УДК 681.324

А.А. Можаев, В.Е. Кузьменко, М.А. Можаев, С.М. Порошин

Национальный технический университет "ХПИ", Харьков

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГЕТЕРОГЕННОЙ СЕТИ

В статье предложен новый метода оценки параметров нелинейного зашумленного сигнала (солитона) по наблюдениям за промежутки времени много меньшие, чем характерный временной масштаб солитона. Проведены аналитические исследования определения погрешности этого метода оценки. Предлагаемый алгоритм может быть легко автоматизирован и тем самым применен к определению и восстановлению как сигналов, так и других стохастических процессов.

Ключевые слова: *солитон, гетерогенная сеть, нелинейная динамика, оценки параметров.*

Введение

Актуальность исследования. Гетерогенные сети передачи данных являются наиболее распространенными в настоящее время сетями. Особый интерес при изучении таких сетей вызывают те особенности телекоммуникационного трафика, которые были обнаружены достаточно недавно, а именно свойства самоподобия или фрактальности. Моделированию такого трафика посвящено значительное число работ, но, в основном, эти модели затрагивают только высокочастотную составляющую трафика: быстрые и частые смены интенсивности [1 – 4]. В то же время основные потери и задержки передачи информации чаще всего вызваны достаточно низкочастотными, но очень интенсивными всплесками, которые можно представить, как уединенную волну, распространяющуюся на фоне высокочастотного стохастического процесса [5, 6]. В этих работах была сделана попытка моделирования трафика гетерогенной сети нелинейными динамическими системами, которые описываются с помощью нелинейных уравнений Кортевега–де Вриза. Но при таком моделировании не проводилась селекция низкочастотных колебаний на фоне высокочастотных, так как рассматривался лишь случай низкочастотного спектра трафика процесса передачи данных гетерогенных сетей, который был представим в виде уединенной волны – солитона. Но, как известно, трафик такой сети представим в виде наложения высокочастотных флуктуаций с относительно низкой интенсивностью и низкочастотных, отличающихся значительной интенсивностью.

До настоящего времени такой комплексный анализ трафика не проводился и поэтому **актуальной целью данной статьи** является разработка метода оценки параметров нелинейного зашумленного сигнала (солитона) по наблюдениям за промежутки времени много меньшие, чем характерный временной масштаб солитона, и аналитического определения погрешности этого метода оценки.

1. Результаты теоретических исследований

Рассмотрим трафиковый процесс, в котором наблюдается наложение высокочастотных стохастических колебаний интенсивности на низкочастотные возмущения, представленные в виде солитонов. Такой процесс передачи данных можно описать, как было отмечено выше, уравнением Кортевега–де Вриза.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \alpha\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \qquad (1)$$

с односолитоновым решением вида

$$u = 3\alpha\,\mathrm{ch}^{-2}\left(\frac{\alpha}{2}\left(x - \alpha^2 t\right)\right), \qquad (2)$$

где $u = u(x,t)$ – интенсивность трафика гетерогенной сети; α – коэффициент, величина которого зависит от степени загрузки сети.

Обозначим

$$u^{-1}(x,t) = u^{-1} = \frac{\mathrm{ch}^2\left(\alpha\left(x - \alpha^2 t\right)/2\right)}{3\alpha} \qquad (3)$$

и предложим, что зашумленный процесс

$$\vartheta(t) = u^{-1}(x_0, t) + \xi(t) \qquad (4)$$

может наблюдаться в точке x_0 в дискретные моменты времени (в окрестности момента времени t_0), выбор которых будет производиться ниже. Здесь $\xi(t)$ – стационарный гауссовский процесс,

$$M\xi(t) = 0, \quad M\xi(t)\xi(s) = \begin{cases} \sigma^2, & t = s, \\ 0, & t \neq s. \end{cases} \qquad (5)$$

Оценим неизвестный параметр $\alpha > 0$ по наблюдениям за процессом $\vartheta(t)$.

Обозначим

$$\begin{aligned} \alpha x_0 - \alpha^3 t_0 &= A, \\ t &= t_0 + \tau \end{aligned} \qquad (6)$$

и потребуем выполнение неравенства

$$A > 0. \qquad (7)$$

Пусть

$$A_1 = \frac{1}{6\alpha^2} + \frac{1}{3\alpha^2}\operatorname{ch}A = \frac{1+e^A+e^{-A}}{6\alpha^2} > 0,$$
$$A_2 = -\frac{\alpha}{3}\operatorname{sh}A = -\frac{\alpha}{6}\left(e^A - e^{-A}\right) < 0. \qquad (8)$$

Решим сначала задачу определения параметра $\alpha > 0$ по известным A_1, A_2, а затем оценим эти величины по наблюдениям за процессом $\vartheta(t)$.

Обозначим $y = e^A$. В соответствии с (7) $y > 1$.

Перепишем систему (8) в виде

$$\begin{cases} f(y) = 0, \\ \alpha = \varphi(y), \quad y > 1, \end{cases} \qquad (9)$$

где

$$\varphi(y) = -\frac{6A_2 y}{y^2-1}, \quad f(y) = 6A_1\varphi^2(y) - \phi(y),$$
$$\phi(y) = 1 + y + 1/y.$$

Очевидно, что

$$\lim_{y\to 1+0} f(y) = +\infty, \ \lim_{y\to+\infty} f(y) = -\infty.$$

Так как $y > 1$, то, используя (8), имеем

$$\varphi'(y) = (-6A_2)\frac{-1-y^2}{(y^2-1)^2} < 0, \quad \phi'(y) = 1 - 1/y^2 > 0,$$

следовательно,

$$f'(y) = 12A_1\varphi(y)\varphi'(y) - \phi'(y) < 0, \quad y > 1.$$

Таким образом, первое уравнение (9) имеет в области $y > 1$ единственный корень. Легко проверить, что оно эквивалентно алгебраическому уравнению шестой степени. Решая его и подставляя найденное решение в формулу (9), мы находим по известным A_1, A_2 параметр α.

В качестве оценок величин A_1, A_2 по значениям наблюдаемого процесса $\vartheta(t)$ в моменты времени $t_0 - 2Nh, \ldots, t_0 - h, t_0 + h, \ldots, t_0 + 2Nh$ выберем

$$A_1^{N,\Delta} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\vartheta_1(kn),$$
$$A_2^{N,\Delta} = \frac{1}{N}\sum_{k=N+1}^{2N}\vartheta_2(kn), \qquad (10)$$

соответственно, где $\Delta = Nh, \quad \alpha^3\Delta < 1$, а

$$\vartheta_1(t) = \frac{1}{2}\left(\vartheta(t_0+\tau) + \vartheta(t_0-\tau)\right),$$
$$\vartheta_2(t) = \frac{1}{2\tau}\left(\vartheta(t_0+\tau) - \vartheta(t_0-\tau)\right). \qquad (11)$$

2. Результаты вычислений погрешностей оценок

Вычислим погрешность данных оценок:

$$\delta_1^2 = M\left(A_1^{N,\Delta} - A_1\right)^2, \quad \delta_2^2 = M\left(A_2^{N,\Delta} - A_2\right).^2$$

Очевидно, что

$$u(x_0, t_0+\tau) = \frac{1}{6\alpha^2} + \frac{1}{3\alpha^2}\left(\operatorname{ch}A\operatorname{ch}\left(\alpha^3\tau\right) - \operatorname{sh}A\operatorname{sh}\left(\alpha^3\tau\right)\right),$$

тогда

$$u_1(\tau) = \frac{1}{2}\left(u(x_0, t_0+\tau) + u(x_0, t_0-\tau)\right) = A_1 + R_1(\tau),$$
$$u_2(\tau) = \frac{1}{2\tau}\left(u(x_0, t_0+\tau) - u(x_0, t_0-\tau)\right) = A_2 - R_2(\tau),$$

где

$$R_1(\tau) = \frac{\operatorname{ch}A}{3\alpha^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(\alpha^3\tau\right)^{2k}}{(2k)!},$$
$$R_2(\tau) = \frac{\operatorname{sh}A}{3\alpha^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha^{3(2k+1)}\tau^{2k}}{(2k+1)!}. \qquad (12)$$

Таким образом, имеем

$$\delta_1^2 = \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}R_1(kh)\right)^2 + \frac{\sigma^2}{2N} = \frac{R_1^{N,\Delta}}{N^2} + \frac{\sigma^2}{2N},$$
$$\delta_2^2 = \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=N+1}^{2N}R_2(kh)\right)^2 + \frac{\sigma^2}{2N^2}\sum_{k=N+1}^{2N}\frac{1}{k^2h^2} = \qquad (13)$$
$$= \frac{R_2^{N,\Delta}}{N^2} + \frac{\sigma^2}{2N^2}\sum_{k=N+1}^{2N}\frac{1}{k^2h^2}.$$

Оценим величины $R_1^{N,\Delta}$, $R_2^{N,\Delta}$ при условии $0 < \alpha^3\tau < 1$.

Из (12) следует:

$$R_1(\tau) =$$
$$= \frac{\operatorname{ch}A}{3\alpha^2}\left(\alpha^3\tau\right)^2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(\alpha^3\tau\right)^{2k-2}}{(2k)!} \le A_1 e\left(\alpha^3\tau\right)^2,$$
$$R_2(\tau) = \qquad (14)$$
$$= \frac{\operatorname{sh}A}{3\alpha^2}\alpha^3\left(\alpha^3\tau\right)^2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha^{3(2k+1)}\tau^{2k-2}}{(2k+1)!} \le A_2 e\left(\alpha^3\tau\right)^2.$$

Таким образом,

$$R_1^{N,\Delta} \le \left(\sum_{k=1}^{N}A_1 e\left(\alpha kh\right)^2\right)^2 \le A_1^2 e^2\left(\alpha^3 h\right)^4\frac{(N+1)^2}{9},$$
$$R_2^{N,\Delta} \le A_2^2 e^2\left(\alpha^3 h\right)^2\left(\frac{(2N+1)^3 - N^3}{3}\right). \qquad (15)$$

Иными словами,

$$R_1^{N,\Delta} \le \frac{A_1^2 e^2}{9}\left(\alpha^3\Delta\right)^4 a_N, \quad a_N = \left(1 + \frac{1}{N}\right)^6,$$
$$R_2^{N,\Delta} \le \frac{A_2^2 e^2}{9}\left(\alpha^3\Delta\right)^4 b_N, \quad b_N = \left(\left(2 + \frac{1}{N}\right)^3 - 1\right)^2. \qquad (16)$$

Объединяя соотношения (11), (13) и (16), получаем

$$\frac{\delta_1^2}{A_1^2} \le \frac{e^2}{9}\left(\alpha^3\Delta\right)^4 a_N + \frac{\sigma^2}{2NA_1^2},$$
$$\frac{\delta_2^2}{A_2^2} \le \frac{e^2}{9}\left(\alpha^3\Delta\right)^4 b_N + \frac{\sigma^2}{4N\Delta^2 A_2^2}. \qquad (17)$$

Формула (17) показывает, что путем выбора интервала наблюдения 4Δ и числа наблюдений $4N$, производимых в моменты времени $t = t_0 + \tau, \tau = \pm h, \pm 2h, \ldots, \pm 2Nh$, можно добиться требуемой погрешности в определении величин A_1, A_2. В свою очередь, зная эти величины, можно с помощью системы (9) отыскать неизвестный параметр α.

Вышеописанная процедура может быть применена к восстановлению параметров гармонического сигнала $C\sin(\tau+\varphi)$, наблюдаемого на фоне шума $\xi(\tau)$, то есть:

$$\vartheta(\tau) = C\sin(\tau+\varphi) + \xi(\tau),$$

где $\xi(\tau)$ – стационарный гауссовский процесс (5).

Проведем оценку неизвестных параметров C, φ по наблюдениям

$$\vartheta(\tau), \tau = \pm h, \ldots, \pm 2Nh, Nh = \Delta, \Delta << 1,$$

для чего представим $\vartheta(\tau)$ в виде:

$$\vartheta(\tau) = A_1 \mathrm{Cos}\tau + A_2 \sin\tau + \xi(\tau). \qquad (18)$$

Зная величины A_1, A_2, с помощью (18) нетрудно определить искомые C, φ. В качестве оценок величин A_1, A_2 выберем $A_1^{N,\Delta}, A_2^{N,\Delta}$, определяемые по значениям функции $\vartheta(\tau)$ точно так же, как и в (10). Также среднеквадратичные погрешности δ_1^2, δ_2^2 указанных оценок удовлетворяют равенствам (13), в которых вместо (12) выполнены соотношения:

$$R_1(\tau) = 2A_1\left(-\frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \frac{\tau^6}{6!} + \ldots\right),$$
$$R_2(\tau) = 2A_2\left(-\frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - \frac{\tau^7}{7!} + \ldots\right). \qquad (19)$$

Следовательно,

$$\left|R_1(\tau)\right| \le \left|A_1\right|\tau^2, \left|R_2(\tau)\right| \le \left|A_2\right|\tau^3/3, 0 < \tau < 1.$$

Подставляя эти неравенства в соотношение (13), получаем

$$R_1^{N,\Delta} \le \left(\sum_{k=1}^{N} A_1(kh)^2\right)^2 \le A_1^2\frac{h^4N^6}{9}a_N,$$
$$R_2^{N,\Delta} \le \left(\sum_{k=N+1}^{2N} A_1\left(\frac{kh}{\sqrt{3}}\right)^2\right)^2 \le A_2^2\frac{h^4N^6}{81}b_N, \qquad (20)$$

откуда следует

$$\frac{\delta_1^2}{A_1^2} \le \frac{\Delta^4 a_N}{9} + \frac{\sigma^2}{2NA_1^2},$$
$$\frac{\delta_2^2}{A_2^2} \le \frac{\Delta^4 b_N}{81} + \frac{\sigma^2}{2N\Delta^2 A_2^2}. \qquad (21)$$

Используя неравенства (21), оценим значения N, Δ, необходимые для выполнения соотношений

$$\delta_1^2/A_1^2 \sim \varepsilon^2,\ \delta_2^2/A_2^2 \sim \varepsilon^2,\ \varepsilon << 1.$$

Если $\sigma^2/A_1^2 \sim 1,\ \sigma^2/A_2^2 \sim 1,$ то данные значения относительных погрешностей достигаются при условиях $\Delta^2 \sim \varepsilon, 1/\left(N\Delta^2\right) \sim \varepsilon,$ то есть, $\Delta \sim \sqrt{\varepsilon},\ N \sim \varepsilon^{-3},\ \ h = \Delta/N \sim \varepsilon^{7/2}$. В частности, при $\varepsilon \sim 10^{-2}$ имеем $h \sim 10^{-7}$, при $\varepsilon \sim 10^{-3}$ имеем $h \sim 10^{-10}$. В заключении отметим, что предложенный метод оценки параметров A_1, A_2 в случае $\sigma = 0$ дает ошибку $\sim \Delta^2$, в то время как алгоритм [7] увеличивает эту ошибку до величины $\sim \Delta$.

Таким образом, представлен способ нахождения параметров как линейного, так и нелинейного зашумленного сигнала по наблюдениям в дискретные моменты времени, основанный на вероятностных оценках. Предлагаемый алгоритм может быть легко автоматизирован и тем самым применен к определению и восстановлению как сигналов, так и других стохастических процессов. Например, данный метод позволяет оценить параметры нелинейной (кноидальной) волны, наблюдаемой на фоне аддитивного шума, которая может соответствовать изменению интенсивности трафика гетерогенной сети.

Выводы

В статье проведено моделирование телекоммуникационного трафика гетерогенной сети с помощью нелинейных динамических систем. В ходе этого моделирования проведено разделение высокочастотной и низкочастотных составляющих фрактального трафика сети и предложен метод оценки параметров нелинейного зашумленного сигнала (солитона).

Проведенные исследования среднеквадратичных погрешностей определения параметров сигнала, использующих предложенный метод, установили, что он обладает более высокой (на порядок) точностью.

Предлагаемый алгоритм может быть легко автоматизирован и тем самым применен к определению и восстановлению как сигналов, так и других стохастических процессов. Например, данный метод позволяет оценить параметры нелинейной (кноидальной) волны, наблюдаемой на фоне аддитивного шума, которая может соответствовать изменению интенсивности трафика гетерогенной сети.

Список литературы

1. Tutschku K. Traffic estimation and characterization for the design of mobile communication networks / K. Tutschku, T. Leskien, P. Tran-Gia // COST257TD(97)47, 1997. – 460 p.
2. Schuster H.G. Deterministic Chaos: An Introduction / H.G. Schuster. – VCH, NewYork, 1988.2nd Edition. – 360 p.
3. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов: Коллективная монография / Г.А. Кучук, А.А. Можаев, Р.Э. Пащенко, К.М. Руккас и др. – Х.: ЭкоПерспектива, 2006. – 360 с.
4. Можаєв О.О. Моделювання трафіка телекомунікаційних мереж на базі масштабної інваріантності / О.О. Можаєв // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 6 (12). – С. 79-82.
5. Можаєв О.О. Моделювання телекомунікаційного трафіку гетерогенної мережі нелінійними динамічними системами / О.О. Можаєв // Системи обробки інформації: Збірник наукових праць. – Х.: ХУ ПС, 2007. – Вип. 9(67). – С. 75-78.
6. Можаев А.А. Исследования поведения фазовой траектории телекоммуникационного трафика гетерогенной сети передачи данных / А.А. Можаев, С.М. Порошин, В.Е. Кузьменко, М.А. Можаев // Системи управління, навігації та зв'язку: Збірник наукових праць. – К.: ЦНДІ НіУ, 2011. – Вип. 2(18). – С. 255-259.
7. Угольков В.Н. Цифровые методы определения параметров акустических сигналов во времени близком к реальному: Препр. / В.Н. Угольков. – Владивосток: ДВО АН СССР, 1989. – 29 с.

Поступила в редколлегию 29.06.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Харьков.

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ГЕТЕРОГЕННОЇ МЕРЕЖІ

О.О. Можаєв, В.Є. Кузьменко, М.О. Можаєв, С.М. Порошин

В статті запропонований новий методу оцінки параметрів нелінійного зашумленого сигналу (солітона) за спостереженнями за проміжки часу багато менші, ніж характерний часовий масштаб солітона. Проведені аналітичні дослідження визначення погрішності цього методу оцінки. Пропонований алгоритм може бути легко автоматизований і тим самим застосований до визначення і відновлення як сигналів, так і інших стохастичних процесів.

Ключові слова: *солітон, гетерогенна мережа, нелінійна динаміка, оцінки параметрів стохастичних процесів.*

ESTIMATION OF PARAMETERS OF NONLINEAR DYNAMIC MODEL OF HETEROGENEOUS COMPUTER NETWORK

A.A. Mozhayev, V.E. Kuzmenko, M.A. Mozhayev, S.M. Poroshyn

In the article the new is offered method of estimation of parameters of nonlinear signal (soliton) on supervisions for the intervals of time much less, than characteristic temporal scale of soliton. Analytical studies of determination of error of this method of estimation are undertaken. The offered algorithm can be easily automated and applied the same to determination and renewal of both signals and other stochastic processes.

Keywords: *soliton, heterogeneous computer network, nonlinear dynamics, estimations of parameters.*