

УДК 629.7.016.7

О.О. Добров

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПОЧАТКОВИХ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ НА ТОЧНІСТЬ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МЕТОДОМ СКАНУВАННЯ

*Розглядається пошуковий метод ідентифікації Гауса-Зейделя та його реалізація у MatLAB. Досліджується вплив початкових значень параметрів на точність пошуку. Надаються результати визначення аеродинамічних коефіцієнтів літака за даними льотного експерименту.*

### Постановка проблеми

Сучасний високий стан розвитку обчислювальної техніки надає розширені можливості удосконалення та модернізації авіаційних тренажерів (АТ). Одним з напрямків такої модернізації є підвищення точності відтворення в АТ пілотажно-навігаційних параметрів польоту. На точність відтворення характеристик літака суттєво впливає математична модель динаміки польоту (ММДП). Підвищити ступінь наближення динамічних характеристик АТ до реального літального апарата (ЛА) можна за рахунок удосконалення форми коефіцієнтів аеродинамічних сил та моментів ЛА у ММДП, що здійснюється шляхом уточнення їх методами ідентифікації за результатами реального льотного експерименту.

Серед існуючої великої кількості сучасних методів ідентифікації [1, 2] найбільш поширеними є послідовні регресійні методи на базі класичної теорії найменших квадратів та оптимальні пошукові методи ідентифікації на базі моделі, що настраюється. Як перші, так і другі мають свої переваги та недоліки. Пошукові методи ідентифікації за моделлю, що настраюється, висувають значні вимоги до початкових значень параметрів, які визначаються.

### Аналіз літератури

У монографії [3] розглядаються основні методи пошукової ідентифікації та їх модифікації: метод сканування (сліпий пошук), градієнтний метод, метод лінійної екстраполяції, метод випадкового пошуку. Надаються приклади неможливості використання градієнтних методів ідентифікації у зв'язку з великим відхиленням початкових значень від істинних аеродинамічних коефіцієнтів. Залежність одного з різновидів сліпого пошуку – методу Гауса-Зейделя від початкових значень ідентифікації – аналізується в [5].

**Мета статті** – реалізація методу сліпого пошуку Гауса-Зейделя у пакеті візуального моделювання Simulink програмного забезпечення MatLAB для ідентифікації коефіцієнтів аеродинамічних сил та моментів літака Л-39 за результатами льотного ек-

перименту; дослідження впливу початкових значень параметрів на збіжність методу за цією реалізацією.

### Результати досліджень

Пошукові методи ідентифікації, до яких відноситься і метод сканування, використовують у своїй основі модель, що настраюється. Параметри цієї моделі змінюються з метою досягнення мінімуму критерію якості ідентифікації. Функціональну схему ідентифікації можна представити у вигляді, зображеному на рис. 1.

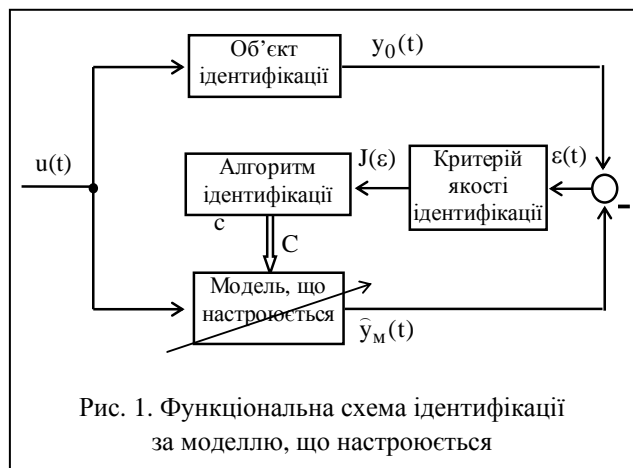


Рис. 1. Функціональна схема ідентифікації за моделлю, що настраюється

До входів об'єкта ідентифікації та моделі, що настраюється, подається зовнішній вплив  $u(t)$ , від якого залежить вихід об'єкта ідентифікації  $y_0(t)$ . Вихідна величина моделі  $\hat{y}_m(t)$  залежить від вектора параметрів  $c$ , який розраховується за алгоритмом ідентифікації залежно від обраного методу пошуку. Різниця між вихідними величинами об'єкта ідентифікації та моделлю, що настраюється, утворює нев'язку

$$\varepsilon(t) = \hat{y}_m(t) - y_0(t), \quad (1)$$

яка визначає функцію втрат

$$F(\varepsilon) = \varepsilon^2.$$

Використання квадратичної функції втрат  $F(\varepsilon)$  дозволяє підвищити швидкість збіжності алгоритмів

пошуку у порівнянні з модульною функцією втрат  $F(\epsilon) = |\epsilon|$ .

Метод мінімізації квадратичного критерію якості

$$J(\epsilon) = M\{\epsilon^2(c)\}, \quad (2)$$

де  $M$  – математичне сподівання, відповідає широко поширеному методу найменших квадратів. Цей метод зводиться до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь і тому оптимальний розв'язок  $c^*$  може бути наданий в аналітичному вигляді через кореляційні функції.

Пошук мінімуму функціонала якості  $J(\epsilon)$  може здійснюватися різними методами. Серед них визначають регулярні (детерміновані) і стохастичні (випадкові). Регулярні методи пошуку передбачають однакову дію системи при однакових вхідних сигналах, на відміну від випадкових, які допускають неоднакову дію системи у тотожних ситуаціях. Основними регулярними методами пошуку є: сканування, Гауса-Зейделя, градієнта, найшвидшого спуску, важкої кулі [3]. У методі Гауса-Зейделя пошук мінімуму функціонала якості здійснюється послідовно за всіма параметрами таким чином, що на кожному етапі мінімум відшукується тільки за одним з них. Це обумовлює просту реалізацію цього методу на ЕОМ шляхом підключення одноканального оптимізатора послідовно до кожного з каналів. Як недолік слід відмітити, що за один цикл пошуку, тобто після однократного звернення до всіх каналів, як правило, не вдається знайти стан, що відповідає мінімуму функціонала якості. Тому необхідне багаторазове повторювання циклів пошуку. Цей недолік усувається досить великою швидкістю та потужністю сучасних ЕОМ.

Алгоритми, за якими може бути реалізований метод Гауса-Зейделя, відрізняються як за втратами на пошук, так і за швидкістю збіжності. Простим за реалізацією та задовільним за швидкістю збіжності є алгоритм з поверненням при невдалому кроці пошу-

ку [3]. Відміною цього алгоритму від інших, наприклад, алгоритму пошуку з парною пробою, є те, що не виконуються робочі кроки у невдалому напрямку пошуку.

Алгоритм працює таким чином. У просторі пошукових параметрів здійснюється крок пошуку  $h$ . Якщо значення функціонала якості у новому стані  $J(X_{i+1})$  більше або дорівнює функціоналу якості у початковій точці  $J(X_i)$ , тобто спроба виявилася невдалою, то система повертається у попередній стан, після чого знову робиться крок у випадковому напрямку. Якщо функціонал якості зменшився, то зроблений крок вважається робочим і наступний виконується вже з нового стану:

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_{i+1},$$

де  $\Delta X_{i+1}$  розраховується за формулою

$$\Delta X_{s+1} = \begin{cases} h & \text{при } J(x_s) < J(X_{i-1}); \\ -\Delta X_i & \text{при } J(X_i) \geq J(X_{i-1}). \end{cases}$$

Структурна схема алгоритму зображена на рис. 2, де  $h$  – крок пошуку;  $J_1, J_2$  – значення квадратичного критерію якості при відповідних кроках пошуку. Для роботи алгоритму необхідно мати пам'ять. Штрих-пунктиром на схемі зображені керуючі сигнали, які надходять до буферів пам'яті і призначені для формування пошукових параметрів.

Таким чином, для реалізації методу Гауса-Зейделя в алгоритмі ідентифікації за моделлю, що настроюється, необхідно здійснити пошук за схемою рис. 2 з поканальним підключенням до всіх ідентифікованих параметрів.

Математична модель, що настроюється, обирається у класичному вигляді [4], який складається з рівнянь руху центра мас ЛА у зв'язаних осях, рівнянь руху ЛА навколо центра мас та кінематичних рівнянь. Коефіцієнти аеродинамічних сил та моментів обираються у такому вигляді:

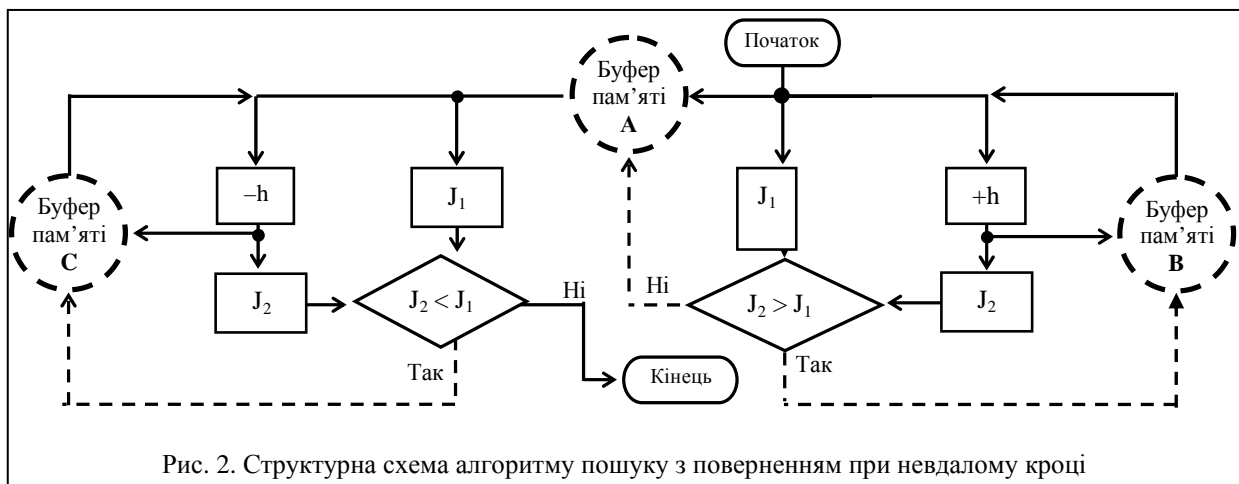


Рис. 2. Структурна схема алгоритму пошуку з поверненням при невдалому кроці

$$\begin{aligned}
 C_x &= C_{x_0}(M) + C_x(M, \alpha) + C_x^{\delta_{\text{кв}}}(\alpha)\delta_{\text{кв}}; \\
 C_y &= C_{y_0}(M) + C_y^\alpha(M, H)\alpha + C_y^{\delta_{\text{кв}}}(\alpha)\delta_{\text{кв}}; \\
 C_z &= C_z^\beta(M, \alpha)\beta + C_z^{\delta_{\text{кн}}}(M)\delta_{\text{кн}}; \\
 m_x &= m_x^\beta(\alpha, M)\beta + \frac{m_x^{\bar{\omega}_x}(M, \alpha)}{2V}l\omega_x + m_x^{\delta_e}(\alpha, M)\delta_e + \\
 &\quad + m_x^{\delta_{\text{кн}}}(\alpha, M)\delta_{\text{кн}}; \\
 m_y &= m_y^\beta(\alpha, \beta, M)\beta + \frac{m_y^{\bar{\omega}_x}(M, \alpha)}{2V}l\omega_x + \\
 &\quad + \frac{m_y^{\bar{\omega}_y}(M, \alpha)}{2V}l\omega_y + m_y^{\delta_{\text{кн}}}(M, \alpha)\delta_{\text{кн}}; \\
 m_z &= m_{z_0}(M) + m_z^\alpha(\alpha)\alpha + m_z^{\bar{\omega}_z}(M)\frac{b_a}{V}\omega_z + \\
 &\quad + m_z^{\delta_{\text{кв}}}(M, \alpha)\delta_{\text{кв}}, \quad (3)
 \end{aligned}$$

де  $C_{x_0}$  – коефіцієнт поздовжньої аеродинамічної сили при  $C_y = 0$ ;  $C_x$  – коефіцієнт поздовжньої аеродинамічної сили;  $C_x^{\delta_{\text{кв}}}$  – коефіцієнт поздовжньої аеродинамічної сили за кутом відхилення керма висоти;  $C_{y_0}$  – коефіцієнт нормальної аеродинамічної сили при  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ;  $C_y^\alpha$  – похідна коефіцієнта нормальної аеродинамічної сили за кутом атаки;  $C_y^{\delta_{\text{кв}}}$  – похідна коефіцієнта нормальної аеродинамічної сили за кутом відхилення керма висоти;  $C_z^\beta$  – похідна коефіцієнта поперечної аеродинамічної сили за кутом ковзання;  $C_z^{\delta_{\text{кн}}}$  – похідна коефіцієнта поперечної аеродинамічної сили за кутом відхилення керма напрямку;  $m_x^\beta, m_y^\beta, m_z^\alpha$  – коефіцієнти поперечної та шляхової статичної стійкості;  $m_z^{\delta_{\text{кв}}}, m_x^{\delta_e}, m_x^{\delta_{\text{кн}}}, m_y^{\delta_{\text{кн}}}$  – коефіцієнти ефективності керування;  $m_z^{\bar{\omega}_z}, m_x^{\bar{\omega}_x}, m_y^{\bar{\omega}_y}$  – коефіцієнти демпфуючих моментів;  $m_y^{\bar{\omega}_x}$  – коефіцієнт спірального демпфуючого моменту;  $m_{z_0}$  – коефіцієнт поздовжнього моменту при  $C_y = 0$ ;  $m_x, m_y, m_z$  – коефіцієнти поздовжнього, нормального та поперечного моментів ЛА;  $\alpha$  – кут атаки ЛА;  $\beta$  – кут ковзання ЛА;  $\delta_e, \delta_{\text{кн}}, \delta_{\text{кв}}$  – кути відхилення елеронів, керма напрямку та керма висоти відповідно;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – кутові швидкості крену, рискання та тангажа;  $S, l, b_a$  – площа, розмах та середня аеродинамічна хорда крила ЛА.

Початкові значення цих коефіцієнтів отримуються ідентифікацією за результатами льотного експерименту за допомогою послідовного методу найменших квадратів. Алгоритм та дослідження цього методу були розглянуті в [5]. При цьому відмічалось, що точність кінцевих значень аеродинамічних коефіцієнтів залежить від кількості проведених вимірювань. При проведенні трьох вимірювань вдавалося забезпечити точність ідентифікації у межах 20 %. Зменшити похибку нижче 20 % вдалося при використанні для ідентифікації даних шести експериментів. Таким чином, при реалізації методу Гауса-Зейделя маємо початкові значення коефіцієнтів аеродинамічних сил та моментів з відносною похибкою ідентифікації 23 % (після трьох експериментів) і меншою 16 % (після шістьох експериментів).

Ці початкові значення з відповідною похибкою подаються до входу схеми алгоритму пошуку (рис. 2). Критерій якості розраховується за рівнянням (2), де нев'язка  $\varepsilon$  розраховується за рівнянням (1). При цьому відповідні вектори стану об'єкту ідентифікації  $\bar{y}_0(t)$  та моделі, що настроюється,  $\bar{y}_M(t)$  складаються з таких значень: повітряна швидкість ( $V$ ); кути тангажу ( $\vartheta$ ), атаки ( $\alpha$ ) та курсу ( $\psi$ ). Крок пошуку  $h$  обирається постійним. Вплив початкових значень коефіцієнтів аеродинамічних сил та моментів на якість ідентифікації оцінювався за величинами критерію якості ідентифікації  $J$  та часу  $t$ , який необхідний для пошуку.

Для реалізації алгоритму ідентифікації за моделлю, що настроюється, з пошуком мінімуму критерію якості за методом Гауса-Зейделя був обраний пакет візуального програмування Simulink програмного забезпечення MatLAB [6]. Перевагою Simulink є те, що він, з одного боку, забезпечує доступ до основних можливостей пакету MatLAB, а з іншого – є достатньо самостійною його компонентою. Блоки програми можуть бути пов'язані один з одним як інформаційно, так і за рівняннями. Дані, якими обмінюються блоки, можуть бути скалярними величинами, векторами або матрицями довільних розмірів. Кількість виходів може бути легко змінена залежно від задач, які необхідно розв'язати. Ця модель має ієрархічну структуру, причому кількість рівнів ієрархії практично не обмежена. Доступ до будь-якого рівня ієрархії досягається шляхом простого дворазового „виклику” кнопкою „миші” на відповідному блоці. Зміна вхідних і спостереження за вихідними параметрами може здійснюватись у реальному часі і мати як цифрову, так і графічну форму зображення. Це можливо за рахунок використання вбудованих у бібліотеку Simulink блоків дисплеїв та осцилографів. Крім того,

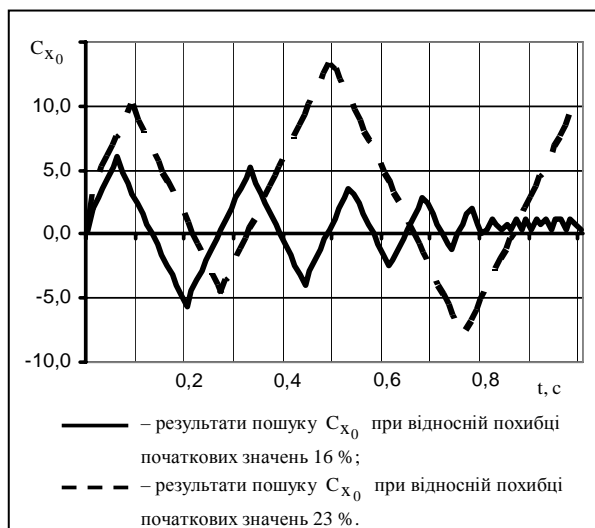


Рис. 3. Вплив точності початкових значень на пошук за методом Гауса-Зейделя



Рис. 4. Залежність критерію якості ідентифікації J від точності початкових значень при пошуку за методом Гауса-Зейделя

існує можливість включення до складу моделі готових блоків, приладів та засобів анімації.

Результати пошуку коефіцієнта  $C_{x_0}$  поздовжньої аеродинамічної сили при  $\alpha = 0$  при різних початкових даних та відповідні значення критерію якості зображені на рис. 3, 4.

## Висновки

1. Метод Гауса-Зейделя прийнятний для реалізації пошукових методів ідентифікації коефіцієнтів аеродинамічних сил та моментів ЛА.
2. Точність початкових значень суттєво впливає на збіжність пошуку.
3. При відносній похибці початкових значень більше 20 % неможливо знайти мінімум критерію якості за час 1 с для ідентифікації за результатами льотного експерименту.
4. Відносна похибка початкових значень у 16 % надає можливість пошуку оптимального значення критерію якості ідентифікації за час, менший ніж 1 с.
5. Підвищити якість ідентифікації можна за рахунок розробки методики визначення оптимального кроку пошуку.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
2. Сейдж Э.П., Мелса Д.Л. Идентификация систем управления. М.: Наука, 1974. – 248 с.
3. Растринин Л.А. Статистические методы поиска. – М.: Наука, 1968. – 376 с.
4. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979. – 352 с.
5. Зарубін А.М., Комаров Є.В., Добров О.О. Ідентифікація аеродинамічних коефіцієнтів літального апарату послідовним методом найменших квадратів // Системи обробки інформації: Зб. наук. пр. – Х.: ХУ ПС, 2005. – Вип. 6(46). – С. 46 – 51.
6. Дьяконов В., Круглов В. МАТЛАВ. Анализ, идентификация и моделирование систем: Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 456 с.
7. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

Надійшла 24.02.2006

Рецензент: д-р техн. наук професор О.Б. Аніпко, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба.