

УДК 623.618

С.А. Олизаренко, А.В. Перепелица, В.А. Капранов

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## НЕЧЕТКИЕ ЛОГИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕРВАЛЬНОГО ТИПА 2. АРХИТЕКТУРА И МЕХАНИЗМ ВЫВОДА

В работе рассмотрены основные компоненты базовой архитектуры нечетких логических систем интервального типа 2. Представлен механизм вывода, реализуемый этими компонентами в случае четкого ввода и вывода нечетких логических систем интервального типа 2, на основе использования математики для нечетких множеств первого типа. В рамках исследования интеллектуальных информационных технологий предложена базовая архитектура системы поддержки принятия решений на основе использования основных компонентов архитектуры и механизма вывода нечетких логических систем интервального типа 2.

**Ключевые слова:** интервальное нечеткое множество типа 2, нечеткая логическая система интервального типа 2, занимая площадь неопределенности, система поддержки принятия решений.

### Введение

**Постановка проблемы.** В настоящее время, в рамках исследования нечетких логических систем (*fuzzy logic systems*), одними из актуальных являются вопросы, связанные с построением и функционированием нечетких логических систем интервального типа 2 (*interval type-2 fuzzy logic systems*). В общем случае, нечеткими логическими системами интервального типа 2 (НЛС ИТ2) называются нечеткие логические системы, которые используют интервальные нечеткие множества типа 2 (ИНМТ2) в качестве значений лингвистических переменных из состава условий (*antecedent*) и заключений (*consequent*) соответствующих нечетких продукционных правил. При этом, ИНМТ2, с одной стороны, обеспечивают формализацию большего количества дополнительных степеней неопределенности, по сравнению с нечеткими множествами типа 1 (НМТ1), с другой стороны, являются «реализуемыми» при разработке нечетких логических систем и обладают меньшей вычислительной сложностью, по сравнению с общими нечеткими множествами типа 2 (НМТ2). В то же время, в немногочисленных отечественных авторских и переводных публикациях об общих НМТ2 и ИНМТ2, например, [1] или [2], не рассматриваются вопросы построения и функционирования НЛС ИТ2, что в свою очередь затрудняет дальнейшие исследования в этой области. При этом, в достаточно многочисленных публикациях зарубежных авторов по данной тематике, НЛС ИТ2 рассматриваются, как правило, в контексте разработки только нечетких контроллеров [3, 4]. В то же время, особый интерес представляют исследования подходов к использованию компонентов архитектуры и механизма вывода НЛС ИТ2 при разработке интеллектуальных систем поддержки принятия решений (*Intelligent Decision Support System*) в рамках интеллектуальных информационных технологий. При

этом, несмотря на бурное развитие в области систем поддержки принятия решений (СППР) за последние 30 лет (первооткрывателями СППР считаются Кин (Keen P.G.W.) и Скотт (Scott Morton M.S.) [5]), до настоящего времени отсутствуют как единое общепринятое определение СППР, их исчерпывающая классификация в целом, так и единые подходы к принципам построения интеллектуальных СППР на основе нечеткой логики в частности.

**Анализ литературы.** При анализе литературы акцент делался на публикациях, в которых представлены результаты, аккумулирующие исследования последних лет по ИНМТ2 и НЛС ИТ2. В первую очередь, это работы [6, 7], в которых введена и усовершенствована концепция определения центра тяжести для общих НМТ2 и на ее базе разработан алгоритм вычисления центра тяжести для ИНМТ2. В работах [8, 9] рассмотрена базовая концепция НЛС ИТ2, функционирующих на основе использования ИНМТ2. Работа [10] представляет собой фактический стандарт IEEE CIS Standards Committee в области ИНМТ2 и НЛС ИТ2, аккумулирующий в себе последние достижения по НЛС ИТ2 и предлагаемый к широкому использованию. Работы [11, 12, 13, 14] представляют собой пример дальнейших направлений теоретических исследований в области НЛС ИТ2 последних лет (например, расширение метода центра тяжести для ИНМТ2 или разработка метода перехода к этапу дефазификации без приведения типов). С более полным перечнем публикаций как по НЛС ИТ2, так и по ИНМТ2 можно ознакомиться на сайте «<http://sipi2b.usc.edu/~mendel/>» в перечне ссылок «References for Type-2 Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Systems», подготовленном Дж.М. Менделем (J.M. Mendel). При этом непосредственно материалы данной статьи можно рассматривать как логическое продолжение исследований, проведенных в работах [15, 16]. Работы же, посвященные исследованию СППР на основе нечеткой логики, от-

ражают прежде всего вопросы, связанные с использованием в данном контексте только нечетких множеств типа 1 (НМТ1) и соответствующих нечетких логических систем типа 1 (НЛС Т1) [17, 18, 19].

**Цель статьи.** Целью статьи является представление базовой архитектуры и механизма вывода для НЛС ИТ2, а также предложений по их интеграции в СППР, что позволит в дальнейшем перейти к вопросам разработки СППР на базе ИНМТ2 с использованием интеллектуальных информационных технологий.

### Основная часть

Типовая архитектура НЛС ИТ2 представлена на рис. 1.

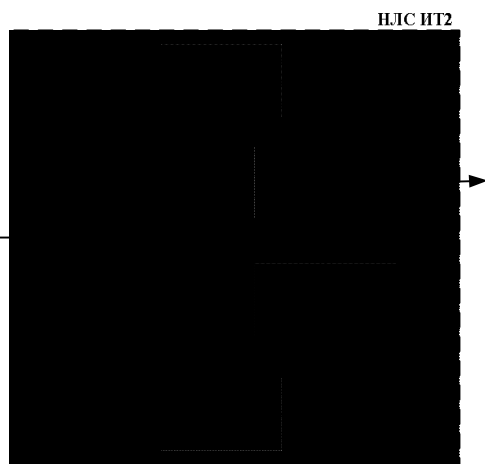


Рис. 1. Архитектура нечеткой логической системы интервального типа 2

Она состоит из следующих компонентов: базы правил (rule base), блока фаззификации (fuzzifier), блока вывода (inference), блока приведения типа (type-reducer), блока дефаззификации (defuzzifier) [8, 9, 10]. При этом заметим, что основное отличие в структуре НЛС ИТ2 от НЛС Т1, основанной на использовании НМТ1, заключается в наличии блока приведения типа (см. рис. 1), сущность работы которого будет рассмотрена ниже. В общем случае ввод и вывод нечеткой логической системы могут быть как четкими, так и нечеткими или комбинированными, однако в рамках данной статьи ограничимся рассмотрением только случая с четкими вводом и выводом соответственно (см. рис. 1). Рассмотрим назначение, структуру и порядок функционирования каждого блока НЛС ИТ2, представленной на рис. 1.

#### 1. База правил

База правил НЛС ИТ2 предназначена для формального представления эмпирических знаний или знаний экспертов в предметной области. База правил представляет собой множество нечетких продукционных правил в виде «IF-THEN», в которых условия и заключения сформулированы в виде нечетких лингвистических высказываний [1].

Под нечеткими лингвистическими высказываниями будем понимать высказывания следующих видов:

1) нечеткие лингвистические высказывания вида « $\beta$  is  $\alpha$ », где  $\beta$  – наименование лингвистической переменной (ЛП),  $\alpha$  – ее значение, которому соответствует отдельный лингвистический терм (наименование нечеткой переменной (НП)) из базового терм-множества ЛП  $\beta$ ;

2) составные нечеткие высказывания, образованные из высказываний первого типа и нечетких логических операций в виде связок «and» или «or».

Нечеткие лингвистические высказывания из состава условий правил будем называть входными ЛП правила, а нечеткие лингвистические высказывания из состава заключений правил – выходными ЛП.

Таким образом, нечеткое продукционное правило R представляется в следующем виде

$$R : \text{if } \beta_1 \text{ is } \alpha_1 \text{ and (or) ... and (or) } \beta_n \text{ is } \alpha_n \text{ then } \beta_{n+1} \text{ is } \alpha_{n+1} \text{ and (or) ... and (or) } \beta_m \text{ is } \alpha_m. \quad (1)$$

В зависимости от наличия составных нечетких высказываний в условиях и заключениях нечетких продукционных правил, полученных с использованием логических операций в виде связок «and» и «or», различают три типа структуры правил: SISO-структуру (Single Input Single Output), MISO-структуру (Multiple Input Single Output), MIMO-структуру (Multiple Input Multiple Output). В дальнейшем, исходя из гипотезы о взаимной независимости выходных ЛП и конъюнктивной формы заключения нечеткого правила с MIMO-структурой, будем рассматривать в рамках базы правил НЛС ИТ2 только нечеткие правила с MISO-структурой (при этом учитывая, что правило с SISO-структурой является частным случаем правила с MISO-структурой).

Тогда нечеткое продукционное правило в выражении (1) будем представлять в следующем виде

$$R : \text{if } \beta_1 \text{ is } \alpha_1 \text{ and ... and } \beta_n \text{ is } \alpha_n \text{ then } \beta_{n+1} \text{ is } \alpha_{n+1}. \quad (2)$$

где  $\beta_i$  – наименование входной ЛП, задаваемой кортежем  $\langle \beta_i, T_i, X_i, G_i, M_i \rangle$ , где  $i = 1, \dots, n$  и  $n$  – количество входных ЛП;  $T_i = \{ \alpha_i \}$  – множество значений (термов) входной ЛП правила R, каждое из которых представляет собой наименование НП;  $X_i$  – область значений НП, наименования которых входят в  $T_i$ ;  $G_i$  – синтаксическая процедура генерирования новых значений для ЛП;  $M_i$  – семантическая процедура, ставящая в соответствие значению ЛП (в том числе новому) нечеткое множество;  $\beta_{n+1}$  – наименование выходной ЛП, задаваемой кортежем  $\langle \beta_{n+1}, T_{n+1}, Y, G_{n+1}, M_{n+1} \rangle$ ;  $\alpha$  (из состава входных ЛП) – наименование НП, задаваемой кортежем

$\langle \alpha, X_i, \tilde{A} \rangle$ ,  $i = 1, \dots, n$ , где  $\tilde{A} \subseteq X_i$ ,  $\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\}$  или  $\tilde{A} = \{((x, u), 1) \mid \forall x \in X_i, \forall u \in J_x \subseteq U = [0, 1]\}$  – ИНМТ2 на множестве  $X_i$ , описывающее возможные значения, которые может принимать НП  $\alpha \in T_1$ ;  $\alpha$  (из состава выходной ЛП) – наименование НП, задаваемой кортежем  $\langle \alpha, Y, \tilde{B} \rangle$ , где  $\tilde{B} = \{y, \mu_{\tilde{B}}(y)\}$  или  $\tilde{B} = \{((y, u), 1) \mid \forall y \in Y, \forall u \in J_y \subseteq U = [0, 1]\}$  – ИНМТ2 на множестве  $Y$ , описывающее возможные значения, которые может принимать НП  $\alpha \in T_{n+1}$ .

Таким образом, согласно выражению (2), база правил НЛС ИТ2 состоит из правил, условия и заключения которых формируются на основе ИНМТ2 в отличии, например, от НЛС Т1, у которой условия и заключения правил формируются на основе НМТ1.

В общем случае НЛС является НЛС ИТ2 тогда, когда или условие или заключение правила формируется на основе хотя бы одного ИНМТ2.

С точки зрения математической формализации, нечеткое продукционное правило, представленное выражением (2), рассматривается как нечеткая импликация вида [7 – 9]:

$$\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}, \tag{3}$$

где  $\tilde{A} \subseteq X$  и  $\tilde{B} \subseteq Y$  – ИНМТ2, представляющие соответственно условие и заключение (описывающие возможные значения НП);  $X$  – область определения условия (в общем случае  $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  и соответственно  $\tilde{A} = \tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_n$  для рассматриваемых нечетких продукционных правил с MISO-структурой согласно выражению (2));  $Y$  – область определения заключения.

С использованием математики НМТ2 нечеткая импликация (3) представляется также следующим выражением

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}}(x, y) &= \mu_{\tilde{A}}(x) \Pi \mu_{\tilde{B}}(y) = \\ &= \mu_{\tilde{A}_1}(x_1) \Pi \mu_{\tilde{A}_2}(x_2) \Pi \dots \Pi \mu_{\tilde{A}_n}(x_n) \Pi \mu_{\tilde{B}}(y), \end{aligned}$$

где  $\Pi$  – операция пересечения (*meet*), используемая в математике для НМТ2. Как правило, в качестве операции пересечения используются операция произведения (*product*) или операция минимума (*minimum*).

В рамках данной статьи методы формирования нечетких высказываний (в том числе задания функций принадлежности) в условиях и заключениях нечетких продукционных правил подробно не рассматриваются. В общем случае формирование нечетких высказываний рекомендуется начинать с использования наиболее простых форм функций принадлежности, а именно – кусочно-линейных функций. В последствии, их характер может быть уточ-

нен и учтен в ходе корректировки НЛС (например, на этапе обучения НЛС).

Исследование вопросов обеспечения полноты и непротиворечивости базы правил также выходит за рамки рассмотрения данной статьи.

В заключении рассмотрения базы правил НЛС ИТ2 заметим, что соответствующие нечеткие продукционные правила в рамках интеллектуальных информационных технологий можно рассматривать как декларативные знания, т.е. знания, содержащие информацию о свойствах предметной области, непосредственно доступную для использования [20].

## 2. Блок фаззификации

Блок фаззификации реализует соответствующую процедуру фаззификации. Сущность выполнения процедуры фаззификации, которая выполняется в два этапа, заключается в нахождении значений функций принадлежности ИНМТ2 на основе обычных (не нечетких) данных.

На первом этапе фаззификации конкретным значениям входных переменных НЛС ИТ2  $x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$  ставятся в соответствие ИНМТ2:

$$\begin{aligned} \tilde{A}' &= \tilde{A}'_1 \times \tilde{A}'_2 \times \dots \times \tilde{A}'_n, \\ \tilde{A}' \subseteq X &= X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n, \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}'}(x) &= \mu_{\tilde{A}'_1 \times \tilde{A}'_2 \times \dots \times \tilde{A}'_n}(x) = \\ &= \mu_{\tilde{A}'_1}(x_1) \Pi \mu_{\tilde{A}'_2}(x_2) \Pi \dots \Pi \mu_{\tilde{A}'_n}(x_n). \end{aligned} \tag{6}$$

При выполнении фаззификации, в общем случае, используются операции типа singleton или non-singleton. В рамках данной статьи будем использовать только операцию типа singleton, как наиболее часто используемую на практике.

В результате выполнения операции типа singleton конкретным значениям входных переменных сопоставляются множества, которые назовем одноточечными ИНМТ2 (*singleton interval type-2 fuzzy set*), чьи вторичные функции принадлежности при представлении ИНМТ2 способом вертикального среза задаются как

$$\mu_{\tilde{A}'}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = x', \\ 0, & \text{если } x \neq x'. \end{cases} \tag{7}$$

На втором этапе фаззификации выполняется установление соответствия между фаззифицированными конкретными значениями входных переменных НЛС ИТ2, представленными в виде одноточечных ИНМТ2 (7), и соответствующими им термами входных ЛП, представленными в виде ИНМТ2. В случае использования операции типа singleton результат установления соответствия представляется как

$$\begin{aligned} & \mu_{\tilde{A}_i}(x') \prod \mu_{\tilde{A}_i}(x') = \\ & = \mu_{\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_n}(x') \prod \mu_{\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_n}(x') = \\ & = \mu_{\tilde{A}_1}(x'_1) \prod \mu_{\tilde{A}_2}(x'_2) \prod \dots \\ & \dots \prod \mu_{\tilde{A}_n}(x'_n) \prod \mu_{\tilde{A}_1}(x'_1) \prod \mu_{\tilde{A}_2}(x'_2) \prod \dots \prod \mu_{\tilde{A}_n}(x'_n) = \\ & = (\mu_{\tilde{A}_1}(x'_1) \prod \mu_{\tilde{A}_1}(x'_1)) \prod (\mu_{\tilde{A}_2}(x'_2) \prod \mu_{\tilde{A}_2}(x'_2)) \prod \dots \quad (8) \\ & \dots \prod (\mu_{\tilde{A}_n}(x'_n) \prod \mu_{\tilde{A}_n}(x'_n)) = \end{aligned}$$

$= \mu_{\tilde{A}_1}(x'_1) \prod \mu_{\tilde{A}_2}(x'_2) \prod \dots \prod \mu_{\tilde{A}_n}(x'_n) = \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(x'_i)$ ,  
 где непосредственно результат сопоставления фаззифицированного конкретного значения входной переменной  $x'_i$  и термина входной ЛП в виде ИНМТ2  $\tilde{A}_i$  представляется как вторичная функция принадлежности (представление способом вертикального среза)

$$\mu_{\tilde{A}_i}(x'_i) = \int_{u \in J_{x'_i}} \left[ \mu_{\tilde{A}_i}(x'_i), \bar{\mu}_{\tilde{A}_i}(x'_i) \right] \frac{1}{u}, \quad (9)$$

где  $u$  – вторичная переменная (*secondary variable*);  $J_{x'_i}$  – первичная принадлежность (*primary membership*), представляющая собой область определения вторичной функции принадлежности  $\mu_{\tilde{A}_i}(x'_i)$ ;  $\bar{\mu}_{\tilde{A}_i}(x'_i)$  – значение верхней функции принадлежности (*upper membership function*);  $\underline{\mu}_{\tilde{A}_i}(x'_i)$  – значение нижней функции принадлежности (*lower membership function*).

Учитывая, что в ИНМТ2 третья размерность в вычислительном плане не используется, так как не передает новой информации об ИНМТ2, и ИНМТ2 полностью описывается (определяется) его занимаемой площадью неопределенности, то результат сопоставления фаззифицированного конкретного значения входной переменной  $x'_i$  и термина входной ЛП в виде ИНМТ2  $\tilde{A}_i$  достаточно представить в виде интервала значений вторичной переменной, т.е. в виде первичной принадлежности  $J_{x'_i}$ , где

$$J_{x'_i} = \left[ \underline{\mu}_{\tilde{A}_i}(x'_i), \bar{\mu}_{\tilde{A}_i}(x'_i) \right], J_{x'_i} \in \text{FOU}(\tilde{A}_i), \quad (10)$$

где  $\text{FOU}(\tilde{A}_i)$  – занимаемая площадь неопределенности (*footprint of uncertainty*) ИНМТ2  $\tilde{A}_i$ .

Пример графической интерпретации выполнения фаззификации с использованием операции типа singleton для НЛС ИТ2, в результате которой входным переменным  $x' = (x'_1, x'_2)^T$  ставятся в соответствие ИНМТ2  $\tilde{A}' = \tilde{A}'_1 \times \tilde{A}'_2$ , показан на рис. 2 (равномерная заштриховка FOU означает, что значением всех вторичных степеней ИНМТ2  $\tilde{A}'_1$  и  $\tilde{A}'_2$  является 1).

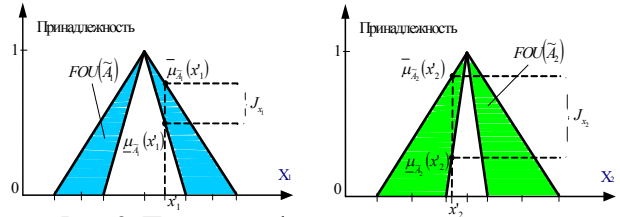


Рис. 2. Пример графической интерпретации выполнения фаззификации с использованием операции типа singleton для НЛС ИТ2

### 3. Блок вывода

При разработке НЛС в основном используются два способа нечеткого логического вывода: прямой способ нечеткого логического вывода, базирующийся на обобщенном (нечетком) правиле вывода модус поненс (*modus ponens*), и обратный способ нечеткого логического вывода, базирующийся на правиле вывода модус толленс (*modus tollens*). В рамках данной статьи будем рассматривать прямой способ нечеткого логического вывода, при этом процесс получения результата прямого нечеткого логического вывода в НЛС ИТ2 с использованием ИНМТ2 представляется в следующем виде [8, 9]:

$$\tilde{B}' = \tilde{A}' \bullet \tilde{R} = \tilde{A}' \bullet (\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}), \quad (11)$$

где  $\bullet$  – операция композиции (композиционное правило вывода);  $\tilde{A}'$  – ИНМТ2 согласно выражению (5), представляющее условие обобщенного (нечеткого) правила вывода модус поненс;  $\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}$  – нечеткая импликация обобщенного (нечеткого) правила вывода модус поненс согласно выражения (3);  $\tilde{B}'$  – ИНМТ2, представляющее вывод обобщенного (нечеткого) правила вывода модус поненс.

С использованием расширенного правила supstar композиции выражение (11) представляется в следующем виде

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{B}'}(y) &= \prod_{x \in X} \left[ \mu_{\tilde{A}'}(x) \prod \mu_{\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}}(x, y) \right] = \\ &= \prod_{x \in X} \left[ \mu_{\tilde{A}'}(x) \prod \mu_{\tilde{A}}(x) \prod \mu_{\tilde{B}}(y) \right], \quad (12) \end{aligned}$$

где  $\prod$  – операция объединения (*join*) в математике для НМТ2.

Исходя из выражения (8), выражение (12) представляется в следующем виде

$$\mu_{\tilde{B}'}(y) = \mu_{\tilde{A}' \rightarrow \tilde{B}}(x', y) = \left[ \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(x'_i) \right] \prod \mu_{\tilde{B}}(y). \quad (13)$$

Выражение (13) определяет результат вывода для одного нечеткого продукционного правила. Предположим, что база правил включает  $M$  нечетких продукционных правил. Из них, в результате подачи на вход НЛС ИТ2 входного сигнала  $x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$ , являются активизированными (*fire*)  $m$  нечетких продукционных правил, имеющих в составе заключения одну и ту же выходную ЛП. Тогда результат нечеткого логического вывода представляется как

$$\mu_{\tilde{B}'}(y) = \prod_{i=1}^m \mu_{\tilde{B}'_i}(y), \quad (14)$$

где  $\mu_{\tilde{B}'_1}(y)$  – функция принадлежности ИНМТ2  $\tilde{B}'_1$  1-го активизированного правила, полученная согласно выражению (13).

Непосредственно функционирование блока вывода НЛС ИТ2 определяется, как и для НЛС Т1, последовательным выполнением следующих трех процедур:

1) процедура агрегирования (*aggregation*) – определение агрегированной степени истинности по всем условиям каждого активизированного нечеткого продукционного правила в виде так называемого активизационного уровня (*firing level*)

$$f(x') = \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(x'_i); \quad (15)$$

2) процедура активизации (*activation*) – процедура нахождения степени истинности заключения каждого активизированного нечеткого продукционного правила согласно выражению (13);

3) процедура аккумуляции (*accumulation*) – процедура нахождения аккумулярованной степени истинности для каждой из выходных ЛП согласно выражения (14).

Однако на практике, при разработке НЛС ИТ2, вместо операций объединения (*join*) и пересечения (*meet*) для НМТ2 используются операции объединения (*union*), пересечения (*intersection*) и дополнения (*complement*) для НМТ1. Данная возможность является следствием доказательства представительской теоремы для ИНМТ2. Следствием которой также есть то, что ИНМТ2 полностью определяется его FOU. При этом в работе [8] показано также, что FOU ИНМТ2 также можно получить по результатам нечеткого логического вывода с использованием математики для НМТ1, а не только математики для НМТ2.

### 3.1. Выполнение процедуры агрегирования с использованием математики НМТ1

Сущность выполнения процедуры агрегирования для НЛС ИТ2 с использованием математики для НМТ1 состоит в нахождении активизационного уровня, представляющего собой агрегированную степень истинности по всем условиям активизированного нечеткого продукционного правила.

В работах [8, 9] доказано, что имея результат фаззифицирования согласно выражения (10), результат выполнения процедуры агрегирования для активизированного нечеткого продукционного правила можно представить в следующем виде (в отличие от выражения (15)):

$$\begin{aligned} f(x') &= [f(x'), \bar{f}(x')] = \\ &= \left[ T(\mu_{\tilde{A}_1}(x'_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x'_n)), \right. \\ & \left. T(\bar{\mu}_{\tilde{A}_1}(x'_1), \dots, \bar{\mu}_{\tilde{A}_n}(x'_n)) \right] = \\ &= \left[ T_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(x'_i), T_{i=1}^n \bar{\mu}_{\tilde{A}_i}(x'_i) \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где  $f(x')$  – активизационный уровень в виде активизационного интервала;  $f(x') \equiv \underline{f}$  – значение нижней границы активизационного интервала, полученное с использованием операции Т-нормы, аргументами которой являются значения нижних функций принадлежности ИНМТ2 из условия активизированного нечеткого продукционного правила;  $\bar{f}(x') \equiv \bar{f}$  – значение верхней границы активизационного интервала, полученное с использованием операции Т-нормы, аргументами которой являются значения верхних функций принадлежности ИНМТ2 из условия активизированного нечеткого продукционного правила; Т – обозначение операции Т-нормы, в качестве Т-нормы используются операция произведения или операция минимума.

На рис. 3 показан пример графической интерпретации выполнения процедуры агрегирования для НЛС ИТ2 на основе использования математики для НМТ1 (в данном случае, операции минимума), в результате которой определяется степень истинности условия активизированного нечеткого продукционного правила (представляющая собой интервал), чьи входные ЛП описываются ИНМТ2  $\tilde{A} = \tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2$  (этап фаззифицирования выполнен в соответствии с примером, приведенным на рис. 2).

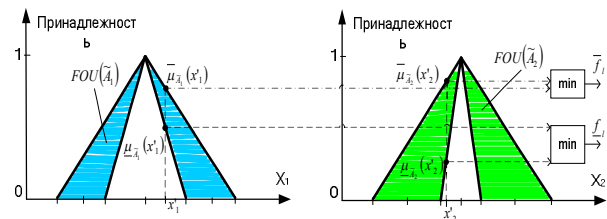


Рис. 3. Пример графической интерпретации выполнения процедуры агрегирования для НЛС ИТ2 на основе использования математики для НМТ1

### 3.2. Выполнение процедуры активизации с использованием математики НМТ1

Сущность выполнения процедуры активизации для НЛС ИТ2 с использованием математики для НМТ1 состоит в нахождении значений нижней и верхней границ FOU ИНМТ2, представляющего собой результат активизации.

ИНМТ2  $\tilde{B}'$ , представляющее результат выполнения обобщенного (нечеткого) правила вывода модус поненс согласно выражений (11) и (12), может быть представлено с использованием его FOU как

$$\tilde{B}' = \frac{1}{FOU(\tilde{B}')}, \quad (17)$$

где

$$FOU(\tilde{B}') = \bigcup_{y \in Y} [\mu_{\tilde{B}'}(y), \bar{\mu}_{\tilde{B}'}(y)]. \quad (18)$$

В работах [8, 9] показано, что выполнение процедуры активизации может быть сведено к нахождению значений нижней и верхней границ  $FOU(\tilde{B}')$  на основе выполнения модифицированной композиционной операции между определенным на предыдущем этапе агрегированным значением степеней истинности условий нечеткого продукционного правила, представляющим согласно выражения (16) активизационный интервал, и соответствующими нижней и верхней границами  $FOU(\tilde{B})$  заключения правила

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{B}'}(y) &= \\ &= \underline{f}^T * \mu_{\tilde{B}}(y) = \left[ T_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(x'_i) \right]^T * \mu_{\tilde{B}}(y), \forall y \in Y; \quad (19) \\ \bar{\mu}_{\tilde{B}'}(y) &= \end{aligned}$$

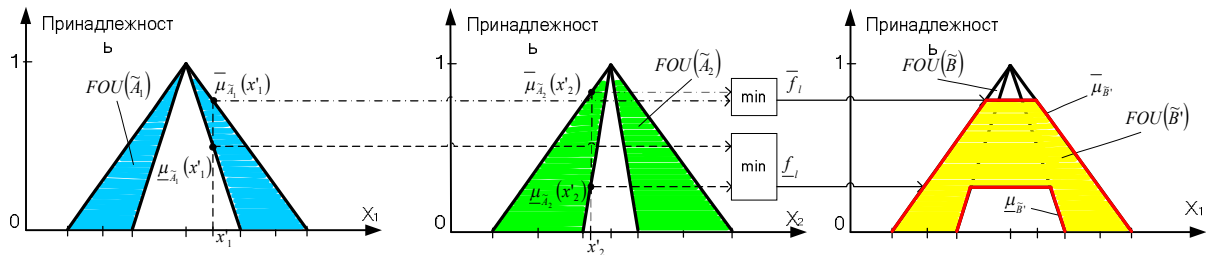


Рис. 4. Пример графической интерпретации выполнения процедуры активизации для НЛС ИТ2 на основе использования математики для НМТ1

### 3.3. Выполнение процедуры аккумуляции с использованием математики НМТ1

Сущность выполнения процедуры аккумуляции для НЛС ИТ2 с использованием математики НМТ1 состоит в нахождении значений нижней и верхней границ  $FOU$  ИНМТ2, представляющего собой результат аккумуляции.

Предположим, что база правил включает  $M$  нечетких продукционных правил. Из них, в результате подачи на вход НЛС ИТ2 входного сигнала  $x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$ , являются активизированными  $m$  нечетких продукционных правил, имеющих в составе заключения одну и ту же выходную ЛП.

Тогда результат выполнения процедуры аккумуляции степеней истинности  $m$  заключений для одной и той же выходной ЛП, может быть представлен как

$$\begin{aligned} \tilde{B}'_{acc} &= \frac{1}{FOU(\tilde{B}'_{acc})} = \frac{1}{\bigcup_{\forall y \in Y} [\mu_{\tilde{B}'_{acc}}(y), \bar{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y)]} = \\ &= \bigcup_{i=1}^m \tilde{B}'_i = \left( FOU \left( \bigcup_{i=1}^m \tilde{B}'_i \right) \right)^{-1} = \quad (21) \\ &= \left( \bigcup_{\forall y \in Y} \left[ \max(\bar{\mu}_{\tilde{B}'_1}(y), \dots, \bar{\mu}_{\tilde{B}'_m}(y)), \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \max(\mu_{\tilde{B}'_1}(y), \dots, \mu_{\tilde{B}'_m}(y)) \right] \right)^{-1}, \end{aligned}$$

$$= \bar{f}^T * \mu_{\tilde{B}}(y) = \left[ T_{i=1}^n \bar{\mu}_{\tilde{A}_i}(x'_i) \right]^T * \mu_{\tilde{B}}(y), \forall y \in Y, \quad (20)$$

где  $*$  – альтернативное обозначение операции  $T$ -нормы, представляющей модифицированную композиционную операцию. В качестве такой операции, как правило, используются операции произведения или минимума.

На рис. 4 показан пример графической интерпретации выполнения процедуры активизации для НЛС ИТ2 (как продолжение примера на рис. 3) на основе использования математики для НМТ1 (в данном случае, операции минимума), в результате которой согласно выражений (19) и (20) определяется  $\forall y \in Y$  степень истинности заключения активизированного нечеткого продукционного правила.

где  $\tilde{B}'_{acc}$  – ИНМТ2, представляющее собой результат аккумуляции вторичных функций принадлежности заключений нечетких продукционных правил, имеющих в составе заключения одну и ту же выходную ЛП;  $\tilde{B}'_1$  – ИНМТ2 1-го активизированного правила, чьи нижняя и верхняя границы  $FOU$  определены согласно выражений (19) и (20).

В качестве операции объединения в выражении (21) используется операция  $\max$ -объединения, но в общем случае для выполнения аккумуляции могут быть предложены и другие способы, основанные на модификации различных операций объединения нечетких множеств (выбор того или иного метода определяется спецификой решаемой задачи). Таким образом, исходя из выражения (21), результат нахождения значений нижней и верхней границ  $FOU(\tilde{B}'_{acc})$ , как результат выполнения процедуры аккумуляции, можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{B}'_{acc}}(y) &= \\ &= \left[ \max(\mu_{\tilde{B}'_1}(y), \dots, \mu_{\tilde{B}'_m}(y)) \right], \forall y \in Y; \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y) &= \\ &= \left[ \max(\bar{\mu}_{\tilde{B}'_1}(y), \dots, \bar{\mu}_{\tilde{B}'_m}(y)) \right], \forall y \in Y. \quad (23) \end{aligned}$$

На рис. 5 показан пример графической интерпретации выполнения процедуры аккумуляции для

НЛС ИТ2 (для случая двух правил) на основе использования математики для НМТ1 (в данном случае, операции max-объединения), в результате ко-

торой согласно выражений (22) и (23) определяются нижняя и верхняя границы FOU аккумулярированного ИНМТ2.

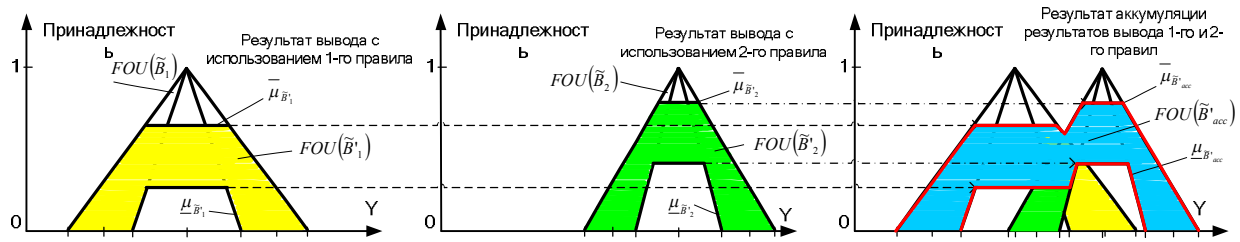


Рис. 5. Пример графической интерпретации выполнения процедуры аккумуляции для НЛС ИТ2 на основе использования математики для НМТ1

**4. Блок приведения типа**

В настоящее время существует несколько методов приведения типа и их расширений [6, 10 – 13]. В рамках данной статьи ограничимся рассмотрением классического метода центра тяжести (centroid) [6, 13]. Цель приведения типов заключается в том, чтобы, используя результаты аккумуляции заключений правил, имеющих одну и ту же выходную ЛП, получить НМТ1 вида

$$C_{\tilde{B}'_{acc}} = \frac{1}{\{c_1(B'_{acc}), \dots, c_r(B'_{acc})\}} \equiv \bigcup_{\forall B'_e} c(B'_e) = [c_1, c_r], \quad (24)$$

где  $B'_e$  – вложенное НМТ1, содержащееся в пределах  $FOU(\tilde{B}'_{acc})$ ;  $c_1 = \min c(B'_e)$  – наименьшее значение центра тяжести из всех вложенных НМТ1;  $c_r = \max c(B'_e)$  – наибольшее значение центра тяжести из всех вложенных НМТ1.

При этом, непосредственно для определения крайних точек интервала  $c_1$  и  $c_r$  в выражении (24) используется итеративный алгоритм Карника-Менделя (КМ-алгоритм). Сущность выполнения алгоритма состоит в следующем:

1. Вычисление крайней левой точки интервала  $c_1$ .

1 этап. Этап инициализации, в ходе которого вычисляются усредненные значения верхней и нижней границ  $FOU(\tilde{B}'_{acc})$ :

$$\theta_i = \frac{1}{2} [\underline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i) + \overline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i)], \quad i = 1, \dots, N, \quad (25)$$

где  $N$  – количество точек, на которое дискретизирована область определения ИНМТ2  $\tilde{B}'_{acc}$  (число выбранных значений первичной переменной).

2 этап. Вычисление промежуточного значения крайней левой точки интервала  $c'_1$  на основе использования усредненных значений верхней и нижней границ  $FOU(\tilde{B}'_{acc})$ :

$$c'_1(\theta_1, \dots, \theta_N) = \sum_{i=1}^N y_i \theta_i / \sum_{i=1}^N \theta_i. \quad (26)$$

3 этап. Определение значения так называемой точки переключения (switch point)  $L$  ( $1 \leq L \leq N-1$ ):

$$y_L \leq c'_1 \leq y_{L+1}. \quad (27)$$

4 этап. Вычисление промежуточного значения крайней левой точки интервала  $c''_1$  на основе использования значения точки переключения

$$c''_1 = \frac{\sum_{i=1}^L y_i \underline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i) + \sum_{i=L+1}^N y_i \overline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i)}{\sum_{i=1}^L \underline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i) + \sum_{i=L+1}^N \overline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i)}. \quad (28)$$

5 этап. Сравнение результатов расчетов согласно выражений (26) и (28). Если  $c'_1 = c''_1$ , то  $c_1 := c'_1$  и вычисления прекращаются. Если  $c'_1 \neq c''_1$ , то  $c'_1 := c''_1$  и осуществляется переход к 3-му этапу.

2. Вычисление крайней правой точки интервала  $c_r$  (выполняется параллельно с вычислением крайней левой точки интервала).

1 этап. Этап инициализации, в ходе которого вычисляются усредненные значения верхней и нижней границ  $FOU(\tilde{B}'_{acc})$  согласно выражения (25).

2 этап. Вычисление промежуточного значения крайней правой точки интервала  $c'_r$  на основе использования усредненных значений верхней и нижней границ  $FOU(\tilde{B}'_{acc})$ :

$$c'_r(\theta_1, \dots, \theta_N) = \sum_{i=1}^N y_i \theta_i / \sum_{i=1}^N \theta_i. \quad (29)$$

3 этап. Определение значения точки переключения  $R$  ( $1 \leq R \leq N-1$ ):

$$y_R \leq c'_r \leq y_{R+1}. \quad (30)$$

4 этап. Вычисление промежуточного значения крайней правой точки интервала  $c''_r$  на основе использования значения точки переключения

$$c''_r = \frac{\sum_{i=1}^L y_i \underline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i) + \sum_{i=L+1}^N y_i \overline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i)}{\sum_{i=1}^L \underline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i) + \sum_{i=L+1}^N \overline{\mu}_{\tilde{B}'_{acc}}(y_i)}. \quad (31)$$

5 этап. Сравнение результатов расчетов согласно выражений (29) и (31). Если  $c'_r = c''_r$ , то  $c_r := c'_r$  и вычисления прекращаются. Если  $c'_r \neq c''_r$ , то  $c'_r := c''_r$  и осуществляется переход к 3-му этапу.

Таким образом, 3 – 5 этапы реализуются итеративно. При этом число итераций не превышает число выбранных значений первичной переменной  $N$ . Вопросы, связанные с выбором значения числа  $N$ , выходят за рамки рассмотрения данной статьи.

### 5. Блок дефаззификации

Дефаззификация представляет собой процедуру нахождения обычного (не нечеткого) значения для НМТ1, полученного по результатам выполнения процедуры приведения типов. При этом, независимо от метода, который используется при приведении типа, для НЛС ИТ2 дефаззификация представляет собой определение среднего числа  $c_1$  и  $c_r$ , т.е.

$$y' = \frac{1}{2}[c_1, c_r]. \quad (32)$$

С использованием выражения (32) завершаются все вычисления, которые выполняются в рамках логического вывода в НЛС ИТ2.

В заключении рассмотрения блоков фаззификации, вывода, приведения типов и дефаззификации отметим, что соответствующие им процедуры в рамках интеллектуальных информационных технологий можно рассматривать как процедурные знания, т.е. знания, хранящиеся в виде описаний процедур, с помощью которых эти знания можно получить [20].

В целом рассмотренные компоненты архитектуры НЛС ИТ2 обеспечивают реализацию соответствующего механизма вывода. Согласно [20], механизм вывода представляет собой совокупность правил вывода, т.е. в рассматриваемом случае это база правил НЛС ИТ2 (декларативные знания), и способы применения этих правил, т.е. в рассматриваемом случае это процедуры фаззификации, агрегирования, аккумуляирования, приведения типов и дефаззификации (процедурные знания).

Как уже отмечалось в постановке проблемы, до настоящего времени отсутствует единое общепринятое определение СППР. В рамках данной статьи под СППР будем понимать интеллектуальную систему, представляющую лицу, принимающему решение, возможности анализа ситуаций, постановки задач, выработки, контроля и оценки вариантов решений, обеспечивающих достижение поставленной цели [20]. Основными компонентами интеллектуальной системы, согласно [20 – 22], являются: база знаний (упорядоченная совокупность правил, фактов, механизмов вывода), решатель задач (для формирования логических выводов на основе имеющихся знаний), подсистема объяснения (для объяснения пользователю способа, с помощью которого полу-

чено решение), интерфейс пользователя и подсистема обучения (для наполнения и корректировки базы знаний (БЗ)).

Исходя из рассмотренных архитектуры НЛС ИТ2 и состава основных компонентов интеллектуальной системы предлагается базовая архитектура СППР на основе использования архитектуры и механизма вывода НЛС ИТ2, представленная на рис. 6.

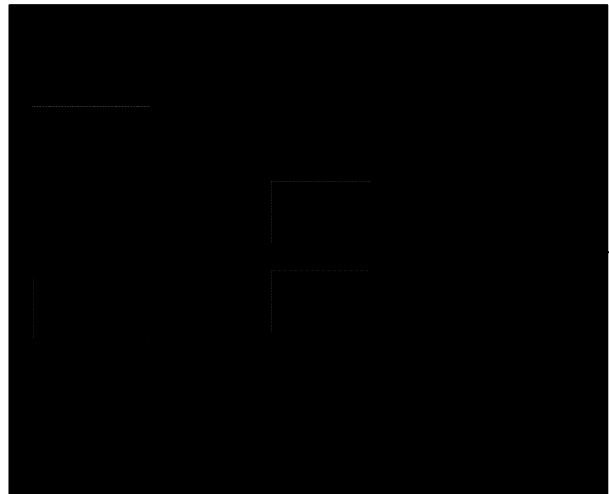


Рис. 6. Базовая архитектура СППР на основе использования НЛС ИТ2

В заключении отметим, что обоснование и детальное рассмотрение структуры, выполняемых функций и взаимосвязи компонентов СППР на основе использования НЛС ИТ2 выходит за рамки предмета исследования данной статьи. Данные вопросы будут рассмотрены в последующих публикациях, посвященных непосредственной разработке и создания СППР на основе использования НЛС ИТ2 в рамках внедрения интеллектуальных информационных технологий.

### Выводы

В рамках данной статьи, по результатам анализа публикаций по исследуемой тематике, рассмотрены основные компоненты базовой архитектуры НЛС ИТ2. Представлен механизм вывода, реализуемый этими компонентами в случае четкого ввода и вывода НЛС ИТ2, где в качестве правил используются нечеткие продукционные правила с MISO-структурой, в качестве операции фаззификации используется операция типа singleton, процедуры агрегирования, активизации и аккумуляции основаны на использовании математики для НМТ1, а в качестве метода приведения типов используется классический метод центра тяжести на основе итеративного КМ-алгоритма. Разработаны предложения по интеграции компонентов НЛС ИТ2 в компоненты СППР, что позволит в дальнейшем перейти к вопросам разработки СППР на базе ИНМТ2 с использованием интеллектуальных информационных технологий.



## Список літератури

1. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.: ил.
2. Рутковский Л. Методы и технологии искусственного интеллекта: Пер. с польск. И.Д. Рудинского / Л. Рутковский. – М.: Горячая линия – Телеком, 2010. – 520 с., ил.
3. Hagrass H. Introduction to Interval Type-2 Fuzzy Logic Controllers – Towards Better Uncertainty Handling in Real World Applications / Hani Hagrass, Christian Wagner // IEEE eNewsletter. Systems, Man and Cybernetics Society. – Issue 27. – June 2009.
4. IEC 1131 – Programmable controllers. Part 7 – Fuzzy Control Programming. Committee Draft CD 1.0 (Rel. 19 Jan 97).
5. Keen P.G.W. Decision support systems: an organizational perspective / P.G.W. Keen, M.S. Scott Morton. – Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co., 1978.
6. Karnik N.N. Centroid of a type-2 fuzzy set / N.N. Karnik, J.M. Mendel // Inform. Sci. – 2001. – Vol. 132. – P. 195-220.
7. Karnik N.N. Type-2 Fuzzy Logic Systems / N.N. Karnik, J.M. Mendel, Q.Liang // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – December 1999. – Vol. 7, no. 6. – P. 643-658.
8. Liang Q. Interval type-2 fuzzy logic systems: Theory and design / Q. Liang, J.M. Mendel // IEEE Trans. Fuzzy Syst. – Oct. 2000. – Vol. 8, no. 5. – P. 535-550.
9. Mendel J.M. Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Made Simple / J.M. Mendel, R.I. John, Feilong Liu // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – December 2006. – Vol. 14, no. 6. – P. 808-821.
10. Mendel J.M. Standard Background Material About Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems / J.M. Mendel, H. Hagrass, R.I. John // IEEE CIS Standards Committee [Електронний ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://iee-cis.org/technical/standards/>.
11. Wu H. Uncertainty Bounds and Their Use in the Design of Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems / H. Wu, J.M. Mendel // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – October 2002. – Vol. 10, no. 5. – P. 622-639.
12. Wu D. Enhanced Karnik-Mendel Algorithms / D. Wu, J.M. Mendel // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – August 2009. – Vol. 17, no. 4. – P. 923-934.
13. Mendel J.M. On centroid calculations for Type-2 Fuzzy Sets / J.M. Mendel // Appl. Comput. Math. – 2011. – V.10, no.1, Special Issue. – P. 88-96.
14. Robandi I. Design of Interval Type-2 Fuzzy Logic Based Power System Stabilizer / I. Robandi, B. Kharisma // Demy of Science, Engineering and Technology, 2009. – P. 593-600.
15. Олизаренко С.А. Нечеткие множества типа 2. Терминология и представление / С.А. Олизаренко, Е.В. Брежнев, А.В. Перепелица // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2010. – Вип. 8(89). – С. 131-140.
16. Олизаренко С.А. Интервальные нечеткие множества типа 2. Терминология, представление, операции / С.А. Олизаренко, А.В. Перепелица, В.А. Капранов // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2011. – Вип. 2(92). – С. 39-45.
17. Lorestani A.N. Design and Evaluation of a Fuzzy Logic Based Decision Support System for Grading of Golden Delicious Apples / A.N. Lorestani, M. Omid, S. Bagheri Shooraki, A.M. Borghei, A. Tabatabaeeefar // Grading of Golden Delicious Apples / Int. J. Agri. Biol., 2006. – Vol. 8, no. 4. [Електронний ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.fsublishers.org>.
18. Metaxiotis Kostas. New applications of fuzzy logic in decision support systems / Kostas Metaxiotis, John E. Psarras, John-Emanuel Samouilidis // International Journal of Management and Decision Making. – 2004. – Vol. 5, no.1. – P. 47-58.
19. Ahmed Abou Elfetouh Saleh. A Fuzzy Decision Support System for Management of Breast Cancer / Ahmed Abou Elfetouh Saleh, Sherif Ebrahim Barakat, Ahmed Awad Ebrahim Awad // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. – March 2011. – Vol. 2, no. 3. – P. 34-40.
20. ДСТУ 2481 – 94. Системи оброблення інформації. Інтелектуальні інформаційні технології. Терміни та визначення. – К.: Держстандарт України, 1994.
21. Искусственный интеллект. В 3-х кн. Кн. 1. Системы общения и экспертные системы: Справочник / Под ред. Э.В. Попова. – М.: Радио и связь, 1990. – 464 с.
22. Искусственный интеллект. В 3-х кн. Кн. 2. Модели и методы: Справочник / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Радио и связь, 1990. – 304 с.

Поступила в редколлегию 4.05.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.А. Демидов, Харьковский университет Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, Харьков.

## НЕЧІТКІ ЛОГІЧНІ СИСТЕМИ ІНТЕРВАЛЬНОГО ТИПУ 2. АРХІТЕКТУРА ТА МЕХАНІЗМ ВИВЕДЕННЯ

С.А. Олізаренко, О.В. Перепелица, В.О. Капранов

В роботі розглянуті основні компоненти базової нечітких логічних систем інтервального типу 2. Представлений механізм виведення, який реалізується цими компонентами у разі чіткого введення та виведення нечітких логічних систем інтервального типу 2, на основі використання математики для нечітких множин першого типу. В рамках дослідження інтелектуальних інформаційних технологій запропонована базова архітектура системи підтримки прийняття рішень на основі використання основних компонентів архітектури та механізму виведення нечітких логічних систем інтервального типу 2.

**Ключові слова:** інтервальна нечітка множина типу 2, нечітка логічна система інтервального типу 2, займана площа невизначеності, система підтримки прийняття рішень.

## THE INTERVAL TYPE 2 FUZZY LOGIC SYSTEM. THE ARCHITECTURE AND THE INFERENCE ENGINE

S.A. Olizarenko, A.V. Perepelitca, V.A. Kapranov

This paper represents the basic components of the base architecture of an interval type 2 fuzzy logic system. There is presented the inference engine realized by these to components in case of crisp input and output of interval type 2 fuzzy logic system, on the basis of use of mathematics for type 1 fuzzy sets. There is offered the base architecture of decision support system on the basis of use of the basic components of the architecture and the inference engine of an interval type 2 fuzzy logic system within the limits of research of intellectual information technology.

**Keywords:** interval type-2 fuzzy set, interval type 2 fuzzy logic system, footprint of uncertainty, decision support system.