

УДК 621.311.014.3

А.М. Панченко

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СКЛАДНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ

*Запропонована математична модель електричної системи, яка складається з групи силових трансформаторів, об'єднаних електричною мережею.*

### Постановка проблеми

Перехідні процеси, що мають місце в системах електропостачання, досліджуються, як правило, виходячи з припущення, що трансформатор вмикається до джерела нескінченної потужності. При цьому звичайно не оцінюється вплив на систему власне трансформатора. У роботі пропонується математична модель електричної системи, яка складається з декількох трансформаторів та мережі, що їх з'єднує.

### Аналіз літератури

У роботах [1 – 6] для аналізу перехідних процесів пропонується використовувати еквівалентні схеми заміщення, що описуються відомими системами диференціальних рівнянь. Крім того, користуються також методом розрахункових кривих [9], за допомогою якого неможливо отримати точні результати.

**Мета статті** – розробка математичної моделі електроенергетичної системи, яка складається з декількох послідовно ввімкнених трансформаторів, з'єднаних між собою лінією передачі.

### Основний матеріал

Відомо, що до складу системи електропостачання входять генератори, трансформатори, лінії електропередачі та споживачі. Розглянемо систему електропостачання, яка складається з мережі обмеженої потужності, декількох трансформаторів та споживачів. Математичне описання режиму роботи одного трансформатора, що включає його вмикання, установлений режим та зміну навантаження, наведено в [7].

На рис. 1 показана система, до складу якої входять послідовно ввімкнені трансформатори  $T_1$ ,  $T_2$ , мережі  $L_1$ ,  $L_2$  та споживачі  $r_H$ .

Для спрощення запису об'єднаємо індуктивний та активний опір мережі  $L_1$  з відповідними опорами первинної обмотки трансформатора  $T_1$ . Загальну індуктивність вхідного кола позначимо як  $L_1$ . Коефіцієнт взаємодукації  $M_1$  враховує індуктивність первинної та вторинної обмоток трансформатора  $T_1$  та їх взаємозв'язку. У колі лінії  $L_2$  до складу індуктивних та активних опорів входять відповідні опори лінії передачі й обмоток трансформатора  $T_2$ . Коефіцієнт  $M_2$  враховує індуктивність первинної і вторинної обмоток трансформатора  $T_2$  та відповідний коефіцієнт зв'язку. До складу опорів кола навантаження входять активні та реактивні опори лінії, трансформатора, навантаження. Таким чином отримаємо розрахункову схему, яка наведена на рис. 2. Складемо для цієї схеми систему рівнянь балансу напруг:

$$\begin{cases} U_0 \sin(\omega t + \psi) = L_1 i_1' + r_1 i_1 - M_1 i_2'; \\ M_1 i_1' = L_2 i_2' + r_2 i_2 - M_2 i_3'; \\ M_2 i_2' = L_3 i_3' + R_H i_3, \end{cases} \quad (1)$$

де  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$ ,  $i_1'(t)$ ,  $i_2'(t)$ ,  $i_3'(t)$  – відповідні значення струмів та їх похідних;

$r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  – сумарні активні опори відповідних кіл;  
 $\omega$  – кутова частота;

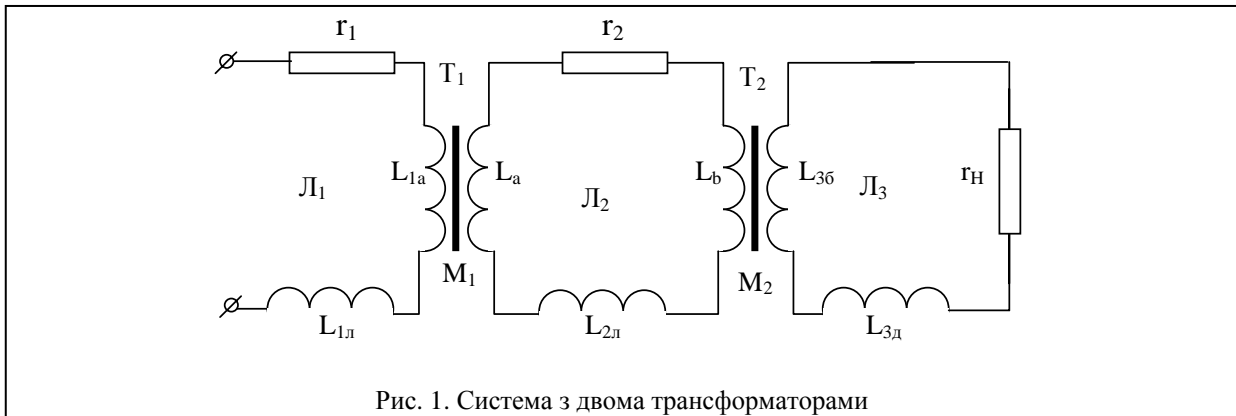


Рис. 1. Система з двома трансформаторами

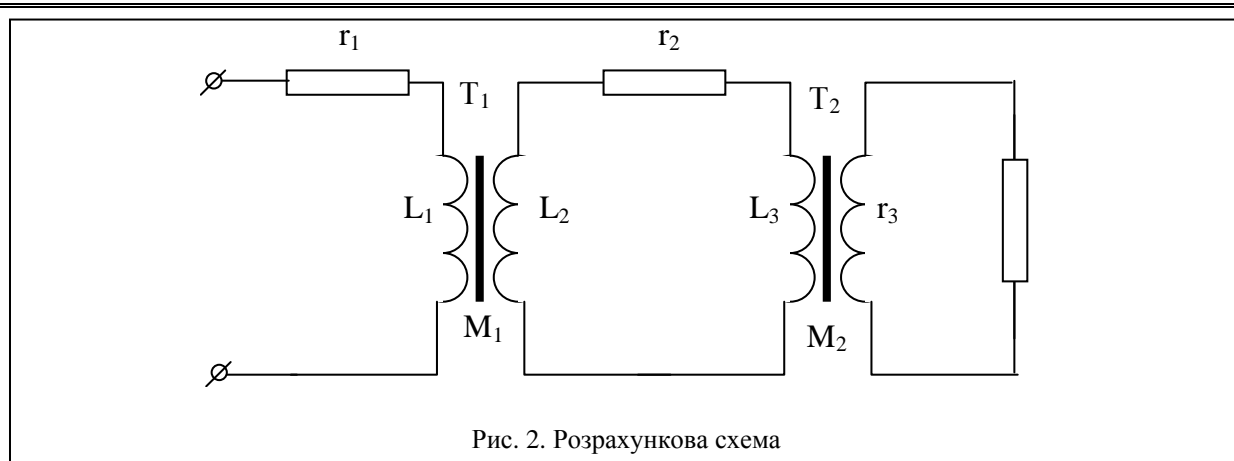


Рис. 2. Розрахункова схема

$\psi$  – кут, що відповідає моменту вмикання;

$U_0$  – амплітудне значення напруги живлення;

$L_1, L_2, L_3$  – сумарні індуктивності відповідних кіл;

$M_1, M_2$  – коефіцієнти взаємодукції трансформаторів.

Після перетворень отримуємо систему диференціальних рівнянь третього порядку для струмів  $i_1, i_2, i_3$ :

