

УДК 629.7.054.07

А.М. Зарубін, В.В. Астанін

АНАЛІЗ СУМАРНИХ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ ПОХИБОК ІНЕРЦІАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Проведено аналіз сумарного впливу систематичного дрейфу гіроскопа та зсуву нуля акселерометра на похибки визначення вертикалі, швидкості та пройденого шляху конкретної інерціальної навігаційної системи. Наведені аналітичні вирази вихідних сигналів та їх графічні зображення.

Постановка проблеми

Підвищення точнісних характеристик сучасних навігаційних комплексів можливе за рахунок сумісної обробки сигналів від інерціальних навігаційних систем (ІНС), як автономних, заводозахисених, потайних та всепогодних датчиків, та систем-коректорів. У ролі останніх нині, як правило, виступають супутникові навігаційні системи (СНС), яким властива найвища точність. У відомих літературних джерелах [1, 2] з метою принципової демонстрації інструментальних похибок автономної складової аналізується роздільний вплив систематичних дрейфів гіроскопів та зсуву нуля акселерометрів на вихідні навігаційні параметри. Для розробки ж методів корекції авіаційних бортових систем необхідно мати зображення реальних сумарних сигналів.

Мета статті – отримання аналітичних виразів, що описують похибки ІНС у визначенні вертикалі, швидкості польоту та пройденого шляху у зручному для досліджень вигляді, та графічних зображень цих похибок.

Основний матеріал

Скористуємось структурною схемою горизонтального каналу гіровертикалі, зображеною на рис. 1, що може трактуватись як математична модель [3].

З цієї схеми випливає рівняння

$$H\beta' = M_{др} + \int_0^t K_{дм}(\Delta a_x - g\beta) dt, \quad (1)$$

яке описує динаміку процесу утворення похибок гіроінерціальної системи. Для спрощення прийемо $M_{др} = const$ та $\Delta a_x = const$.

У початковий момент часу ($t = 0$) з рівняння (1) отримаємо $H\beta' = M_{др}$. Після диференціювання (1) за часом з урахуванням умови Шулера $K_{дм}/H = 1/R$ маємо

$$\beta'' + \frac{g}{R}\beta = \frac{\Delta a_x}{R}; \quad (2)$$

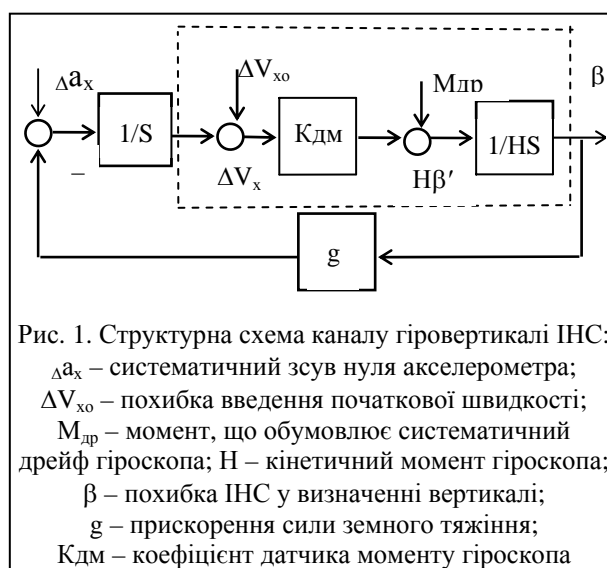


Рис. 1. Структурна схема каналу гіровертикалі ІНС:
 Δa_x – систематичний зсув нуля акселерометра;
 ΔV_{xo} – похибка введення початкової швидкості;
 $M_{др}$ – момент, що обумовлює систематичний дрейф гіроскопа; H – кінетичний момент гіроскопа;
 β – похибка ІНС у визначенні вертикалі;
 g – прискорення сили земного тяжіння;
 $K_{дм}$ – коефіцієнт датчика моменту гіроскопа

$$\beta'(0) = \frac{M_{др}}{H} = \omega_{др}; \quad (3)$$

$$\beta(0) = 0, \quad (4)$$

де $\omega_{др}$ – кутова швидкість відходу гіроскопа.

Розв'язання диференціального рівняння (2) при початкових умовах (3) та (4) має вигляд

$$\beta(t) = \frac{\Delta a_x}{g} + A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t, \quad (5)$$

де $\omega_0 = \sqrt{g/R}$ – власна частота коливань у каналі гіровертикалі (частота Шулера);
 R – радіус Землі.

