованием фрактальных сигналов приведены в [5], а анализ его свойств в [6]. В [7] рассмотрена возможность формирования кодофазоманипулируемых (КФМ) фрактальных сигналов (ФС) с использованием последовательности Морса-Туэ и проведена оценка свойства таких сигналов.

Недостатком ранее рассмотренного сигнала на основе последовательности Морса-Туэ является отсутствие генерального пика и наличие "седла" между двумя разнесенными и зеркально отображенными максимумами сжатой последовательности. Поэтому практический интерес представляет поиск путей формирования ФС на основе использования последовательности Морса-Туэ, позволяющих получать центральный пик сжатой последовательности в результате фильтрации. Одним из путей формирования ФС с такими свойствами является использование, наряду с последовательностью Морса-Туэ, множества Кантора.

Цель статьи: рассмотреть возможность формирования КФМ фрактальных сигналов с использованием последовательности Морса-Туэ и множества Кантора, а также оценить свойства таких сигналов.

Структура и свойства множества Кантора

Рассмотрим методику построения канторова множества на примере, приведенного во многих работах [4, 8, 9], начиная с выбрасывания средней трети отрезка (рис. 1, пунктирная линия), т.е. из исходного множества $[0, 1]$ удаляется открытый интервал $[0,33; 0,66]$. На следующем и всех последующих шагах удаляется средняя треть всех отрезков текущего уровня (на рис. 1 рассмотрены шаги 1-2).

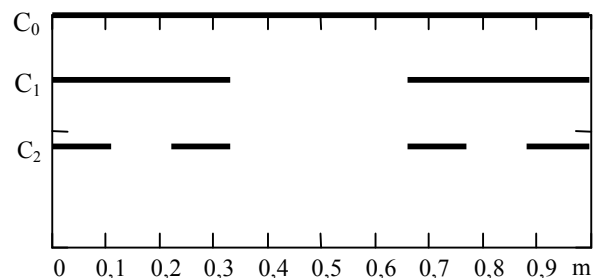


Рис. 1. Построение множества Кантора

Окончательно получается последовательность множеств:

$$C_0 = [0, 1],$$

$$C_1 = [0; 0,33] \cup [0,66; 1],$$

$$C_2 = [0; 0,11] \cup [0,22; 0,33] \cup [0,66; 0,77] \cup [0,88; 1].$$

Таким образом, функция Кантора представляет собой множество C , являющееся пересечением множеств C_n ($n = 0, 1, 2, \dots$). Множество C называется канторовым и его мера равна нулю. Действительно, на первом шаге удаляется доля отрезка $q = 1/3$ и остается $1 - q$. На втором шаге удаляется $(1 - q)q$ и остается $(1 - q) - (1 - q)q = (1 - q)^2$ и т.д.

Итого, удаляемая часть составляет

$$L = q + (1 - q) \cdot q + (1 - q)^2 \cdot q + \dots = q / (1 - (1 - q)) = 1.$$

Мощность множества C оставшихся точек равна мощности континуума. Действительно, это множество равномощно множеству всех чисел отрезка $[0, 1]$, что можно показать следующим образом. Представим числа отрезка в двоичной форме: $A = 0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, где числа a_n равны 0 или 1. Таким образом, каждому числу A сопоставляется последовательность $\{a_1, a_2, \dots\}$, т.е. между точками канторова множества и точками отрезка $[0, 1]$ устанавливается взаимно однозначное соответствие. Следовательно, канторово множество имеет ту же мощность, что и множество точек отрезка, т.е. мощность континуума.

Следует обратить внимание на одну особенность канторова множества. Возьмем, например, отрезок $[0, 1/3]$ (на рис. 1 первый отрезок C_2). Увеличив его в три раза, получим множество C_1 , тождественное множеству C , образованному из всего отрезка $[0, 1]$. Если повторить эту процедуру произвольное число раз, то на каждом шаге будем приходить к исходному множеству: $C = C_1 = C_2 = \dots$. Другими словами, части множества подобны целому множеству. Это свойство самоподобия называется также масштабной инвариантностью или скейлингом [9].

