

УДК 004.67:519.257

В.С. Ловягин¹, К.Н. Маловик², А.В. Скатков¹¹Севастопольский национальный технический университет, Севастополь²Севастопольский национальный университет ядерной энергетики и промышленности, Севастополь

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ

Рассматривается задача исследования применимости и мощности статистических непараметрических критериев для анализа данных о работе объектов критического применения. Проводится системный анализ задачи исследования мощности статистических критериев согласно принципам конечной цели, единства, модульности, функциональности, сочетания централизации и децентрализации. Приводится список типичных сценариев взаимодействия оператора (ЛПР) и исследовательского стенда.

Ключевые слова: объект критического применения, непараметрические статистические критерии, мощность критериев, управляемый эксперимент, исследовательский стенд.

Введение

Человечество окружило себя атомными станциями, системами противоракетной обороны, хранилищами с атомным оружием, мощными распределенными энергетическими и аэрокосмическими системами. Эти предметные области характеризуются огромным числом используемых компонентов: подсистем, встраиваемых модулей, как автоматических, так и автоматизированных. В системах критического применения периодически могут происходить отказы, аварии, приводящие зачастую к катастрофическим последствиям в экономике, экологии, человеческим потерям. Все объекты критического применения, являющиеся подсистемами систем критического применения (ОКП), нуждаются в непрерывном мониторинге и анализе статистических данных [1]. Анализ статистических критериев, возможно проводить на основе параметрических и непараметрических данных, однако следует учитывать что за каждый отказом объекта критического применения может быть ситуация близкая к катастрофе. Очевидно, что объемы выборок наблюдаемых параметров должны быть минимальными. В силу этого следует использовать непараметрические критерии, так как они требуют меньшие объемы выборок. Однако проблема применимости и мощности тех или иных непараметрических критериев для анализа параметров ОКП мало исследована. Целью статьи является проведение системного анализа задачи экспериментального исследования чувствительности непараметрических критериев и разработка структуры исследовательского программного комплекса (ИПК).

Использование статистических критериев для анализа наличия внешнего воздействия на ОКП

При исследовании мощности воздействия внешних факторов на сложные системы предлагается

сформулировать и проверять гипотезу H_0 : «совокупность условных распределений для вектора выходных параметров W неизменна». В случае принятия гипотезы H_0 следует вывод об отсутствии или незначительном влиянии внешних возмущающих воздействий. Конкурирующая гипотеза H_1 принимается в случае значительного воздействия внешних факторов. В рассматриваемом случае гипотезы H_0 и H_1 – простые, т.е. полностью определяют все множество параметров распределения случайной величины [2, 3].

Решение о принятии той или иной гипотезы основывается на знании выборки случайных величин W объема n либо на знании априорной информации о распределении, из которого получена выборка, если такая информация доступна.

Гипотезы H_0 и H_1 являются статистическими гипотезами. Существует два типа статистических гипотез: параметрические и непараметрические.

Параметрические гипотезы – гипотезы, относящиеся к параметрам конкретного вероятностного распределения некоторой случайной величины, таких как математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение и т.д.

Непараметрические гипотезы – независимые от вида вероятностного распределения утверждения о параметрах случайной величины, например равенство математического ожидания или дисперсии двух выборок случайных величин. Так же непараметрические гипотезы – утверждения о свойствах вероятностных распределений случайных величин, например совпадении функций распределения двух случайных величин.

Предполагается что при воздействии внешних факторов ξ на сложную систему функция распределения, математическое ожидание случайных величин W изменится. Для обоснованного принятия гипотезы H_0 либо ее отвержения и принятия конку-

рирующей гипотезы, применяются статистические критерии. Применение статистических критериев начинается с определения критических значений. При превышении расчетного критерия данного критического значения гипотеза H_0 отвергается и принимается конкурирующая гипотеза H_1 . В случае если критерий принадлежит множеству значений ограниченных критическими значениями (множество принятия гипотезы) гипотеза H_0 принимается.

При проверке гипотезы H_0 при конкурирующей гипотезе H_1 возможен риск совершения ошибок двух родов. Ошибка первого рода – отвержение верной гипотезы H_0 , и принятие неверной гипотезы H_1 . Ошибка второго рода – принятие неверной гипотезы H_0 , и отвержение верной гипотезы H_1 . Вероятность совершения ошибок первого рода – уровень значимости α , вероятность совершения ошибки второго рода обозначается β . Мощность критерия π – вероятность правильного принятия конкурирующей гипотезы H_1 и отклонения H_0 , очевидно, что $\pi = 1 - \beta$.

В интересах достижения цели данной статьи примем под чувствительностью статистического критерия определение, данное в работе [4]. Чувствительность статистического критерия – процентное отношение приращения длины выходного вектора (в данной работе мощности статистического критерия) к приращению вектора входных параметров. Данное свойство критерия позволяет обнаруживать систематический сдвиг в наблюдениях:

- при постоянстве функции распределения;
- при сохранении интервальных оценок;
- при изменении коэффициента вариации $v = \sigma/\mu$, где σ – среднее квадратическое отклонение рассматриваемой выборки, μ – математическое ожидание выборки.

Для исследования мощности параметрических и непараметрических критериев, а так же применимости их для различных объемов выборок и выборок с различными параметрами предлагается использование специализированного ИПК.

Системный анализ задачи исследования мощности статистических критериев

Для исследования мощности статистических критериев необходимо разработать исследовательский программный комплекс для определения эффективности применения статистических критериев и оценивания вероятностей совершения ошибок первого и второго рода (α и β). Для выполнения данной задачи необходимо разработать программное обеспечение данного стенда, включающее модели генераторов случайных чисел, выборки полученные с помощью которых близки к реальным выборкам параметров сложных систем.

Как правило [5], в качестве системных выделяют следующие принципы: принцип конечной

цели, принцип измерения, принцип единства, принцип связности, принцип модульности, принцип иерархии, принцип функциональности, принцип развития, принцип сочетания централизации и децентрализации, принцип учета неопределенности и случайностей.

Принципами системного анализа являются некоторые положения, носящие общий характер и обобщающие опыт работы человека со сложными системами.

Проведем системный анализ разрабатываемого программного обеспечения.

Принцип конечной цели – основополагающий принцип системного анализа. Конечная цель имеет абсолютный приоритет, в системе все должно быть подчинено достижению конечной цели. В данном случае конечной целью является получение количественных характеристик применимости статистических критериев.

Для достижения конечной цели необходимо разработать программное обеспечение для исследования эффективности статистических критериев.

Назначением разрабатываемого ИПК является решение задачи исследования чувствительности мощности критерия в условиях определенности (известен характер воздействия на систему) или неполной информации (неизвестен характер воздействия на систему).

Структурная схема использования разрабатываемого ИПК для задач с полной (П.И.) и неполной (Н.И.) информацией может быть представлено в виде, показанном на рис. 1, где ЛПР – лицо принимающее решение, СППР – система поддержки принятия решения.

Вектор X – вектор входных данных. Вектор входных данных составляют параметры генераторов случайных величин.

Вектор Z – вектор управляющих воздействий. Вектор Z составляют данные о том какой статистический критерий исследуется, для выборок случайных величин какого объема, критические значения критериев, ограничивающие множество значений критерия принятия гипотезы.

Вектор Y – вектор выходных данных. Вектор Y содержит количественные данные о вероятности допущения ошибок первого и второго рода, о мощности исследуемого критерия, необходимые для принятия решения о применимости тех или иных критериев в условиях реального использования на ОКП.

Конечной целью использования программного обеспечения является получение вектора Y на основании векторов X и Z ($Y = f(X, Z)$). В связи с необходимостью выполнения конечной цели, необходимо выполнение следующих функций:

- генерация случайных выборок с априорно заданными параметрами;

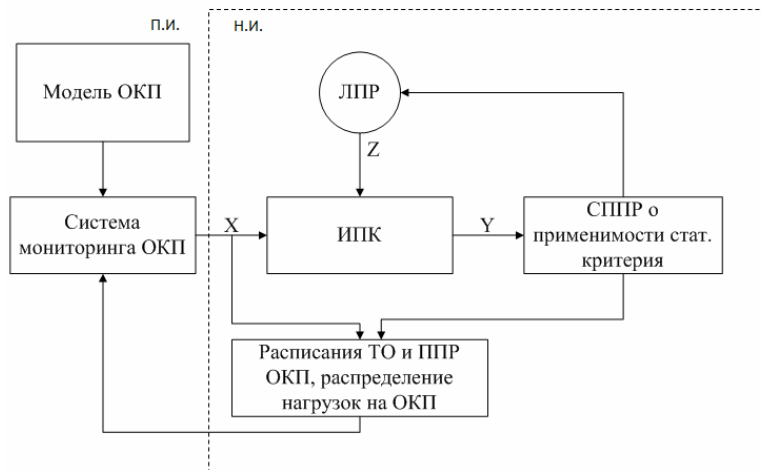


Рис. 1. Структурная схема использования разрабатываемого ИПК в условиях решения задачи с полной и неполной информацией

- обеспечение возможности исследователю (пользователю программного комплекса) управлять комплексом путем изменения параметров вектора Z ;
- обеспечение работы подсистемы проверки случайных выборок на применимость к ним статистических критериев (проверка нормальности случайных выборок);
- обеспечение работы подсистемы вычисления статистических критериев;
- обеспечение работы подсистемы логического вывода принадлежности вычисленного критерия множеству значений принятия гипотезы;
- анализ статистических вероятностей допущения ошибок первого и второго родов;
- предоставление возможности исследователю (пользователю программного комплекса) получать данные о мощностях исследуемых критериев.

Выполнение перечисленных выше функций необходимо для обеспечения достижения конечной цели.

Принцип единства. Для обеспечения функций, описанных в разделе «Принцип конечной цели», в структуре программного обеспечения выделим элементы, в дальнейшем представляемые, как подсистемы, взаимодействие которых представлено в виде графа на рис. 2:

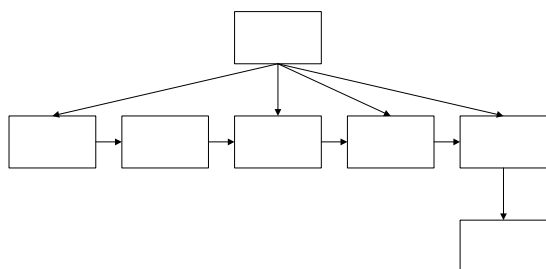


Рис. 2. Комплекс подсистем ИПК и связи между ними

- подсистема генерации выборок случайных величин (PS1);

- подсистема управления генераторами случайных величин и работой ИПК (PS2);
- подсистема проверки применимости выбранных статистических критериев к выборкам случайных величин (PS3);
- подсистема вычисления статистических критериев (PS4);
- подсистема логического вывода о принадлежности вычисленного критерия множеству значений принятия гипотезы (PS5);
- подсистема анализа статистических вероятностей допущения ошибок первого и второго родов (PS6);

- подсистема вывода данных о мощностях исследуемых критериев (PS7).

Совместное функционирование подсистем происходит в рамках единого программного комплекса и направленно на решение задачи исследования чувствительности эффективности статистических критериев.

Принцип модульности. В проектируемой системе целесообразно выделить следующие модули:

- модуль генерации случайной величины;
- модуль управления генераторами случайных величин и работой программного комплекса;
- модуль проверки применимости выбранных статистических критериев к выборкам случайных величин;
- модуль вычисления статистических критериев;
- модуль логического вывода о принадлежности вычисленного критерия множеству значений принятия гипотезы;
- модуль анализа статистических вероятностей допущения ошибок первого и второго родов;
- модуль вывода данных о мощностях исследуемых критериев.

Принцип функциональности. Рассмотрим функции подсистем разрабатываемого ИПК, используя функции, описанные в пункте «Принцип конечной цели».

Функцией модуля генерации случайной величины является генерация выборок случайных величин заданного объема, согласно заданному закону распределения с априорно заданными параметрами.

Функцией модуля управления генераторами случайных величин и работой ИПК является установка объемов генерируемых выборок, выбор пользователем программного комплекса (ЛПР) закона распределения случайных величин и его параметров.

Функцией модуля проверки применимости выбранных статистических критериев к выборкам случайных величин является анализ выборок случайных величин, их нормализация и приведения к

виду, необходимому для того или иного статистического критерия.

Функцией модуля вычисления статистических критериев является подсчет выбранного пользователем статистического критерия в применении к сгенерированным выборкам случайных величин.

Функцией модуля логического вывода о принадлежности вычисленного критерия множеству значений принятия гипотезы является принятие решения о верности статистической гипотезы H_0 или конкурирующей гипотезы H_1 .

Функцией модуля анализа статистических вероятностей допущения ошибок первого и второго родов является выполнение ряда экспериментов с заданными параметрами генераторов случайных величин с целью сбора статистических данных для вычисления статистических вероятностей допущения ошибок первого и второго рода.

Функцией модуля вывода данных о мощностях исследуемых критериев является предоставление пользователю программного комплекса информации о мощности исследуемого статистического критерия.

Принцип сочетания централизации и децентрализации. В проектируемом ИПК выделен ряд множество подсистем (см. пункт «Принцип единства»). Практически каждую из выделенных подсистем возможно разделить на более мелкие подсистемы и реализовывать, как автономные модули. Данный подход позволит получить множество автономно исполняемых модулей, что позволит с меньшими затратами разрабатывать ИПК или осуществлять их модернизацию.

С другой стороны, возможно объединить все подсистемы в один модуль, с целью применения модуля в системах более высокого иерархического уровня.

Принцип учета неопределенности и случайности. В проектируемой системе следует учесть возможность случайных процессов, к примеру, генераторы случайных выборок должна генерировать случайные величины по определенным законам распределения случайных величин, задаваемых пользователем системы. Также необходимо учесть реакцию системы на ввод пользователем некорректных данных (к примеру, отрицательные объемы выборок).

Типовые сценарии работы исследовательского программного комплекса

Предлагаемый ИПК для исследования чувствительности непараметрических статистических критериев должен активно взаимодействовать с ЛППР о применимости того или иного критерия в заданных условиях. Взаимодействие осуществляется на основе информации получаемой ЛППР от стенда через модуль интерфейса.

Существуют несколько типовых сценариев взаимодействия ЛППР с ИПК. Перечислим возможные типовые сценарии:

- оценка применимости генераторов PS1 для исследования мощности статистических критериев;
- оценка рисков допущения ошибок первого и второго родов при использовании подсистемы PS6;
- тестирование модулей обработки данных получаемых с помощью ИПК;
- проверка применимости статистического критерия с помощью подсистемы PS3;
- решение оптимизационной задачи по минимизации расстояние между ожидаемой мощностью критерия и требуемой.

Предоставим один из типовых сценариев взаимодействия ЛППР с ИПК по оценке рисков допущения ошибок первого и второго рода при использовании непараметрических статистических критериев.

Оптимизационная задача минимизации расстояния между ожидаемой и требуемой мощностью статистического критерия

Очевидно, что для нахождения оптимального статистического критерия в отношении применимости его к задаче анализа статистических данных о функционировании ОКП необходимо минимизировать расстояние (1) между фактической и требуемой мощностью критерия

$$|\pi - \pi'| \rightarrow \min, \quad (1)$$

где π' – требуемая мощность критерия, π – фактическая мощность критерия.

Фактическая мощность критерия является функционалом следующего вида:

$$\pi = f(K, n, R, F, z), \quad (2)$$

где $K = \{K_{\text{Пирсона}}, K_{\text{Уилкоксона}}, \dots, K_{\text{Колмогорова}}\}$ – исследуемый статистический непараметрический критерий;

n – объем выборки, анализируемый с помощью выбранного критерия;

R – уровень рандомизации генеральной совокупности, из которой делается выборка параметров, объемом n ;

$F = \langle f(x), p \rangle$ – функция распределения $f(x)$ генеральной совокупности, и ее параметры p ;

z – возмущающее воздействие которое изменяет свойства генеральной совокупности, определяется по формуле

$$z = z_1 \wedge z_2 \wedge z_3 \wedge z_4 \wedge z_5, \quad (3)$$

где обозначено:

z_1 – неудовлетворительная рандомизация генеральной совокупности;

z_2 – аддитивная или мультипликативная составляющая в наблюдениях, обеспечивающая систематический сдвиг;

z_3 – изменение области определения генеральной совокупности;

z_4 – изменение числовых характеристик генеральной совокупности;

z_5 – изменение функции распределения генеральной совокупности.

Удобным геометрическим отображением всего множества ситуаций воздействия возмущающих факторов на плоскости можно выполнить на основе диаграммы Венна. Данная диаграмма позволяет:

– обеспечить функциональную полноту рассмотрения всех ситуаций;

– определение пограничных ситуаций, что позволит разработать рациональную стратегию проведения экспериментов;

– систематизировать полученные экспериментальные данные с точки зрения их наглядного представления в виде выделенных подмножеств на диаграмме.

Можно показать, что диаграмма Венна факторов вызывающих возмущающее воздействие на генеральную совокупность случайных чисел, получаемых с помощью предлагаемого ИПК, имеет вид, предоставленный на рис. 3.

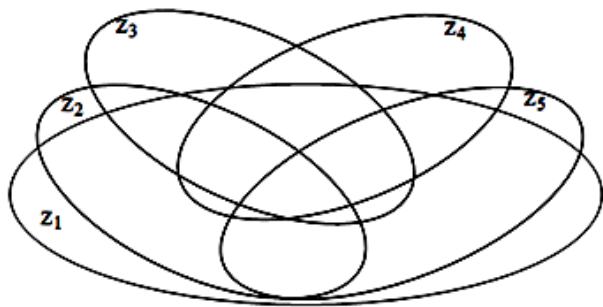


Рис. 3. Диаграмма Венна множества ситуаций воздействия возмущающих факторов на генеральную совокупность случайных величин

Следует заметить что функция (1) стремится к минимуму при:

– минимальном математическом ожидании между расчетным значением статистического критерия и его табличных значений при отсутствии возмущающего воздействия ($z = 0$);

– максимальном математическом ожидании между расчетным значением статистического критерия и его табличных значений при наличии возмущающего воздействия ($z = 1$).

В связи с возможностью наличия возмущающего воздействия возникает задача распознавания типа возмущающего воздействия. ЛППР с помощью ИПК может определить наличие одного компонента возмущающего воздействия. В случае наличия двух или более компонент определение их становится сложной задачей, требующей от ЛППР опыта работы с ИПК, интуиции и обширных знаний в области статистического анализа.

Выводы

Предложенный исследовательский программный стенд имеет высокую научную ценность для исследования применимости аппарата математической статистики в сфере предупреждения и предотвращения аварий на ОКП.

Список литературы

1. Ястребецкий М.А. Оценка уровня безопасности информационных и управляющих систем АЭС / М.А. Ястребецкий, В.В. Инюшев, О.Н. Бутова // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – Х.: Изд-во ХАИ, 2008. – № 8 (27). – С. 96-103.
2. Статистический анализатор малого числа наблюдений / И.П. Демаков и др. – Л., 1973. – 27 с.
3. Лемешко Б.Ю. О распределениях статистик непараметрических критериев согласия при оценивании по выборкам параметров наблюдаемых законов / Б.Ю. Лемешко, С.Н. Постовалов // Заводская лаборатория. – 1998. – Т. 64, № 3. – С. 61-72.
4. Задачи и модели исследований операций. Ч. 3. Технологии имитации на ЭВМ и принятие решений: учебное пособие / И.В. Максимей, В.Д. Левчук, С.П. Жогаль, В.Н. Подобедов – Гомель: БелГУТ, 1999. – 150 с.
5. Антонов А.В. Системный анализ / А.В. Антонов. – М: Высшая школа, 2004. – 454 с.

Поступила в редколлегию 11.08.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.А. Краснодарец, Севастопольский национальный технический университет, Севастополь.

ПРОГРАМНИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЧУТЛИВОСТІ НЕПАРАМЕТРИЧНИХ КРИТЕРІЇВ

В.С. Ловягін, К. М. Маловик, О.В. Скатков

Розглядається задача дослідження придатності та потужності статистичних непараметричних критеріїв для аналізу даних про роботу об'єктів критичного застосування. Здійснюється системний аналіз завдання дослідження потужності статистичних критеріїв згідно принципам кінцевої мети, єдності, модульності, функціональності, поєднання централізації та децентралізації. Наводиться список типових сценаріїв взаємодії оператора (ЛППР) та дослідницького стенда.

Ключові слова: об'єкт критичного застосування, непараметричні статистичні критерії, потужність критеріїв, керований експеримент, дослідницький стенд.

SOFTWARE COMPLEX FOR RESEARCH OF THE SENSITIVITY OF NONPARAMETRIC TESTS

V.S. Lovyaghin, C. N. Malovik, A.V. Skatkov

The problem of the applicability and power of nonparametric statistics to analyze data on the objects of critical applications is considered. The systematic analysis of the objectives of the study the power of statistical tests in accordance with the principles of the ultimate goal of unity, modularity, functionality, combination of centralization and decentralization is carried out. Typical interaction scenarios of user and the research bench are listed.

Keywords: object of critical applications, nonparametric statistical tests, criteria power, controlled experiment, research stand.