Визначимо постійні коефіцієнти у рівнянні (5).

При $t = 0$ маємо $\beta(0) = \frac{\Delta a_x}{g} + B$; тоді, з ураху-

ванням рівняння (4), $B = -\frac{\Delta a_x}{g}$.

Продиференціювавши рівняння (5), отримаємо

$$\beta'(t) = A \omega_0 \cos \omega_0 t - B \omega_0 \sin \omega_0 t. \quad (6)$$

Тоді при $t = 0$ $\omega_{др} = A \omega_0$, звідки $A = \omega_{др}/\omega_0$, а отже

$$\begin{aligned} \beta(t) &= \frac{\Delta a_x}{g} + \frac{\omega_{др}}{\omega_0} \sin \omega_0 t - \frac{\Delta a_x}{g} \cos \omega_0 t = \\ &= \frac{\omega_{др}}{\omega_0} \sin \omega_0 t + \frac{\Delta a_x}{g} (1 - \cos \omega_0 t), \end{aligned} \quad (7)$$

тобто систематичний відхід гіроскопа викликає коливальну похибку у положенні платформи відносно горизонту, а зсув нуля акселерометра – постійну та коливальну складові.

Згідно зі структурною схемою похибка у визначенні швидкості польоту дорівнює

$$\begin{aligned} \Delta V_x(t) &= \int_0^t (\Delta a_x - g\beta) dt = -\int_0^t g \frac{\omega_{др}}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau d\tau + \\ &+ \Delta a_x \int_0^t \cos \omega_0 \tau d\tau = \omega_{др} R \cos \omega_0 \tau \Big|_0^t + \frac{\Delta a_x}{\omega_0} \tau \Big|_0^t = \\ &= \omega_{др} R (\cos \omega_0 t - 1) + \frac{\Delta a_x}{\omega_0} \sin \omega_0 t. \end{aligned} \quad (8)$$

З цього рівняння випливає, що дрейф гіроскопа є причиною коливальної та постійної складових похибки ІНС у зчисленні швидкості, а зсув нуля акселерометра – коливальної складової.

Рівняння, що описує неточність обчислення пройденого шляху, отримується інтегруванням виразу (8):

$$\begin{aligned} \Delta X(t) &= \int_0^t \Delta V_x(\tau) d\tau = \\ &= \omega R \left(-\frac{\Delta a_x}{\omega_0} \sin \omega_0 t - t \right) + \frac{\Delta a_x}{\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, сумарна похибка інерціальної навігаційної системи у зчисленні координати обумовлена синусоїдальною та зростаючою з часом складовою від систематичного дрейфу гіроскопа, а також постійною та коливальною компонентою від інструментальної похибки акселерометра.

Для малогабаритної інерціальної навігаційної системи ІНС постійний відхід поплавкового гіроскопа ГПА-20 складає 2 °/год., а похибка маятникового акселерометра ДА-1 – 0,0005 м/с² [4, 5]. За цих умов сумарні похибки (7), (8) та (9) системи зображаються графіками, наведеними на рис. 2 – 4 відповідно. Розрахунки показують, що зсув нуля акселерометра впливає на результуючий сигнал на 3...4 порядки менше, ніж дрейф гіроскопа, і тому сумарна похибка практично не відрізняється від обумовленої дрейфом.

Кут відхилення платформи від горизонту змінюється за синусоїдальним законом з періодом Шулера. Похибка у визначенні швидкості польоту містить у собі постійну складову, що дорівнює –222,4 км/год.,

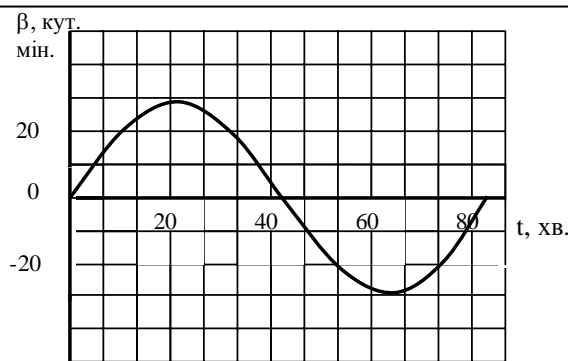


Рис. 2. Похибки визначення вертикалі

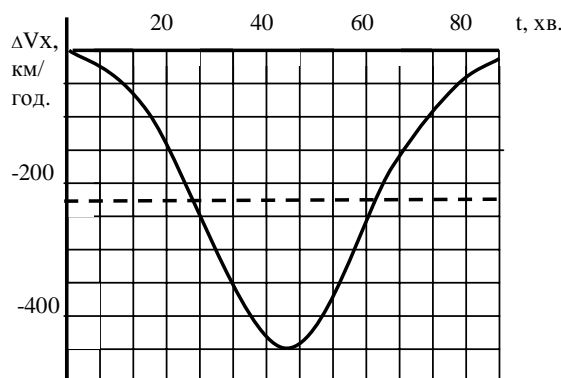


Рис. 3. Похибки визначення швидкості

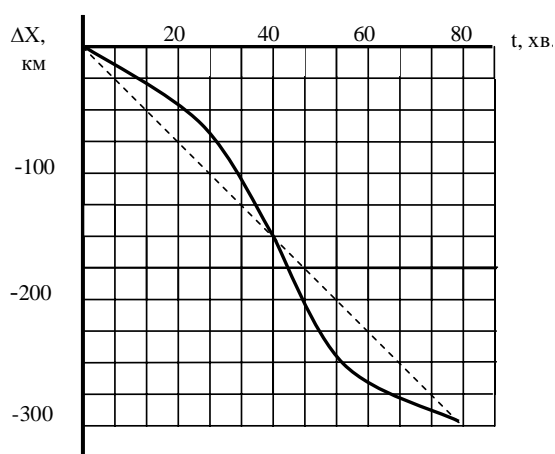


Рис. 4. Похибки обчислення пройденого шляху

та косинусоїдальну компоненту. Похибка обчислення пройденого шляху має синусоїдальний характер і швидко зростає пропорційно часу (пунктирна лінія на рис. 4).

Цілком очевидно, що зображені на цих рисунках похибки неприпустимі для літаководіння, і тому у МІС дрейфи гіроскопів запам'ятовуються під час початкового виставлення гіроплатформи (режим "Балансування") як правило при попередній підготовці, а потім ці значення використовуються для корекції гіроплатформи у польоті. Систематичний

відхід гіроскопа від виставлення до виставлення складає 0,2 °/год. [6], що і вважається показником його точності.

Але й за цих умов похибки навігаційних параметрів, викликані зсувом нуля акселерометрів, порівняно незначні, і тому за технічні характеристики прийнято таке: похибка за шляховою швидкістю не перевищує 12 м/с (43,2 км/год.) за 20 хвилин польоту; похибки за координатами – не більші 20 км за годину.

На похибки вертикалі, швидкості та пройденого шляху впливає точність азимутального виставлення платформи, яка для ІНС характеризується абсолютним відхиленням $\pm 0,5^\circ$. Математичні вирази для них отримуються з розв'язання диференціального рівняння

$$\beta'' + \frac{g}{R}\beta = 0, \quad (10)$$

що має вигляд

$$\beta(t) = A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t. \quad (11)$$

Діючи таким же чином, як і для рівняння (5), отримаємо коефіцієнти: $A = \beta'(0)/\omega_0$; $B = \beta(0)$. Тоді рівняння (11) набуває вигляду

$$\beta(t) = \beta'(0)/\omega_0 \sin \omega_0 t + \beta(0) \cos \omega_0 t, \quad (12)$$

де $\beta(0)$ – похибка початкового виставлення вертикалі.

Вважаючи $\beta(0) = 0$ та $\Delta a_x = 0$, що, як впливає з наведеного вище, близьке до реального, з рис. 1 отримаємо

$$\beta'(0) = K_{\text{ДМ}} \frac{\Delta V_{x0}}{H} = \frac{\Delta V_{x0}}{R} \quad (13)$$

при виконанні умови Шулера, а рівняння (12) дає

$$\beta(t) = \beta'(0)/\omega_0 \sin \omega_0 t = \frac{\Delta V_{x0}}{R\omega_0} \sin \omega_0 t. \quad (14)$$

Слід відмітити, що група похибок, обумовлена неточністю азимутального виставлення, має складний характер, оскільки для їх аналізу необхідно враховувати перехресні зв'язки каналів ІНС. Перш за все похибка азимутального виставлення приводить до повороту обчислювальної лінії шляху відносно дійсної, у результаті чого маємо

$$\Delta X = Y\Delta\Psi_0; \quad \Delta Y = -X\Delta\Psi_0;$$

$$\Delta V_x = \Delta V_Y\Delta\Psi_0; \quad \Delta V_Y = -V_x\Delta\Psi_0, \quad (15)$$

де ΔX , ΔY – похибки визначення координат;

ΔV_x , ΔV_Y – похибки визначення швидкості;

$\Delta\Psi_0$ – похибка виставлення стоянкового курсу.

З урахуванням цього з рівняння (14) отримаємо

$$\beta(t) = \frac{V_Y\Delta\Psi_0}{R\omega_0} \sin \omega_0 t, \quad (16)$$

тобто вертикаль визначається системою з похибкою,

що змінюється за синусоїдальним законом. Для даних, які має аналізована ІНС, та біполярного значення $\Delta\Psi_0$ графічна інтерпретація залежності (16) при швидкості руху літака $V_Y = 500$ км/год. зображена на рис. 5.



Рис. 5. Похибка вертикалі від неточності каналу азимуту: — $\Delta\Psi_0 = 0,5^\circ$; - - $\Delta\Psi_0 = -0,5^\circ$

Звернувшись знову до структурної схеми каналу гіровертикалі (див. рис. 1), отримаємо математичну залежність похибки за швидкістю від неточності в азимутальному каналі $\Delta\Psi_0$:

$$\begin{aligned} \Delta V_x(t) &= -\int_0^t g\beta(\tau) d\tau = -\int_0^t g \frac{V_Y\Delta\Psi_0}{R\omega_0} \sin \omega_0 \tau d\tau = \\ &= -g \frac{V_Y\Delta\Psi_0}{R\omega_0^2} \cos \omega_0 \tau \Big|_0^t = -V_Y\Delta\Psi_0(1 - \cos \omega_0 t). \end{aligned} \quad (16)$$

Графіки цієї залежності зображені на рис. 6.

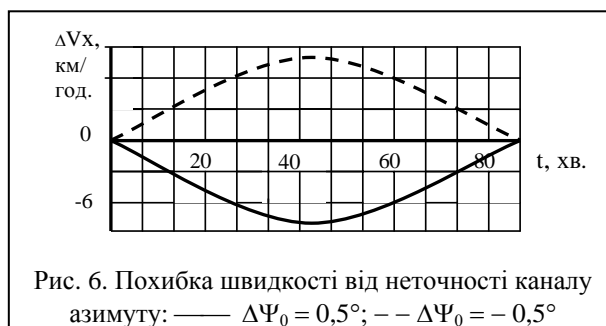


Рис. 6. Похибка швидкості від неточності каналу азимуту: — $\Delta\Psi_0 = 0,5^\circ$; - - $\Delta\Psi_0 = -0,5^\circ$

Проінтегрувавши рівняння (16), отримаємо вираз для похибки обчислення пройденого шляху вздовж однієї з осей координат залежно від похибки в азимутальному каналі:

$$\begin{aligned} \Delta X(t) &= \int_0^t \Delta V_x(\tau) d\tau = -\int_0^t V_Y\Delta\Psi_0(1 - \cos \omega_0 \tau) d\tau = \\ &= -V_Y\Delta\Psi_0 \left[\tau \Big|_0^t - \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \Big|_0^t \right] = \\ &= -V_Y\Delta\Psi_0 \left(t - \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right). \end{aligned}$$

Графіки цієї функції наведені на рис. 7.

Як видно, $\Delta V_x(t)$ має косинусоїдальну та постійну складові, а $\Delta X(t)$ має синусоїдальний характер та зростає з часом.



Рис. 7. Похибка обчислення шляху від неточності каналу азимуту: — $\Delta\Psi_0 = 0,5^\circ$; - - $\Delta\Psi_0 = -0,5^\circ$

Маючи ці дані, можемо побудувати графіки сумарних похибок інерціальної навігаційної системи, які обумовлені систематичними відходами гіроскопів у горизонтальних каналах та у каналі курсу, а також зсувами нуля акселерометрів (рис. 8 – 10). З рисунків видно, що навіть регулярні відхилення навігаційних параметрів лежать у певних діапазонах і не можуть трактуватися як систематичні.

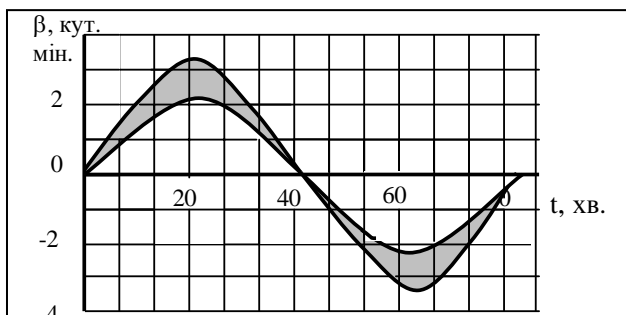


Рис. 8. Сумарна похибка визначення вертикалі

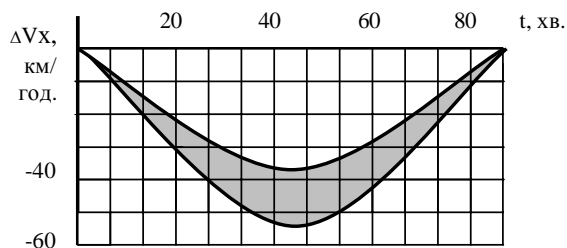


Рис. 9. Сумарна похибка обчислення швидкості

Більше того, похибки датчиків первинної інформації у найпростішому вигляді зображаються таким чином.

Похибки акселерометрів звичайно розділяють на постійні та флуктуаційні складові і зображають їх як суму

$$\Delta a(t) = \Delta \bar{a}(t) + \Delta \tilde{a}(t), \quad (17)$$

де $\Delta \bar{a}'(t) = 0$; $\Delta \tilde{a}'(t) = -\Delta a(t) / \tau_a + \xi_a$;

τ_a – час кореляції випадкової складової;

ξ_a – сигнал типу “білий шум”.

Рівняння швидкості відходу гіроскопа має вигляд

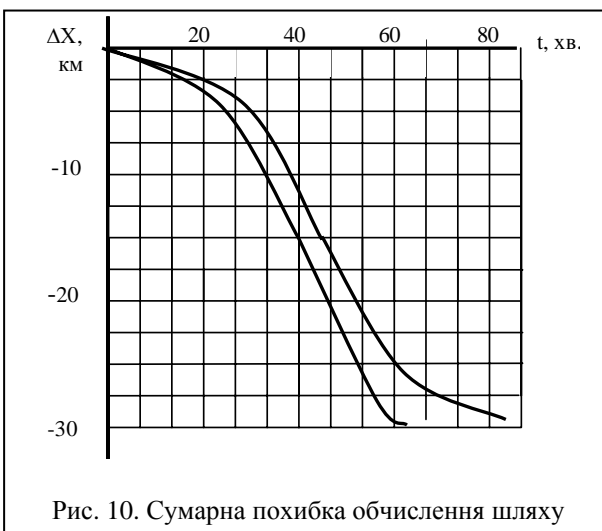


Рис. 10. Сумарна похибка обчислення шляху

$$\Delta \omega(t) = \Delta \bar{\omega}(t) + \Delta \tilde{\omega}(t), \quad (18)$$

де $\Delta \omega'(t) = 0$;

$$\Delta \tilde{\omega}'(t) = -\Delta \omega(t) / \tau_\omega + \xi_\omega;$$

τ_ω – час кореляції;

ξ_ω – сигнал типу “білий шум”.

Висновок

Випадковий дрейф гіроскопу аналізованої ІНС складає 0,1...0,3 °/год., тобто має порядок, що дорівнює систематичній складовій [5, 6].

Таким чином, компенсацію усіх видів інструментальних похибок інерціальних систем від інших доцільно реалізувати методами субоптимальної та оптимальної фільтрації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Авиационные приборы и навигационные системы / Под ред. О.А. Бабича. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1981. – 564 с.
2. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982. – 215 с.
3. Зарубин А.Н. Методы и средства начальной выставки инерциальных навигационных систем. – Х.: ХВВАИУ, 1987. – 55 с.
4. Медведев В.В., Обухов А.И., Богданов М.В. Датчики первичной информации. – Х.: ХВВАИУ, 1987. – Ч. I. – 86 с.
5. Медведев В.В., Обухов А.И., Богданов М.В. Датчики первичной информации. – Х.: ХВВАИУ, 1988. – Ч. II. – 94 с.
6. Горбунов В.И., Зарубин А.Н. Малогабаритная инерциальная система МИС. – Х.: ХВВАИУ, 1984. – 54 с.

Надійшла 09.02.2006

Рецензент: д-р техн. наук професор Ю.В. Стаєв, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба.