УДК 389.001

В.І. Корсун, В.Т. Бєлан, Н.В. Глухова, К.Є. Гуляєв, М.С. Швачка

*ДВНЗ «Національний гірничий університет», Дніпропетровськ, Україна*

# ОЦІНКА ПОХИБОК РЕЗУЛЬТАТУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ КВАЗІСТАЦІОНАРНОГО ОБ'ЄКТА ЗА ДОПОМОГОЮ НЕІНЕРЦІЙНИХ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ

*Отримані аналітичні вирази для оцінок похибок результату ідентифікації параметрів дискретного квазістаціонарного об'єкта за допомогою системи неінерційних моделей зі вхідними сигналами, які формуються у відповідності до принципу узагальненого входу.*

***Ключові слова:*** *квазістаціонарний об'єкт, ідентифікація параметрів, узагальнений вхід, похибки результату ідентифікації, оцінка похибки.*

## Вступ

Якісне керування будь-яким динамічним об'єктом в умовах апріорної невизначеності може бути забезпечене процедурою адаптивної ідентифікації структури і параметрів його моделі.. При цьому неодмінно встає питання про точність знайдених оцінок значень параметрів.

В [1] була розглянута робота алгоритму послідовної оцінки значень параметрів дискретної моделі об'єкта

$$\sum_{i=1}^{3} a_i \Delta^i x[kT] + a_0 x[kT] = f[kT], \qquad (1)$$

де $x[0] = \Delta x[0] = \Delta^2 x[0] = 0$ і $f[kT] = 1[kT]$ за допомогою пар адаптивних моделей.

Характерним для цих моделей було те, що їх структури перебудовувались після знаходження оцінки значення чергового параметра $a_i$ $\left(i = \overline{0,2}\right)$, а динаміка змінювалась відповідно до різницевих рівнянь:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{3} b_i \Delta^i y[kT] + b_0[kT] y[kT] = \varphi_0[kT]; \\ \sum\limits_{i=1}^{3} c_i \Delta^i z[kT] + c_0[kT] z[kT] = \varphi_0[kT]; \end{cases}$$

$$\Delta^j y[0] = \Delta^j z[0] = 0, \quad j = 1,2, \quad y[0] = z[0] = 0;$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=2}^{3} b_i \Delta^i y[kT] + b_1[kT] y[kT] = \varphi_1[kT]; \\ \sum\limits_{i=2}^{3} c_i \Delta^i z[kT] + c_0[kT] z[kT] = \varphi_1[kT]; \end{cases}$$

$$\Delta y[0] = \Delta z[0] = y[0] = z[0] = 0; \qquad (2)$$

$$\begin{cases} b_3 \Delta y[kT] + b_1[kT] y[kT] = \varphi_2[kT]; \\ c_3 \Delta z[kT] + c_1[kT] z[kT] = \varphi_2[kT]; \end{cases}$$

$$y[0] = z[0] = 0;$$

$$\begin{cases} b_3[kT] y[kT] = \varphi_3[kT]; \\ c_3[kT] z[kT] = \varphi_3[kT], \end{cases}$$

де

$$\varphi_0[kT] = f[kT], \quad \varphi_1[kT] = \sum_{j=0}^{k-1} f[jT] - a_0^* \sum_{j=0}^{k-1} x[jT],$$

$$\varphi_2[kT] = \sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=0}^{j-1} f[lT] - a_0^* \sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=0}^{j-1} x[lT] - a_1^* \sum_{l=0}^{k-1} x[lT], \quad (3)$$

$$\varphi_3[kT] = \sum_{n=2}^{k-1}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{l=0}^{j-1} f[lT] - a_0^* \sum_{n=2}^{k-1}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{l=0}^{j-1} x[kT] -$$

$$-a_1^* \sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=0}^{j-1} x[lT] - a_2^* \sum_{l=0}^{k-1} x[lT],$$

$a_i^*$ – знайдені оцінки значень параметрів $a_i$ $\left(i = \overline{0,2}\right)$ моделі об'єкта (1), $\left(i = \overline{0,3}\right)$ – узагальнені входи [2].