$$\left\{ \begin{aligned} &(L_1 L_2 L_3 - L_3 M_1^2 - L_1 M_2^2) i_1''' + \\ &+ (r_1 L_2 L_3 + r_2 L_1 L_3 + \\ &+ r_3 L_1 L_2 - r_3 M_1^2 - r_1 M_2^2) i_1'' + \\ &+ (r_1 r_2 L_3 + r_1 r_3 L_2 + r_2 r_3 L_1) i_1' + \\ &+ r_1 r_2 r_3 i_1 = r_2 r_3 U_0 \sin(\omega t + \psi) + \\ &+ (r_2 L_3 + r_3 L_2) U_0 \omega \cos(\omega t + \psi) - \\ &- (L_2 L_3 - M_2^2) U_0 \omega^2 \sin(\omega t + \psi); \\ &(L_1^2 L_2 L_3 - L_1 L_3 M_1^2 - L_1^2 M_2^2) i_2''' + \\ &+ (r_1 L_1 L_2 L_3 + r_2 L_1^2 L_3 + \\ &+ r_3 L_1^2 L_2 - r_3 L_1 M_1^2 - r_1 L_1 M_2^2) i_2'' + \\ &+ (r_1 r_2 L_1 L_3 + r_1 r_3 L_1 L_2 + r_2 r_3 L_1^2) i_2' + r_1 r_2 r_3 L_1 i_2 = \\ &= r_3 M_1 L_1 U_0 \omega \cos(\omega t + \psi) - \\ &- L_1 L_3 M_1 U_0 \omega^2 \sin(\omega t + \psi); \\ &(L_1 L_2 L_3 - L_3 M_1^2 - L_1 M_2^2) i_3''' + \\ &+ (r_1 L_2 L_3 + r_2 L_1 L_3 + r_3 L_1 L_2 - r_3 M_1^2 - r_1 M_2^2) i_3'' + \\ &+ (r_1 r_2 L_3 + r_1 r_3 L_2 + r_2 r_3 L_1) i_3' + r_1 r_2 r_3 i_3 = \\ &= -(L_2 L_3 - M_2^2) U_0 \omega^2 \sin(\omega t + \psi). \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Початкові умови для цієї системи отримуємо у такому вигляді:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{i}_{10} &= \frac{U_0 \sin(\psi)(L_2 L_3 - M_2^2)}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}; \\ \dot{i}_{20} &= \frac{U_0 \sin(\psi) M_1 L_3}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}; \\ \dot{i}_{30} &= \frac{U_0 \sin(\psi) M_1 M_2}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}; \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} i_{10}'' &= \frac{U_0 \omega \cos(\psi)(L_2 L_3 - M_2^2) - r_1(L_2 L_3 - M_2^2) i_{10}' -}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3} - \\ &- \frac{M_1 L_3 r_2 i_{20}' - M_1 M_2 r_3 i_{30}'}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}; \\ i_{20}'' &= \frac{U_0 \omega \cos(\psi) M_1 L_3 - M_1 L_3 r_1 i_{10}' -}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3} - \\ &- \frac{L_1 L_3 r_2 i_{20}' - L_1 M_2 r_3 i_{30}'}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}; \\ i_{30}'' &= \frac{U_0 \omega \cos(\psi) M_1 M_2 + M_1^2 r_3 i_{30}' +}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3} + \\ &+ \frac{L_1 M_2 r_2 i_{20}' - L_1 L_2 r_3 i_{30}' - M_1 M_2 r_3 i_{10}'}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Таким чином, знайдені необхідні дані для розв'язання системи диференціальних рівнянь (2) і знаходження струмів  $i_1(t), i_2(t), i_3(t)$ .

На рис. 3 зображені перехідні процеси, що виникають у кожному із трьох кіл при вмиканні каскаду із двох трансформаторів. У першому випадку  $\psi = 0$  (суцільна лінія) в момент вмикання живляча напруга проходить через нуль, у другому (пунктирна лінія) вмикання відбувається при проходженні напруги через максимум. Відомо, що при вмиканні трансформатора, який попередньо закорочений (в колі навантаження), максимальний кидок струму спостерігається, якщо вмикання відбувається при проходженні напруги через нуль [1]. Така тенденція зберігається, як видно з графіка, при  $i_1(t)$  і при з'єднанні двох трансформаторів. Крива струму  $i_1(t)$  [ $\psi = 0$ ] на інтервалі  $0...0,04$  с проходить вище нуля, тобто ударний коефіцієнт буде близький до 2. Вмикання каскаду трансформаторів при проходженні напруги через максимум  $i_1(t)$ , [ $\psi = 90^\circ$ ] практично не викликає перехідного процесу (пунктирна крива на рис. 1). Слід звернути увагу на той факт, що при вмиканні каскаду трансформаторів, незалежно від кута вмикання, у третьому колі перехідні процеси майже відсутні. Це означає, що при розрахунках систем релейного захисту ударні струми слід враховувати лише для першого трансформатора зі сторони вмикання.