Построение, аналогичное проведенному выше, можно проделать, осуществляя деление отрезка не на три, а на большее число n . Длина выброшенной части отрезка по-прежнему равна 1, а остающееся множество не содержит ни одного целого интервала. Свойство самоподобия сохраняется, про все такие множества говорят, что они обладают канторовой структурой.

Формирование КФМ фрактального сигнала с использованием последовательности Морса-Туэ и канторова множества

Для формирования КФМ ФС воспользуемся 16-символьной последовательностью Морса-Туэ, рассмотренной в [7]

$$Y_0(t) = 0011110011000011, \quad (1)$$

которую выберем в качестве опорной (нулевой). Методика получения опорной последовательности Морса-Туэ изменения фазы КФМ ФС рассмотрена в [7]. Поставим в соответствие опорной последовательности Морса-Туэ канторово множество на отрезке $[0, 1]$ (рис. 2, верхний отрезок C_0). В этом случае одному символу последовательности Морса-Туэ будет соответствовать часть исходного отрезка равная $1/16 = 0,0625$. Поскольку в рассматриваемой последовательности Морса-Туэ число символов четное то использование триадного ($q = 1/3$) канторова множества для построения КФМ ФС в данном случае нецелесообразно, так как при выбрасывании третьей части из отрезка, которому соответствует последовательность Морса-Туэ, происходит "разрезание" граничных символов и изменение их длительностей. Поэтому целесообразно использовать канторово

множество с выбрасыванием второй (левой) четверти отрезка из исходного множества. В соответствии с этим выбросим из опорной последовательности Морса-Туэ вторую четверку символов (подчеркнута в выражении (1)) и заменим их нулевыми символами. Тогда второй итерации при построении функции Кантора (рис. 2, средние отрезки C_1) будет поставлена в соответствие последовательность вида

$$Y_1(t) = 0011000011000011. \quad (2)$$

Примем амплитуду символов полученной последовательности равной половине амплитуды символов опорной последовательности Морса-Туэ, что соответствует коэффициенту кратности (масштабирования) $k = 2$ ($Y_0 = 1$; $Y_1 = Y_0/k^1 = 0,5$).

Аналогичным образом поступим при третьей итерации построения функции Кантора (рис. 2, нижние отрезки C_2).

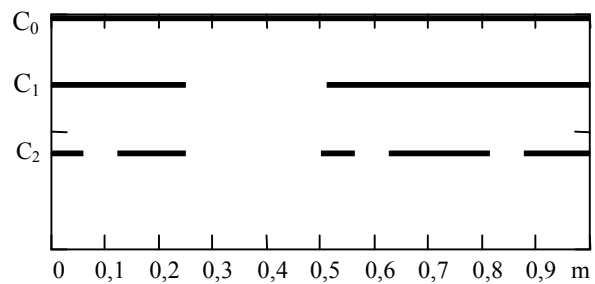


Рис. 2. Построение множества Кантора в соответствии с последовательностью Морса-Туэ

На этом этапе подчеркнутые символы в выражении (2) заменяются на 0 и опорная последовательность Морса-Туэ трансформируется в последовательность

$$Y_2(t) = 0011000010000011. \quad (3)$$

Амплитуда символов этой последовательности составляет четвертую часть амплитуды символов опорной последовательности Морса-Туэ ($Y_0 = 1$; $Y_1 = Y_0/k^2 = 0,25$). Полученные последовательности соответствуют последовательностям множеств

$$\begin{aligned} C_0 &= [0; 1], \\ C_1 &= [0; 0,25] \cup [0,5; 1], \\ C_2 &= [0; 0,0625] \cup [0,125; 0,25] \cup [0,5; 0,5625] \cup \\ &\cup [0,625; 0,8125] \cup [0,875; 1]. \end{aligned}$$

Просуммировав полученные последовательности (опорную и гомеоморфные последовательности Морса-Туэ) в соответствии с выражением

$$Y_{\Sigma 3}(t) = Y_0(t) + Y_1(t) + Y_2(t)$$

приходим к суммарной многоуровневой последовательности, приведенной на рис. 3.

На рис. 4, а показан КФМ ФС сформированный в соответствии с полученной последовательностью Морса-Туэ изменения фазы и описываемый выражением

$$U_{\Sigma}(t) = \sum_{n=0}^N \frac{Y_n(t, a)}{2^n} \sin\left(\frac{2\pi 2^n t}{T_0}\right) \quad (4)$$

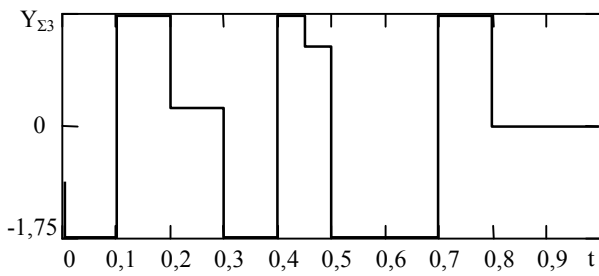
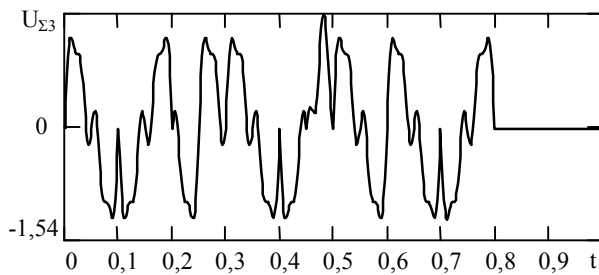
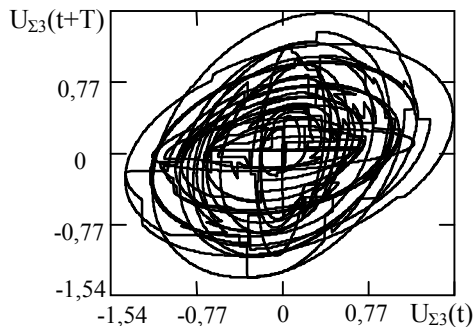


Рис. 3. Суммарная последовательность Морса-Туз изменения фазы КФМ ФС

где N – число составляющих КФМ ФС; T_0 – периоде гармонического колебания (заполнения); $Y_n(t, a)$ – код изменения фазы n -ой составляющей КФМ ФС. На рис. 4, б показан фазовый портрет КФМ ФС при этом функция $U_{Σ3}(t+T)$ сдвинута на время $T = 0,06$ относительно функции $U_{Σ3}(t)$.



а



б

Рис. 4. КФМ ФС, полученный в соответствии с последовательностью Морса-Туз изменения фазы (а) и его фазовый портрет (б)

На рис. 4, а, б видно, что наблюдается усложнение формы сигнала во временной области по сравнению с опорной (нулевой) составляющей, что может быть использовано для маскировки информационного сигнала. Фазовый портрет (рис. 7, б) также отображает сложную структуру сформированного КФМ ФС.

На рис. 5 показано модульное значение автокорреляционная функция (АКФ) суммарной последовательности Морса-Туз изменения фазы, полученное с помощью следующего выражения

$$R_{Σ3}(τ) = R_0(τ) + R_1(τ) + R_2(τ),$$

где $R_0(τ)$, $R_1(τ)$, $R_2(τ)$ – АКФ соответственно опорной (нулевой), первой и второй, последовательностей Морса-Туз, преобразованных с помощью канторова множества.

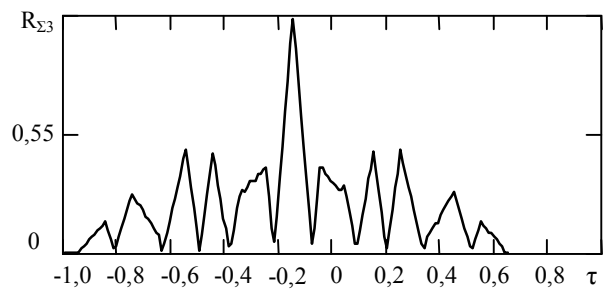


Рис. 5. Модульное значение АКФ суммарной последовательности Морса-Туз изменения фазы

АКФ огибающей опорной, первой и второй последовательностей Морса-Туз представляются в следующем виде

$$R(τ) = \int_{-T_0}^{T_0} Y(t) \cdot Y(t - k \cdot τ - τ_0) dt, \quad (5)$$

где $k \cdot τ - τ_0$ – временной сдвиг; k – неотрицательное целое число; $T_0 = 1$. Как видно на рис. 5 АКФ имеет сложную структуру. Такое поведение КФМ ФС во временной области может быть использовано для маскировки информационного сигнала в системах связи.

Фильтровая обработка суммарной последовательности Морса-Туз

Фильтровую обработку последовательности Морса-Туз можно осуществить путем использования пассивного метода сжатия последовательности. На основе данного метода реализуется фильтр, включающий линию задержки, фазовращатели, отображающие код последовательности Морса-Туз, и сумматор. Известно [10], что такой фильтр обладает импульсной характеристикой, являющейся зеркальным отображением суммарной кодовой последовательности Морса-Туз. Такая импульсная характеристика представлена на рис. 6 и получена в соответствии с выражением

$$H_{Σ3}(t) = H_0(t) + H_1(t) + H_2(t)$$

где $H_0(t)$, $H_1(t)$, $H_2(t)$ – импульсные характеристики фильтров опорной и гомеоморфных последовательностей Морса-Туз.

При подаче на вход фильтра суммарной последовательности Морса-Туз изменения фазы $Y_{Σ3}(t)$ на его выходе получаем сжатую последовательности Морса-Туз $F_{Σ3}(t)$, показанную на рис. 7, а.

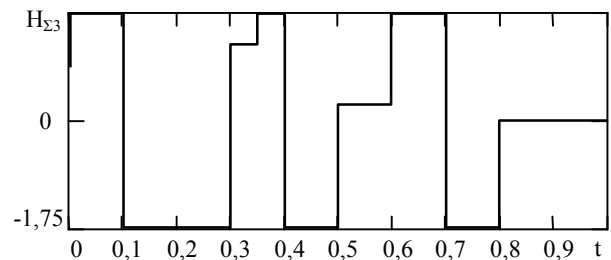


Рис. 6. Импульсная характеристика фильтра последовательности Морса-Туз изменения фазы

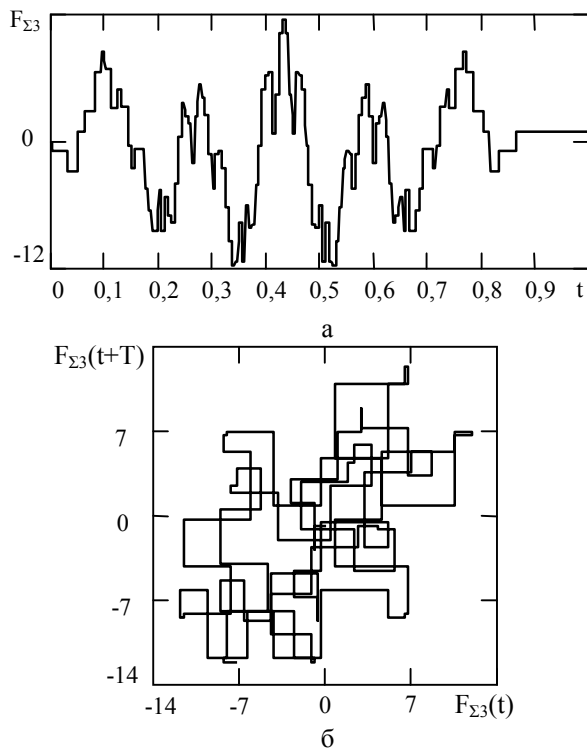


Рис. 7. Сжатая последовательность Морса-Туэ (а) и ее фазовый портрет (б)

Сжатой последовательности Морса-Туэ соответствует фазовый портрет, представленный на рис. 7, б, где функция $F_{\Sigma 3}(t+T)$ сдвинута на время $T = 0,06$ относительно функции $F_{\Sigma 3}(t)$. Как видно из рис. 7, б фазовый портрет отображает сложную структуру сжатой последовательности $F_{\Sigma 3}(t)$.

Выводы

1. Показана возможность формирования КФМ фрактальных сигналов на основе последовательности Морса-Туэ с использованием множества Кантора.

2. Структура КФМ ФС на основе последовательности Морса-Туэ и канторова множества является сложной, что может быть использовано для маскировки информационного сигнала в системах связи со скрытой передачей информации.

ФОРМУВАННЯ КФМ ФРАКТАЛЬНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ МОРСА-ТУЕ З ВИКОРИСТАННЯМ МНОЖИНИ КАНТОРА

Р.Е. Пащенко, Е.І. Пащенко, В.О. Канцевич

Показана можливість формування КФМ фрактальних сигналів з використанням послідовності Морса-Туе і множини Кантора. Розглянута складна структура КФМ фрактального сигналу на основі послідовності Морса-Туе і множини Кантора, що може бути використано для маскування інформаційного сигналу в системах зв'язку з прихованою передачею інформації. З використанням фазових портретів показано, що в результаті чого виникає складний періодичний рух.

Ключові слова: фрактальний сигнал, послідовність Морса-Туе, множина Кантора.

FORMING KFM FRACTAL SIGNALS ON THE BASIS SEQUENCE OF MORS-TUE AND KANTOR'S GREAT NUMBER

R.E. Paschenko, E.I. Paschenko, V.A. Kancevich

Possibility forming KFM fractal signals is shown with the use sequence of Mors-Tue and Kantor's set. The difficult structure KFM fractal signal is considered on the basis of sequence of Mors-Tue and Kantor's set, that can be used for disguise informative signal in communication of networks passing to information. It is shown with the use phase portraits that in resulting KFM fractal signal there is influence of separate constituents on each other, which difficult periodic motion is as a result of.

Keywords: fractal signal, sequence of Mors-Tue, set of Kantor.

3. Сформированная последовательность Морса-Туэ с использованием множества Кантора в результате сжатия имеет один пик.

4. При проведении дальнейших исследований целесообразно оценить характер изменения фрактальных размерностей КФМ фрактальных сигналов на основе последовательности Морса-Туэ.

Список литературы

1. Кальянов Э.В. Передача информации при использовании кодирования маскирующих хаотических колебаний / Э.В. Кальянов // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т.47, № 4. – С. 469 – 476.
2. Кальянов Э.В. Двухканальная передача информации при ее маскировке многомодовым хаосом / Э.В. Кальянов, Б.Е. Кяргинский // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т.47, № 9. – С. 1091 – 1097.
3. Partlitz U. Transmission of digital signals by chaotic synchronization / [Partlitz U., Chua L. et al.] // Int. J. Bifurcation and Chaos. – 1992. – Vol. 2, no 4. – P. 973 – 977.
4. Пащенко Р.Э. Формирование фрактальных сигналов / Р.Э. Пащенко. – Х.: ЭкоПерспектива, 2005. – 298 с.
5. Пащенко Р.Э. Формирование фрактальных сигналов на основе уравнения Ван-дер-Поля / Р.Э. Пащенко, Э.И. Пащенко, Д.В. Максютя // Системы управління, навігації та зв'язку. – 2009. – Вип. 3 (11). – С. 225 – 230.
6. Пащенко Р.Э. Анализ влияния возмущающего воздействия на параметры фрактального сигнала / Р.Э. Пащенко, Э.И. Пащенко, К.В. Садовый // Системы управління, навігації та зв'язку. – 2009. – №4(12). – С. 225 – 228.
7. Пащенко Р.Э. Формирование КФМ фрактальных сигналов на основе последовательности Морса / Р.Э. Пащенко, Э.И. Пащенко // Збірник наукових праць ХУПС. – 2010. – Вип. 3 (25). – С. 78 – 82.
8. Кравченко В.Ф. Новый класс фрактальных функций в задачах анализа и синтеза антенн / В.Ф. Кравченко, В.М. Масюк // Антенны. – 2002. – № 10. – С. 3 – 72.
9. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая / М. Шредер – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. – 266 с.
10. Теоретические основы радиолокации / [Ширман Я.Д., Голиков В.Н., Бусыгин И.Н. и др.]; под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Сов. радио, 1970. – 560 с.

Поступила в редколлегию 22.03.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Д. Карлов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.