

УДК 006.91

М.П. Сергиенко, Н.А. Мартынова

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ТИПА

Рассмотрен метод дискретного преобразования Лапласа временных характеристик измерительного преобразователя в передаточную функцию для определения его параметров – постоянной времени и коэффициента затухания. Исследованы неопределенности определения параметров преобразователя. Даны рекомендации по оптимизации измерительного эксперимента и метода обработки его результатов.

**Ключевые слова:** передаточная функция, импульсная характеристика, переходная характеристика, измерительный преобразователь, преобразование Лапласа, метод наименьших квадратов.

### Введение

**Постановка проблемы.** Идентификация динамических характеристик измерительных преобразователей (ИП) и средств измерительной техники (СИТ) на их основе является сегодня актуальной задачей метрологии вследствие потребностей повышения быстродействия и точности измерения различных величин, как в научной деятельности, так и в промышленном производстве [1, 2]. Особенно важно решение этой задачи для колебательных ИП, применяемых при измерениях переменных величин [3].

Поскольку на практике зачастую возможно определение только временных характеристик ИП, задача состоит в разработке методов их идентификации и оценивании неопределенностей получаемых с помощью таких методов результатов. В [4, 5] рассмотрен метод дискретного преобразования Лапласа импульсной характеристики (ИХ) ИП в передаточную функцию с последующим определением ее коэффициентов методом наименьших квадратов (МНК). Метод обладает универсальностью – позволяет осуществлять идентификацию динамических характеристик ИП любого типа (апериодические, колебательные) любого порядка, однако имеет и ряд недостатков. Использование ИХ в качестве источника измерительной информации не всегда оправдано вследствие сложности (невозможности) обеспечения входного сигнала, максимально приближенного по виду к дельта-функции, в то время как формирование единичного воздействия (реакцией на которое является переходная характеристика (ПХ) ИП) не представляет таких трудностей. К тому же метод исследован в полной мере лишь для апериодического ИП и двух последовательно соединенных апериодических ИП [5].

Вследствие выше сказанного, целью работы является разработка и адаптация для ИП колебательного типа универсального метода дискретного преобразования Лапласа временных (импульсной и переходной) характеристик в передаточную функцию с последующим расчетом ее коэффициентов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить такие задачи:

- 1) разработать метод применительно к ПХ ИП;
- 2) адаптировать каждый из методов для идентификации характеристик ИП колебательного типа;
- 3) исследовать неопределенности параметров ИП, найденных при помощи каждого метода;
- 4) разработать рекомендации по оптимизации методов для достижения результатов с наибольшей точностью.

### Разработка метода дискретного преобразования ИХ и ПХ ИП в передаточную функцию

ИХ  $g(t)$  и ПХ  $h(t)$  ИП колебательного типа (рис. 1) описываются выражениями

$$g(t) = \left( T\sqrt{1-\xi^2} \right)^{-1} e^{-(\xi/\dot{O})t} \sin\left( \sqrt{1-\xi^2}/T \cdot t \right);$$

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{\xi}{T}t} \left( \cos \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t \right),$$

где  $T$  – постоянная времени,  $\xi$  – коэффициент затухания. При дискретном измерении временной характеристики, что происходит в большинстве случаев, получают набор из  $N$  дискретных значений  $g(n\Delta t)$  или  $h(n\Delta t)$  с периодом дискретизации  $\Delta t$ .

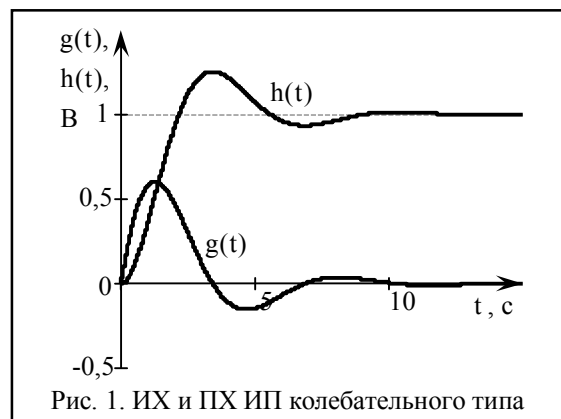


Рис. 1. ИХ и ПХ ИП колебательного типа

Передаточная функция  $W(p)$  ИП может быть получена путем преобразования Лапласа его измеренной в дискретных точках ИХ [4]

$$W(p) = \Delta t \sum_{n=1}^N g(n\Delta t) e^{-np\Delta t} \quad (1)$$

или ПХ

$$W(p) = p\Delta t \sum_{n=1}^N h(n\Delta t) e^{-np\Delta t}, \quad (2)$$

где  $p$  – переменная оператора Лапласа.

Следует отметить, что важное значение имеет оптимальный выбор количества точек дискретизации и времени измерения временной характеристики, поскольку качество информации о временной характеристике непосредственно влияет на точность полученных значений передаточной функции в соответствии с выражениями (1, 2). Характеристика должна быть измерена до наступления установившегося режима (то есть режима, когда отклонение от установившегося значения можно считать несущественным). Количество точек (соответственно и период дискретизации) обычно ограничивается разрешающей способностью используемого для измерения характеристики СИТ, но в то же время должно быть достаточным, чтобы не допустить потери информации о поведении характеристики. Общего подхода к выбору указанных параметров не выработано, следовательно, эта задача должна решаться индивидуально в каждом конкретном случае. С другой стороны, в общем случае передаточная функция любого ИП может быть описана выражением

$$W(p) = \left( 1 + \sum_{i=1}^q a_{i+k} \cdot p^i \right) / \left( 1 + \sum_{i=1}^k a_i \cdot p^i \right), \quad k > q,$$

и дальнейший алгоритм обработки приведен в [4, 5].

Для рассматриваемого ИП колебательного типа передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1} = \frac{1}{1 + a_1 p + a_2 p^2}, \quad (3)$$

Из этого выражения следует уравнение

$$a_1 + a_2 p = (1 - W(p)) / (p W(p)),$$

которое можно привести к нормальной системе линейных уравнений с двумя неизвестными ( $a_1$  и  $a_2$ ) в соответствии с МНК [6], если записать его для  $K$  значений переменной оператора Лапласа  $p_k = k \Delta p$  ( $\Delta p$  – период дискретизации переменной оператора Лапласа), и подставить полученные в соответствии с (1) или (2) значения  $W(p)$

$$\begin{pmatrix} K & [p] \\ [p] & [p^2] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [(1 - W(p))/W(p)] \\ [(1 - W(p))/(\delta W(p))] \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $[v] = \sum_{k=1}^K v_k$  – гауссовы суммы.

Существенным фактором здесь также является выбор количества и значений периода дискретизации переменной Лапласа  $\Delta p$ . Их следует выбирать так, чтобы охватить как можно больший участок передаточной функции (рис. 2), поскольку это является определяющим условием адекватной аппроксимации функции при помощи МНК [6]. При этом нет необходимости в использовании большого числа таких точек, поскольку все уравнения системы (4) созданы при помощи одних и тех же данных экспериментально определенной ИХ или ПХ.

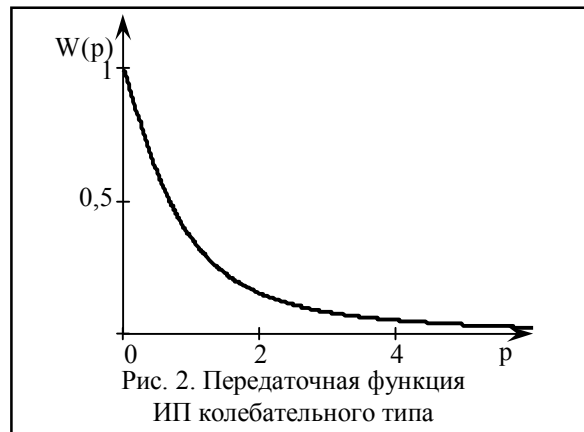


Рис. 2. Передаточная функция ИП колебательного типа

Система (4) может быть решена различными методами, например, методом Крамера

$$a_i = D_i / D,$$

где  $D$  – главный определитель системы (4);  $D_i$  определяется путем замены в главном определителе  $i$ -го столбца на столбец свободных членов.

Далее, в соответствии с выражением (3), могут быть получены постоянная времени и коэффициент затухания ИП:

$$T = \sqrt{a_2}; \quad \xi = \frac{a_1}{2T} = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}}. \quad (5)$$

### Оценивание неопределенности параметров ИП колебательного типа

Стандартные неопределенности получаемых параметров ИП вызваны наличием аддитивных шумов во входном и выходном сигналах СИТ, шумов квантования и других случайных факторов, появляющихся при измерении временной характеристики. Стандартные неопределенности постоянной времени  $u(T)$  и коэффициента затухания  $u(\xi)$ , найденных по формуле (5), имеют вид

$$u(T) = \frac{\partial T}{\partial a_2} u(a_2) = \frac{1}{2T^2} u(a_2);$$

$$\begin{aligned} u(\xi) &= \sqrt{\left( \frac{\partial \xi}{\partial a_1} \right)^2 u^2(a_1) + \left( \frac{\partial \xi}{\partial a_2} \right)^2 u^2(a_2)} = \\ &= \frac{1}{2T} \sqrt{u^2(a_1) + \frac{\xi^2}{T^2} u^2(a_2)}, \end{aligned}$$

где  $u(a_1)$  и  $u(a_2)$  – стандартные неопределенности полученных при помощи МНК коэффициентов  $a_1$  и  $a_2$  передаточной функции, определяемые по формулам  $u(a_1) = \sqrt{[p^2]/D} \cdot u[W(p)]$ ;  $u(a_2) = \sqrt{K/D} \cdot u[W(p)]$ , где  $u[W(p)]$  – стандартная неопределенность передаточной функции.

Стандартная неопределенность передаточной функции непосредственно зависит от неопределенности экспериментально полученной ИХ ( $u_g[W(p)]$ ) или ПХ ( $u_h[W(p)]$ ) ИП:

$$u_g[W(p)] = \Delta t \sqrt{\sum_{n=1}^N e^{-2np\Delta t} u[g(n\Delta t)]};$$

$$u_h[W(p)] = p\Delta t \sqrt{\sum_{n=1}^N e^{-2np\Delta t} u[h(n\Delta t)]},$$

где  $u[g(n\Delta t)]$  и  $u[h(n\Delta t)]$  – стандартные неопределенности ИХ и ПХ в дискретных точках.

Очевидно, что если измерения ИХ и ПХ осуществляются в одинаковых условиях, то  $u[g(n\Delta t)] = u[h(n\Delta t)] = u(y)$ , и, следовательно, имеет место соотношение

$$u_h[W(p)] = p \cdot u_g[W(p)],$$

из чего следует, что в случае измерения ИХ ИП при обработке результатов измерений для уменьшения неопределенности передаточной функции следует использовать значения  $p > 1$ , а при измерении ПХ – значения  $p < 1$  (рис. 3).

### Выводы

Разработан метод дискретного преобразования Лапласа ИХ и ПХ ИП колебательного типа в передаточную функцию с последующим определением ее коэффициентов при помощи МНК и расчетом постоянной времени и коэффициента затухания ИП.

Осуществлено оценивание неопределенностей постоянной времени и коэффициента затухания ИП.

Приведены практические рекомендации, позволяющие повысить точность результатов и в процессе измерительного эксперимента, и при обработ-

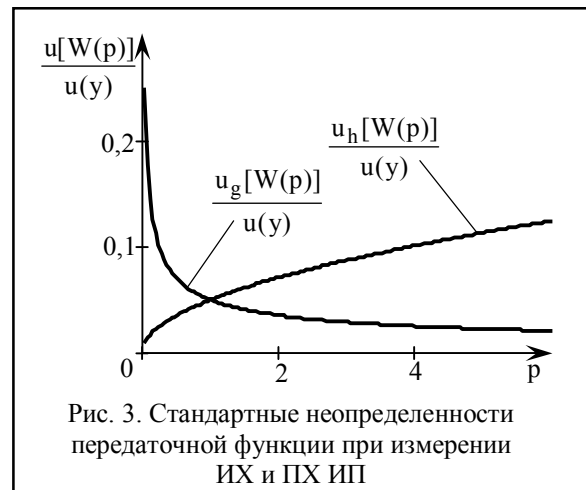


Рис. 3. Стандартные неопределенности передаточной функции при измерении ИХ и ПХ ИП

ке полученных данных. При этом неопределенности постоянной времени и коэффициента затухания могут быть уменьшены в 2...10 раз.

### Список литературы

1. Бугаков И.А. Использование метода динамических измерений физических величин для построения быстродействующих средств измерений // Измерительная техника. – 2001. – № 10. – С. 6 – 9.
2. Захаров І.П. Основні задачі метрологічної ідентифікації динамічних характеристик засобів вимірювальної техніки / С.П. Захаров, М.П. Сергієнко // Стандартизація, сертифікація, якість. – 2005. – № 3. – С. 30 – 32.
3. Грановский В.А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения / В.А. Грановский. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 220 с.
4. Спосіб визначення сталих часу аперіодичних вимірювальних перетворювачів: Патент на винахід № 77791. Україна. МПК(2006) G01R 29/02/ І.П. Захаров, М.П. Сергієнко, Г.Г. Сафарян. – № 20041109431; Заявл. 17.11.2004; Опубл. 15.12.2006, Бюл. № 12. – 4 с.
5. Захаров І.П., Сергієнко М.П. Определение параметров передаточных функций линейных систем / С.П. Захаров, М.П. Сергієнко // Системы обработки информации. – 2004. – Вып. 12(40). – С. 73 – 78.
6. Захаров І.П. Теоретическая метрология. – Х.: ХТУРЭ, 2000. – 172 с.

Поступила в редколлегию 14.04.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

### ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ КОЛИВАЛЬНОГО ТИПУ

М.П. Сергієнко, Н.О. Мартинова

Розглядається метод дискретного перетворення Лапласа імпульсної та перехідної характеристик вимірювального перетворювача коливального типу в передаточну функцію з подальшим визначенням її коефіцієнтів за допомогою МНК і розрахунком сталої часу та коефіцієнта затухання перетворювача.

**Ключові слова:** передавальна функція, імпульсна характеристика, перехідна характеристика, вимірювальний перетворювач, перетворення Лапласа, метод найменших квадратів.

### THE IDENTIFICATION OF OSCILLATORY MEASURING TRANSDUCERS DYNAMIC CHARACTERISTICS

M.P. Sergienko, N.A. Martynova

The method of discrete Laplace transform of impulse and step responses of the oscillatory measuring transducer into transfer function with subsequent definition of its coefficients by means of least squares method and calculation of time constant and attenuation coefficient is considered in this work.

**Keywords:** transmission function, impulsive description, transitional description, measuring transformer, transformation of Laplace, least-squares method.