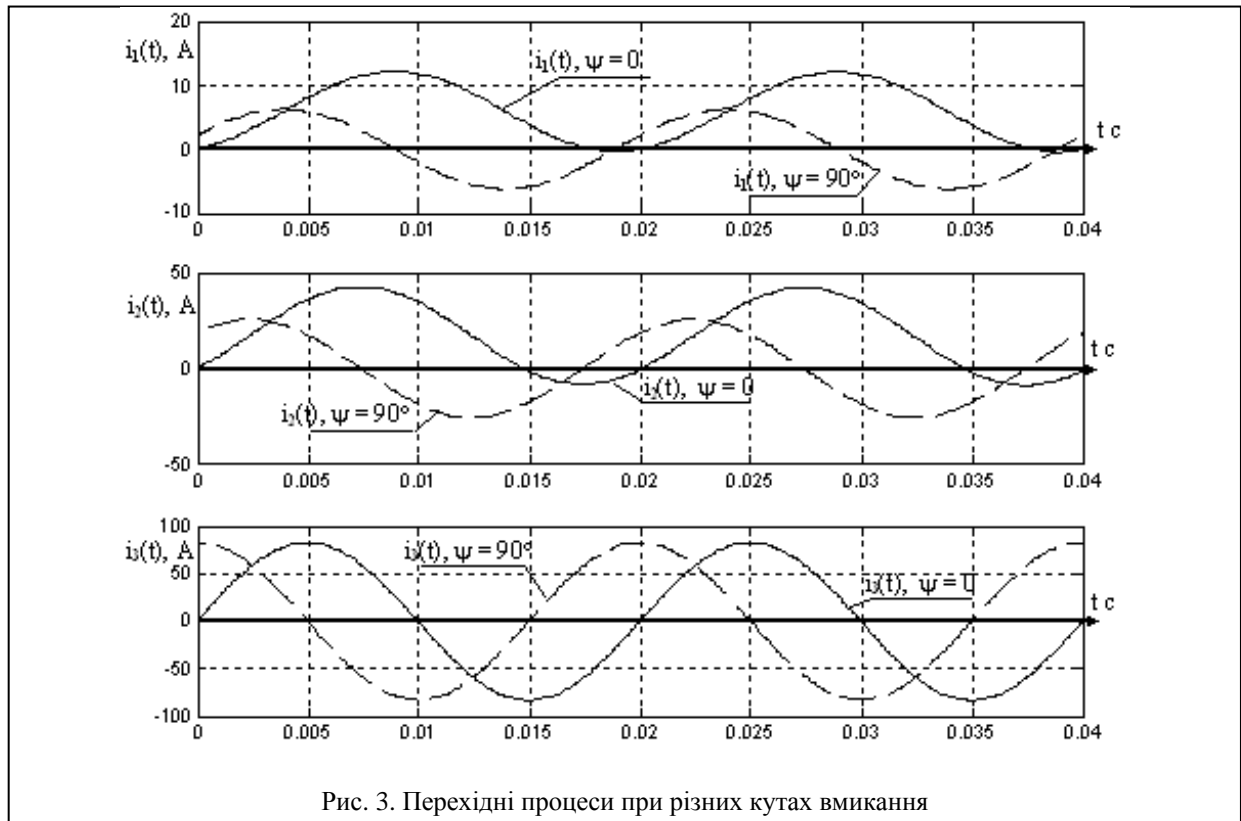


Рис. 3. Перехідні процеси при різних кутах вмикання

Відомо, що при вмиканні високовольтної лінії електропередачі (наприклад, у разі спрацювання АПВ) відбувається вмикання цілої низки навантажених трансформаторів. Тому пропонується така методика складання диференційних рівнянь каскадного з'єднання трансформаторів. Представимо диференційні рівняння для одного і двох трансформаторів у такому вигляді:

$$Ai'' + Bi' + Ci = bU + aU'; \quad (5)$$

$$Ai''' + Bi'' + Ci' + Di = cU + bU' + aU'', \quad (6)$$

де  $A$  – коефіцієнт при старшій похідній струму;

$B, C, D$  – коефіцієнти при наступних похідних струму;

$a$  – коефіцієнт при старшій похідній напруги;

$b, c$  – коефіцієнти при наступних похідних.

Диференційні рівняння для каскаду з трьох або чотирьох трансформаторів подібні рівнянням (5), (6) і мають вигляд

$$Ai'''' + Bi'''' + Ci'' + Di' + Ei = dU + cU' + bU'' + aU'''; \quad (7)$$

$$Ai'''' + Bi'''' + Ci'''' + Di'' + Ei' + Fi = eU + dU' + cU'' + bU''' + aU'''' \quad (8)$$

Рівняння (7) відповідає трьом послідовно ввімкненим трансформаторам, рівняння (8) відповідає каскаду з чотирьох трансформаторів. Таким чином, залежно від кількості трансформаторів в каскаді можна скласти відповідне диференційне рівняння за

вказаною структурою.

У дослідженні були отримані відповідні коефіцієнти для рівнянь (5) – (8). Оскільки вони досить громіздкі, то в табл. 1 наведені коефіцієнти  $A$  і  $B$  при старших похідних та при струмі для каскаду з 1 – 4 трансформаторів.

Аналіз отриманих результатів показує, що мають місце певні закономірності, виходячи з яких можна скласти відповідні диференційні рівняння для будь-якої кількості послідовно ввімкнених трансформаторів. Крім того, мають місце закономірності у виразах для знаходження значень початкових умов для струму та його похідних:

$$\begin{cases} i_1'(t_0) = \frac{U_0 L_2 \sin(\psi_0)}{L_2 L_1 - M^2}; \\ i_2'(t_0) = \frac{U_0 M \sin(\psi_0)}{L_2 L_1 - M^2}; \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} i_{10}' = \frac{U_0 \sin(\psi)(L_2 L_3 - M_2^2)}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}; \\ i_{20}' = \frac{U_0 \sin(\psi) M_1 L_3}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}; \\ i_{30}' = \frac{U_0 \sin(\psi) M_1 M_2}{L_1(L_2 L_3 - M_2^2) - M_1^2 L_3}. \end{cases} \quad (10)$$

Вираз (9) відповідає значенню першої похідної струму при  $t = 0$  для кола з одного трансформатора, (10) і (11) – значенням перших і других похідних

Таблиця 1

	A	B	i
1 Тр.	$L_1L_2 - M_2^2$	$r_1L_2 + r_2L_1$	$r_1r_2$
2 Тр.	$L_1L_2L_3 - M_1^2L_3 - M_2^2L_1$	$(r_1L_2L_3 + r_2L_1L_3 + r_3L_1L_2 - r_3M_1^2 - r_1M_2^2)$	$r_1r_2r_3$
3 Тр.	$L_1L_2L_3L_4 + M_1^2M_3^2 -$ $-M_1^2L_3L_4 - M_2^2L_1L_4 - M_3^2L_1L_2$	$r_1L_2L_3L_4 + r_2L_1L_3L_4 + r_3L_1L_2L_4 + r_4L_1L_2L_3 -$ $- r_3L_4M_1^2 - r_4L_3M_1^2 - r_1L_4M_2^2 -$ $- r_4L_1M_2^2 - r_1L_2M_3^2 - r_2L_1M_3^2$	$r_1r_2r_3r_4$
4 Тр.	$L_1L_2L_3L_4L_5 - M_1^2L_3L_4L_5 -$ $- M_2^2L_1L_4L_5 - M_3^2L_1L_2L_5 -$ $- M_4^2L_1L_2L_3 + M_1^2M_3^2L_5 +$ $+ M_1^2M_4^2L_3 + M_2^2M_4^2L_1$	$r_5L_1L_2L_3L_4 + r_4L_1L_2L_3L_5 + r_3L_1L_2L_4L_5 + r_2L_1L_3L_4L_5 +$ $+ r_1L_2L_3L_4L_5 - r_5L_3L_4M_1^2 - r_4L_3L_5M_1^2 - r_3L_4L_5M_1^2 -$ $- r_4L_1L_5M_2^2 - r_1L_4L_5M_2^2 - r_5L_1L_4M_2^2 - r_5L_1L_2M_3^2 -$ $- r_1L_2L_5M_3^2 - r_2L_1L_5M_3^2 - r_3L_1L_2M_4^2 - r_2L_1L_3M_4^2 -$ $- r_1L_2L_3M_4^2 + r_5M_1^2M_3^2 + r_3M_1^2M_4^2 + r_1M_2^2M_4^2$	$r_1r_2r_3r_4r_5$

для кола з двох трансформаторів. Виходячи з найденних закономірностей, початкові умови для інших схем вмикання представлені таким чином:

$$\left\{ \begin{aligned} i_{10}'' &= \frac{U_0 \omega \cos(\psi)(L_2L_3 - M_2^2)}{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3} \\ r_1(L_2L_3 - M_2^2)i_{10}' - M_1L_3r_2i_{20}' - M_1M_2r_3i_{30}', \\ &\frac{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3}{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3} \\ i_{20}'' &= \frac{U_0 \omega \cos(\psi)M_1L_3}{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3} \\ &\frac{M_1L_3r_1i_{10}' - L_1L_3r_2i_{20}' - L_1M_2r_3i_{30}'}{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3} \\ i_{30}'' &= \frac{U_0 \omega \cos(\psi)M_1M_2 + M_1^2r_3i_{30}'}{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3} + \\ &+ \frac{L_1M_2r_2i_{20}' - L_1L_2r_3i_{30}' - M_1M_2i_{10}'}{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

У результаті була отримана система диференціальних рівнянь (12), які дозволяють описати роботу групи трансформаторів у таких режимах, як процес вмикання, усталена робота, зміна навантаження:

$$\left\{ \begin{aligned} A_1i_1'' + B_1i_1' + C_1i_1 &= b_1U_1 + a_1U; \\ A_2i_1''' + B_2i_1'' + C_2i_1' + D_2i_1 &= \\ &= c_2U_1 + b_2U_1' + a_2U_1''; \\ A_3i_1'''' + B_3i_1''' + C_3i_1'' + D_3i_1' + E_3i_1 &= \\ &= d_3U_1 + c_3U_1' + b_3U_1''; \\ A_ni_1^{n+1} + B_ni_1^n + C_ni_1^{n-1} + D_ni_1^{n-2} + E_ni_1 + \dots &= \\ &= d_nU_1 + c_nU_1' + b_nU_1'' + a_nU_1''' + \dots \end{aligned} \right. \quad (12)$$

### Висновок

Математична модель роботи системи трансформаторів у поєднанні з ЛЕП дає змогу уточнити значення ударних струмів у СЕП, дослідити характер перехідних процесів у будь-якій з ланок системи та вивчити вплив на перехідні процеси різних чинників.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы. – М., Л.: Энергия, 1964. – 703 с.
2. Чернобровов К.В. Релейная защита. – М., Л.: Энергия, 1966. – 760 с.
3. Баптиданов Л.Н. Электрические сети и станции. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 464 с.
4. Веников В.А. Переходные электрохимические процессы в электрических системах. – М.: Высшая школа, 1970. – 471 с.
5. Идельчик В.И. Электрические системы и сети. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 591 с.
6. Пиотровский Л.М. Электрические машины. – Л.: Энергия, 1974. – 503 с.
7. Панченко А.М. Особливості вмикання навантаженого трансформатора // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2003. – Вип. 6. – С. 48 – 54.
8. Панченко А.М. Спосіб вмикання навантаження в мережу змінного струму без ініціювання перехідного процесу // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 10. – С. 135 – 141.
9. Сорокин И.Г., Анохин В.Я. Применение метода расчетных кривых к расчету переходных процессов при коротких замыканиях в электрических системах. – Х.: ХВКИУ, 1967. – 138 с.

Надійшла 07.12.2005

Рецензент: д-р техн. наук професор Б.Т. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил.