

УДК (651. 326)

А.Е. Горюшкіна

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків

**ОБҐРУНТУВАННЯ ВИБОРУ МЕТОДУ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ЗВ'ЯЗКУ**

Розроблені пропозиції щодо визначення властивостей використання перетворення Хартлі при моделюванні систем зв'язку. Проведено порівняння з існуючим широко розповсюдженим перетворенням Фур'є. Визначено оптимальний метод моделювання телекомунікаційних систем з використанням зв'язку між перетвореннями Хартлі та Фур'є.

**Ключові слова:** перетворення Хартлі, перетворення Фур'є, швидке перетворення Хартлі.

**Вступ**

Сучасний етап розвитку систем цифрової обробки і передачі інформації характеризується як збільшенням потоку інформації, що передається, так і підвищенням вимог до її якості. У зв'язку з цим одним з найважливіших завдань є підвищення ефективності компресії цифрових даних за умови високої якості суб'єктивного сприйняття інформації. Звертання до перетворення Хартлі було обумовлено ситуацією, що склалася у ряді методів обробки інформації, які використовують дійсні складові послідовності даних, обробку яких бажано здійснювати в області дійсних чисел за допомогою взаємно симетричних прямого та зворотного перетворень. На відміну від перетворення Фур'є, що відображає дійсну складову в комплексну область і несиметричного з комплексною змінною (зміна знака при переході від прямого до зворотного перетворення), перетворення Хартлі здійснює перетворення тільки в дійсній області, відображаючи дійсні складові  $s(t)$  у дійсні складові  $S(\omega)$ . Пряме й зворотне перетворення Хартлі повністю взаємно симетричні. Великий внесок у розвиток перетворення зробив Р. Брейсуелл [1], що розробив основи теорії безперервного та дискретного перетворення Хартлі, а також один з варіантів його швидкого перетворення. Застосування перетворення перспективне для обробки зображень. Основною областю застосування перетворення Хартлі є цифрова фільтрація, або дискретний згортки.

**Аналіз літератури.** У [1] встановлюється зв'язок між перетвореннями Фур'є та Хартлі, у статті [2] дедалі більше уваги приділяється використанню перетворень Хартлі та Фур'є.

**Мета** – визначення оптимального методу моделювання телекомунікаційних систем, використовуючи зв'язок між перетвореннями Фур'є та Хартлі.

Оскільки перетворення Хартлі є аналогом перетворення Фур'є, то це перетворення може застосовуватися для спектрального аналізу, фільтрації та обробки сигналів. Назву перетворення одержало завдяки імені Р. Хартлі, який опублікував у 1942 р. статтю про пару інтегральних перетворень – прямого та зворотного, що використовують уведену їм

функцію  $\text{cas } \theta = \cos \theta + \sin \theta$ . Перетворення залишилися в забутті до 80-х років минулого сторіччя [1]. Перетворення Хартлі задається співвідношенням:

$$\text{Sh}(t) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \text{cas } t \, dt, \quad (1)$$

$$s(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \text{Sh}(\omega) \text{cas } \omega \, d\omega, \quad (2)$$

де функція  $\text{cas}$  являє собою суму косинуса та синуса одного аргументу:

$$\text{cas } \omega t = \cos \omega t + \sin \omega t. \quad (3)$$

Множники  $1/\sqrt{2\pi}$  обумовлені застосуванням у формулах аргументу  $\omega$  для симетричного відображення [2]. Якщо обійти цей коефіцієнт, то обидва інтеграла одночасно не можуть бути коректними. Однак варто визнати недоцільним збереження пари таких специфічних коефіцієнтів, особливо при виконанні чисельних розрахунків. Вони можуть замінюватися одним множником  $1/2\pi$  тільки у формулі (4), але це порушує симетричність прямого й зворотного перетворення та ускладнює алгоритми обчислень. При необхідності застосування симетричних алгоритмів доцільніше у формулах використовувати аргумент  $\omega/2\pi$ , тобто циклічної частоти:

$$\text{Sh}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \text{cas } 2\pi f t \cdot dt, \quad S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{Sh}(f) \text{cas } 2\pi f t \cdot df. \quad (4)$$

На перший погляд у формулах відсутні істотні відмінності від інтегральних перетворень Фур'є. Однак на практиці ці розбіжності можуть бути досить відчутними, що визначається характером дійсної складової функції  $\text{Sh}(f)$  [2].

**Результат досліджень**

Зв'язок перетворень Фур'є та Хартлі добре проглядається при аналізі властивостей симетрії перетворень [1].

Припустимо, що є довільна функція

$$s(t) \xrightarrow{\text{TH}} \text{Sh}(f), \quad s(t) \xrightarrow{\text{TF}} S(f),$$

де  $\text{Sh}(f)$  і  $S(f)$  – результати перетворення Хартлі та Фур'є, а Хартлі- та Фур'є - образи функції  $s(t)$  відпо-

відно. Будь-яка функція  $y(x)$  може бути представлена у вигляді суми парного та непарного компонентів та однозначно по них відновлена. Парний компонент визначається як полусума функції  $y(x)$  і її дзеркального зображення  $y(-x)$ , непарний компонент визначається як напіврізниця цих функцій і має властивість антисиметрії, тобто  $y(-x) = -y(x)$ .

Запишемо для перетворення Хартлі:

$$Sh(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos 2\pi ft dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos 2\pi ft dt + \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin 2\pi ft dt,$$

$$Sh(f) = Sh_{sym}(f) + Sh_{asym}(f),$$

$$Sh_{sym}(f) = [Sh(f) + Sh(-f)]/2 = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos 2\pi ft dt,$$

$$Sh_{asym}(f) = [Sh(f) - Sh(-f)]/2 = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin 2\pi ft dt,$$

де  $Sh_{sym}(f)$  і  $Sh_{asym}(f)$  – парний і непарний компоненти  $Sh(f)$ . З іншої сторони, для перетворення Фур'є:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp(-2\pi ft) dt = A(f) - j B(f),$$

$$A(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos 2\pi ft dt, \quad B(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin 2\pi ft dt -$$

парна дійсна та непарна мнима частини спектра.

Порівнюючи ці дві групи співвідношень, одержуємо:

$$S(f) = Sh_{sym}(f) - j Sh_{asym}(f),$$

$$Sh(f) = A(f) - B(f).$$

Таким чином, перетворення Фур'є дорівнює різниці парної складової перетворення Хартлі та непарної складової, помноженої на  $j$ . А перетворення Хартлі визначається як різниця дійсної та мнимі частини складових перетворення Фур'є.

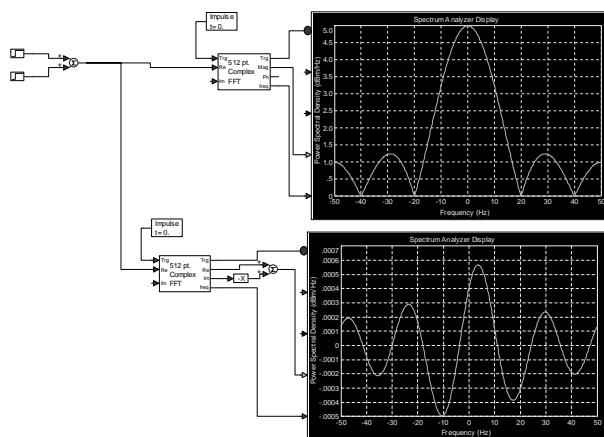


Рис. 1. Взаємозв'язок перетворень Хартлі та Фур'є

Модель, реалізована у середовищі моделювання VisSim (рис. 1), наглядно ілюструє взаємозв'язок перетворень Хартлі та Фур'є. Для виходу на осцилограф образу перетворення Фур'є бачимо, що на вхід подається сигнал, який додається, та подається на блок швидкого перетворення Фур'є. Аналогічно із образом перетворення Хартлі – той самий сигнал подається на блок ШПФ, але відбувається різниця мнимі частини із перетворення Фур'є.

Основною проблемою при використанні перетворення Фур'є є затрати машинного часу на виконання цього перетворення. Одним з методів вирішення цієї проблеми є порівняння перетворень Хартлі та Фур'є в дискретних структурах. Метод рішення полягає у підрахунку кількості операцій, які були використанні при обчисленні перетворення. У дискретному перетворенні Хартлі відсутній блок переходу дійсної складової до комплексної області. Це дозволяє зменшити тимчасові витрати на виконання даного перетворення.

Порівнявши швидке перетворення Хартлі (ШПХ) та швидке перетворення Фур'є (ШПФ), де кількість операцій на їх виконання співпадає, очевидно, що метод у підрахунку кількості операцій не підходить. Альтернативний метод – метод хронометрування. У цьому випадку маємо ШПХ є найбільш оптимальним. У ШПХ для більшої довжини послідовності від часу, який затрачується на виконання ШПФ маємо суттєву перевагу у часі. Вона складає 20%.

## Висновки

На відміну від перетворення Фур'є, що відображає дійсні складові функції в комплексну область і несиметричного з комплексною змінною, перетворення Хартлі здійснює перетворення тільки в дійсній області, відображаючи дійсні складові  $s(t)$  у дійсні складові  $Sh(f)$ . Можна досліджувати проблему оцінки тимчасових витрат на обчислення перетворення Хартлі та зменшити тимчасові витрати на виконання даного перетворення. Використовуючи зв'язок між перетвореннями Фур'є та Хартлі для моделювання телекомунікаційних систем, їх блоків обробки інформації найбільш оптимальним є використання перетворення Хартлі.

## Список літератури

1. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли. Теория и приложения / Р. Брейсуэлл. – М.: Мир, 1990. – 175 с.
3. Карлацук В.І. Електронна лабораторія на IBM PC. Лабораторний практикум на Electronics Workbench та VisSim по елементам телекомунікаційних систем / В.І. Карлацук. – М: СОЛОН-Пресс, 2005. – 450 с.

Надійшла до редколегії 12.10.2011

Рецензент: д-р фіз-мат. наук, проф. Г.І. Чурюмов, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

## ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ СВЯЗИ

А.Э. Горюшкина

Разработаны предложения относительно определения свойств использования преобразования Хартли при моделировании систем связи. Проведено сравнение с существующим широко распространенным преобразованием Фурье.

*Определен оптимальный метод моделирования телекоммуникационных систем с использованием связи между преобразованиями Хартли и Фурье.*

**Ключевые слова:** преобразование Хартли, преобразование Фурье, быстрое преобразование Хартли.

**SUBSTANTIATION OF A CHOICE OF A METHOD OF MODELING OF COMMUNICATION SYSTEMS**

A.E. Goryushkina

*Developed suggestion in relation to determination of properties of the use of transformation Hartly at the design of communication networks. Comparing to existent widely widespread Fourier transform is conducted. The optimum method of design of the telecommunication systems is certain with the use of connection between transforms Hartly and Fourier .*

**Keywords:** transform Hartly, Fourier transform, rapid transform Hartly.