Зміна значень параметрів $b_i[kT]$ та $c_i[kT]$ адаптивних моделей (2), (3) відбувалась у відповідності до алгоритму:

$$\Delta b_i[kT] = q_i x[kT]\left(\left(y[kT] - 2x[kT]\right) b_i[kT] + z[kT] c_i[kT]\right);$$

$$\Delta c_i[kT] = q_i x[kT]\left(\left(z[kT] - 2x[kT]\right) c_i[kT] + y[kT] b_i[kT]\right);$$

$$b_i[0] \neq c_i[0], \; q_i > 0, \; i = \overline{0,3}. \qquad (4)$$

В результаті роботи описаного вище алгоритму ідентифікація параметрів моделі об'єкта (1) здійснювалася по черзі: $a_0 \to a_1 \to a_2 \to a_3$.

На кожному кроці у адаптивних моделей (2) змінювалися тільки ті параметри, які були при змінних $y[kT]$ та $z[kT]$.

Всі інші параметри моделей мали при цьому незмінні значення.

Через це виникає необхідність весь час не тільки забезпечувати стійкість динаміки адаптивних моделей (2), але й робити їх менш інерційними ніж об'єкт (1).

**Метою даної статті** є оцінка похибок результату ідентифікації параметрів $a_i \left(i=\overline{0,3}\right)$ об'єкта (1) у випадку, коли замість повних моделей (2) використовуються лише їх неінерційні частини, які мають у своєму складі по одному змінному параметру.

## Викладення результату

Застосуємо для оцінки параметрів $a_i \left(i=\overline{0,3}\right)$ об'єкта (1) неінерційні моделі, які є фрагментами моделей (2):

$$b_i[kT]y[kT]=\varphi_i[kT],$$
$$c_i[kT]z[kT]=\varphi_i[kT], \qquad (5)$$

де вхідні сигнали $\varphi_i[kT]$ визначаються за формулами (2).

Алгоритм (4) цілеспрямованої зміни параметрів моделей (2) після підстановки в нього виразів (5) буде мати вигляд:

$$\Delta b_i[kT]=2q_i x[kT]\left(\varphi_i[kT]-x[kT]b_i[kT]\right), \qquad (6)$$
$$b_i[0]=b_{i0};$$
$$\Delta c_i[kT]=2q_i x[kT]\left(\varphi_i[kT]-x[kT]c_i[kT]\right), \qquad (7)$$
$$c_i[0]=c_{i0}\neq b_{i0}.$$

Оскільки вирази (6) та (7) є еквівалентними і незалежними, то замість двох моделей (5), (2) будемо використовувати лише одну.

Слід відмітити, що у виразах алгоритму (6) і (7) від моделей (5), (2) залишилися тільки параметри $b_i[kT]$ та $c_i[kT]$, а вихідні сигнали $y[kT]$ та $z[kT]$ не використовуються зовсім. Тут відбулося «відчуження» алгоритму (6), (7) від адаптивних моделей (5), (2).

У даному випадку є сенс говорити про оцінку параметрів $a_i \left(i=\overline{0,3}\right)$ об'єкта за допомогою «уявних» моделей.

Алгоритм цілеспрямованої зміни параметрів «уявних» моделей має вигляд:

$$b_i\left[(k+1)T\right]=$$
$$=b_i[kT]+g_i x[kT]\left(\varphi_i[kT]-x[kT]b_i[kT]\right),$$
$$g_i>0, \quad b_i[0]=b_{i0}. \qquad (8)$$

Покажемо, що алгоритм (8) забезпечує асимптотичну збіжність значень $b_i[kT]$ при $k\to\infty$ до шуканих значень параметрів $a_i \left(i=\overline{0,3}\right)$ об'єкта.

Для цього виконаємо над рівняннями (1) наступні перетворення:

$$\sum_{i=1}^{3}a_i\Delta^{i-1}x[kT]=\sum_{l=0}^{k-1}f[lT]-a_0\sum_{l=0}^{k-1}x[lT];$$
$$\sum_{i=2}^{3}a_i\Delta^{i-2}x[kT]=\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=0}^{j-1}f[lT]-$$
$$-a_0\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=0}^{j-1}x[lT]-a_1\sum_{l=0}^{k-1}x[lT]; \qquad (9)$$
$$a_3\Delta x[kT]=\sum_{n=2}^{k-1}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{l=0}^{j-1}f[lT]-a_0\sum_{n=2}^{k-1}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{l=0}^{j-1}x[lT]-$$
$$-a_1\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=0}^{j-1}x[lT]-a_2\sum_{l=0}^{k-1}x[lT].$$

Подивимося, як поводяться ліві та праві частини виразів (1), (9) при $f[kT]=1[kT]$ і $k\to\infty$.

Оскільки при великих $k$ значення $\Delta^i x[kT]\cong 0 \left(i=\overline{1,3}\right)$, то ліві частини виразів (1), (9) будуть мати вигляд: $a_i x[kT] \left(i=\overline{0,3}\right)$.

В свою чергу, праві частини тих же виразів при $a_i=a_i^*$ являють собою узагальнені входи $\varphi_i[kT]$ $\left(i=\overline{0,3}\right)$.

Таким чином, на підставі вищесказаного при досить великих значеннях $k$ у виразі (8) вхідний сигнал $\varphi_i[kT]$ «уявної» моделі можна замінити на $a_i x[kT] \left(i=\overline{0,3}\right)$.

Після цього алгоритм налаштування параметрів $b_i[kT] \left(i=\overline{0,3}\right)$ буде мати вигляд:

$$b_i\left[(k+1)T\right]=b_i[kT]+g_i x^2[kT]\left(b_i[kT]-a_i\right),$$
$$b_i[0]=b_{i0}.$$

Рішення цього різницевого рівняння запишеться у такий спосіб:

$$b_i[kT]=a_i+\prod_{l=0}^{k-1}\left(1-g_i x^2[lT]\right)\left(b_{i0}-a_i\right), \quad i=\overline{0,3}. \qquad (10)$$

При $0<g_i<2x^{-2}[lT]$ і $l\in[0,\infty)$ будуть справедливими вирази:

$$\lim_{k\to\infty}\prod_{l=0}^{k-1}\left(1-g_i x^2[lT]\right)=0;$$
$$\lim_{k\to\infty}b_i[kT]=a_i, \quad i=\overline{0,3}.$$

Отже, параметри «уявної» моделі $b_i[kT]$ збігаються до шуканих параметрів $a_i \left(i=\overline{0,3}\right)$ дискретної моделі (1) об'єкта при $k\to\infty$.

Якщо ж процес послідовної оцінки параметрів дискретного об'єкта (1) здійснюється на часових інтервалах, які є меншими ніж час перехідного процесу об'єкта, то оцінка $a_0^*$ значення першого із параметрів $a_0$ може бути визначена за виразом $a_0^* = a_0 + \Delta_0$, де $\Delta_0$ – деяка похибка.

Виходячи із вищесказаного, відмітимо той факт, що замість вхідного сигналу $\varphi_1[kT]$ при оцінці наступного параметра $a_1$ моделі (1) буде використано вхідний сигнал

$$\overline{\varphi_1}[kT] = \sum_{l=0}^{k-1} f[kT] - a_0^* \sum_{l=0}^{k-1} x[kT] = \varphi_1[kT] + \Delta_0[kT], \quad (11)$$

де $\Delta_0[kT] = \Delta_0 \sum_{l=0}^{k-1} x[lT]$.

Зміна параметра $b_1[kT]$ буде відбуватись у відповідності до різницевого рівняння

$$\Delta b_1[kT] = -\frac{g_1 \varphi_1^2[kT]}{a_1^2}\left(b_1[kT] - a_1\right) - \frac{g_1 \Delta_0[kT] \varphi_1[kT]}{a_1},$$
$$b_1[0] = b_{10}. \quad (12)$$

Використовуючи прості перетворення рівняння (12), можна показати, що параметр $a_1$ також буде оцінюватись з динамічною похибкою, яка в значній мірі залежить від значень $g_1$ та $\Delta_0$.

В свою чергу, під час ідентифікації параметра $a_2$ об'єкта (1) у алгоритмі (8) замість вхідного сигналу $\varphi_2[kT]$ буде задіяний сигнал

$$\overline{\varphi_2}[kT] = \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{l=0}^{j-1} f[lT] - (a_0 + \Delta_0) \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{l=0}^{j-1} x[lT] - \\ - (a_1 + \Delta_1[kT]) \sum_{j=0}^{k-1} x[jT]. \quad (13)$$

## Висновки

Виконані вище аналітичні дослідження підтверджені математичним моделюванням на ПЕОМ.

Їх результатом є встановлення впливу похибок попередніх кроків процесу ідентифікації на точність оцінки наступних за чергою параметрів дискретної моделі (1) об'єкта.

Похибки оцінок параметрів моделі (1) можуть бути зменшені за рахунок збільшення часу спостереження за перехідним процесом об'єкта та відповідним вибором коефіцієнтів $g_i$ $\left(i = \overline{0,3}\right)$.

За подібною схемою можуть бути виконані аналітичні дослідження і математичне моделювання на ПЕОМ відносно оцінок похибок результатів адаптивної ідентифікації за допомогою «уявних» моделей і для неперервних лінійних квазістаціонарних об'єктів при $f(t) = 1(t)$.

## Список літератури


*1. Оцінка похибки результату адаптивної ідентифікації параметрів дискретної моделі квазістаціонарного об'єкта [Текст] / І.В. Корсун, С.Т. Пацера, Н.В. Глухова, В.Т. Бєлан, О.Ю. Долга // Метрологія та вимірювальна техніка (МЕТРОЛОГІЯ-2010): наукові праці VII Міжнародної науково-технічної конференції. – Х., 2010. – Т. 2. – С. 315-318.*

*2. Голубенцев А.Н. Обобщенный вход в динамике [Текст] / А.Н. Голубенцев. – К.: Техніка, 1971. – 136 с.*


*Поступила в редакцію 20.08.2011*

**Рецензент:** д-р техн.. наук, проф. О.І. Михальов, Національна металургійна академія України, Дніпропетровськ, Україна.

**ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ РЕЗУЛЬТАТА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА ПРИ ПОМОЩИ БЕЗИНЕРЦИОННЫХ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ**

В.И. Корсун, В.Т. Белан, Н.В. Глухова, К.Е. Гуляев, Н.С. Швачка

*Получены аналитические зависимости для оценок погрешностей результатов идентификации параметров дискретного квазистационарного объекта при помощи системы безинерционных адаптивных моделей со входными сигналами, которые формируются в соответствии с принципом обобщенного входа.*

***Ключевые слова:*** *квазистационарный объект, идентификация параметров, обобщенный вход, погрешность результата идентификации, оценка погрешности.*

**ESTIMATION OF ERRORS OF PARAMETERS IDENTIFICATION RESULT OF A QUASI-STATIONARY OBJECT WITH THE HELP OF INERTIALESS DISCRETE MODELS**

V.I. Korsun, V.T. Belan, N.V. Gluchova, K.Ye. Gulyaev, M.S. Shvachka

*Analytical expressions for the estimation of errors of parameters system identification result of a discrete quasi-stationary object with the help of inertialess adaptive models system with input signals that are formed in accordance with the principle of generic entry were received.*

***Keywords:*** *quasi-stationary object, the identification of parameters, the generalized input, error of the result of identification, estimation of errors.*