УДК 621.311

А.Б. Кульчицький

ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО РЯДУ ПОТУЖНОСТЕЙ АВТОНОМНИХ ЕЛЕКТРОАГРЕГАТІВ ЯК ЗАДАЧА БАГАТОВИМІРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Розглядається метод розв'язання задачі вибору оптимального ряду потужностей автономних електроагрегатів у багатовимірних випадках.

Ключові слова: *системи електропостачання, автономні електроагрегати, автономний ряд потужностей, багатовимірна оптимізація.*

Постановка проблеми

При розробці автономних систем електропостачання необхідно розв′язати дві взаємозалежні задачі [2]: задачу визначення дійсної потреби зразків озброєння і військової техніки в електричній енергії та задачу створення джерел електричної енергії, здатних виконати покладені на них функції. При розв'язанні другої задачі насамперед необхідно визначитися з необхідним рядом потужностей джерел енергії.

У загальному випадку оптимізація ряду потужностей автономних електроагрегатів повинна проводитися за декількома параметрами, такими, як потужність, надійність, маса, об'єм і т.ін.

Задача, що розглядається, належить до класу задач оптимального керування й може бути розв’язана методами дослідження операцій.

У даній статті пропонується метод розв'язання задачі вибору оптимального ряду потужностей автономних електроагрегатів, яка представлена за допомогою двовимірної оптимізації з можливістю узагальнення на більшу кількість параметрів.

Аналіз літератури

Методи розв'язання подібних задач викладені в [1 – 5], де розглядаються математичні моделі й обґрунтовуються способи вибору перспективного ряду потужностей джерел електричної енергії для зразків озброєння і військової техніки.

Найпростішим видом задачі вибору оптимального ряду потужностей x_k автономних електроагрегатів є одновимірна задача вигляду [3]

$$S_M = \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[F(x_{k+1})-F(x_k)\right]M_i C_{\pi i}(x_{k+1}) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{N-1}C_{pi}(x_{k+1}) + \sum_{i=1}^{N}X_i T_i \times \int_0^T\left\{\sum_{k=0}^{N-1}\left[F(x_{k+1})-F(k)\right]M_i C_{ei}(x_{k+1},t)\right\}dt, \quad (1)$$

де S_M – сумарні витрати, пов'язані зі створенням і експлуатацією N типів електроагрегатів, без урахування їх виходу з ладу під час експлуатації;

$F(x_{k+1})-F(x_k)$ – інтегральна функція розподілу потужності в діапазоні потужностей від x_k до x_{k+1};

$C_{\pi i}(x_{k+1})$ – функція вартості виробництва електроагрегатів i-го типу (k + 1)-го діапазону потужності;

$C_{p i}(x_{k+1})$ – функція вартості розробки, випробувань і постановки на виробництво електроагрегатів i-го типу (k + 1)-го діапазону потужності;

$C_{e i}(x_{k+1})$ – функція вартості експлуатації або зберігання електроагрегатів i-го типу (k + 1)-го діапазону потужності;

N – кількість типів електроагрегатів, яка дорівнює кількості діапазонів потужностей;

$M = \sum_{i=1}^{N} M_i$ – загальна кількість агрегатів;

M_i – кількість агрегатів i-го типу;

T – плановий період експлуатації системи електропостачання.

У [3, 5] отримані розрахункові співвідношення для розв'язання одновимірних задач вибору оптимального ряду потужностей автономних електроагрегатів при різних видах функцій вартості розробки, виробництва й експлуатації електроагрегатів.

Мета статті – розробка методу розв'язання задачі вибору оптимального ряду потужностей автономних електроагрегатів як задачі двовимірної оптимізації з можливістю узагальнення на більшу кількість параметрів.

Основний матеріал

Перш за все при розв’язанні поставленої задачі необхідно розв′язати задачу вибору двовимірного ряду, який буде визначатися такими аргументами, як потужність x і наробіток на відмову y.

У цьому випадку інтегральна функція розподілу буде залежати від двох аргументів $F(x, y)$, а зв'язок з диференціальною формою запису $\varphi(x, y)$ має такий вигляд:

$$F(x, y) = \int\int \varphi(x, y)\, dx\, dy .$$

Оскільки тип електроагрегату визначається двома аргументами x та y, то вартість виробництва електроагрегатів k-го діапазону потужностей $C_п(x_k, y_k)$, вартість розробки, випробувань і постановки на виробництво електроагрегату k-го діапазону потужностей $C_p(x_k, y_k)$ та вартість експлуатації електроагрегатів цього діапазону потужностей в одиницю часу $C_e(x_k, y_k)$ є в загальному випадку також функціями двох аргументів.

Сумарні витрати визначимо такою залежністю:

$$S_M = \sum_{k=0}^{N-1}\left[F(x_{k+1}; y_{k+1}) - F(x_k; y_k)\right]\times$$
$$\times MC_п(x_{k+1}; y_{k+1}) + \sum_{k=0}^{N-1} C_p(x_k, y_k) +$$
$$+\int_0^T \sum_{k=0}^{N-1}\left[F(x_{k+1}; y_{k+1}) - F(x_k; y_k)\right]\times$$
$$\times MC_e(x_{k+1}; y_{k+1})\, dt . \tag{2}$$

Потрібно знайти набір x_k, y_k, який мінімізує S_M.

Оскільки в задачі, що розглядається, електроагрегат може застосовуватися тільки при значеннях аргументів, що не перевищують їх припустимі значення для даного типу електроагрегату, необхідно виконати ще одну умову.

Введемо в розглядання допоміжну функцію $y = \varphi_2(x)$. Її поточне значення y_i дорівнює максимальному значенню диференціальної функції розподілу $\varphi(x, y)$ в її перерізі при фіксованому $x = x_i$ (рис. 1): $y_i = \max \varphi(x, y)$ при $x = x_i$, $y = 0, \ldots, y_N$.

Для функції аргументу y, яка не спадає, необхідно, щоб для будь-якого k найбільше значення y_k, при якому досягається максимум диференціальної функції розподілу $\varphi(x, y)$ в діапазоні потужностей від x_0 до x_k, не перевищувало значення y для агрегатів у діапазоні потужностей, що залишився, від x_k до x_N:

$$\max \varphi_2(x) \le \max y_j ;$$
$$x_0 \le x \le x_k ; \quad k \le j \le N . \tag{3}$$

Як один з ефективних методів розв'язання даної задачі може бути запропонований метод випадкового пошуку. Будемо по черзі задавати кількість типів агрегатів N, починаючи від $N = 1$ до максимально можливої кількості типів. У кожному разі одержимо $N - 1$ випадкових чисел, розподілених в інтервалі потужностей від x_0 до x_N. Додавши до них ще одне число x_N, після розташування в порядку зростання визначимо ряд за потужністю x.

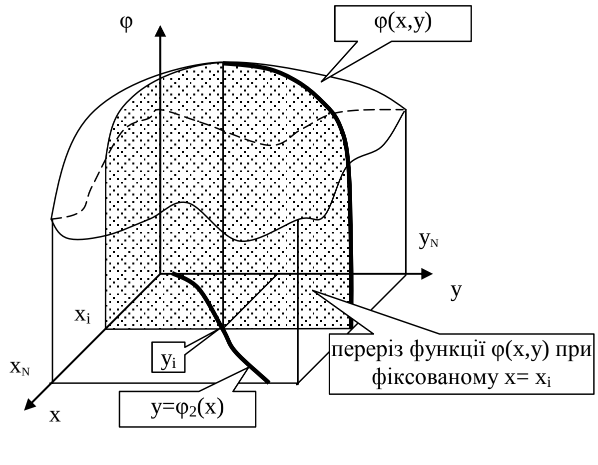

Рис. 1. Вигляд функції $y = \varphi_2(x)$

Далі, якщо функція $y = \varphi_2(x)$ не спадає, то y_k визначається як випадкове число із сукупності чисел, розподілених в інтервалі $0 \ldots y = \varphi_2(x_k)$, а $y_N = \varphi_2(x_N)$.

Якщо функція $y = \varphi_2(x)$ спадає, то за y_k приймаються $\varphi_2(x_{k-1})$.

У загальному випадку (функція $\varphi_2(x)$ має максимуми або мінімуми) найбільш простим алгоритмом визначення y_k буде вибір його із сукупності рівномірно розподілених чисел на інтервалі $0 \ldots \max\limits_{[x_0; x_k]} \varphi_2(x)$ з наступною перевіркою умови (3) і збільшення при необхідності y_k до виконання цієї умови.

Розрахунки слід проводити при фіксованих значеннях N та фіксувати кращі результати з найменшим значенням S_N. Провівши серію розрахунків при різних N, вибираємо оптимальну величину N і відповідний їй оптимальний ряд.

Як найпростішу двохмірну задачу розглянемо таку.

Нехай

$$F(x,y)M=\begin{cases} bxy \text{ при } 0\le x\le x_N,\ 0\le y\le y_N; \\ bx_N y_N \text{ при } x\ge x_N,\ y\ge y_N; \\ 0 \text{ при } x<0,\ y<0, \end{cases} \quad (4)$$

тобто щільність функції розподілу в зоні, обмеженій осями координат і прямими $x=x_N$ та $y=y_N$, постійна.

Приймемо, що

$$C_п(x,y)=axy; \quad (5)$$

$$C_p(x,y)=C_p; \quad (6)$$

$$C_e(x)=0. \quad (7)$$

Потрібно вибрати оптимальний ряд електроагрегатів.

Вираз (2) з урахуванням умов (4), (5), (6), (7) набере такого вигляду:

$$S_M=\sum_{k=0}^{N-1} b\left[x_{k+1}y_{k+1}-x_k y_k\right]\times$$

$$\times ax_{k+1}y_{k+1}+\sum_{k=0}^{N-1}C_p(k+1).$$

Якщо є один тип електроагрегатів, то $k=0$, при цьому $x_k=x_0=0$; $y_k=y_0=0$; $x_{k+1}=x_1=x_N$; $y_{k+1}=y_1=y_N$, і тоді

$$S_M=b\left[x_N y_N-0\right]ax_N y_{N1}+C_p=$$

$$=abx_N^2 y_N^2+C_p. \quad (8)$$

Якщо типів електроагрегатів буде два, то $k=0,1$. При $k=0$ маємо $x_k=x_0=0$; $y_k=y_0=0$; $x_{k+1}=x_1$; $y_{k+1}=y_1$. При $k=1$ маємо $x_k=x_1$; $y_k=y_1$; $x_{k+1}=x_2=x_N$; $y_{k+1}=y_2=y_N$. З урахуванням цього

$$S_M=\{b\left[x_1y_1-0\right]ax_1y_1+$$

$$+b\left[x_N y_N-x_1y_1\right]ax_N y_N\}+$$

$$+\left\{C_p+C_p\right\}=ab(x_1^2y_1^2-x_1y_1x_N y_N+$$

$$+x_N^2y_N^2)+2C_p. \quad (9)$$

Диференціюючи рівняння (9) по x_1 та y_1, одержимо:

$$\frac{\partial S_M}{\partial x_1}=ab\left(2x_1y_1^2-y_1x_N y_N\right);$$

$$\frac{\partial S_M}{\partial y_1}=ab\left(2y_1x_1^2-x_1x_N y_N\right).$$

Дорівнюючи похідні нулю, одержимо два рівняння:

$$2x_1y_1^2-y_1x_N y_N=0;$$

$$2y_1x_1^2-x_1x_N y_N=0, \quad (10)$$

звідки випливає, що

$$x_1=\frac{x_N y_N}{2y_1}; \quad y_1=\frac{x_N y_N}{2x_1}. \quad (11)$$

Якщо $y_1<y_N$, то з урахуванням (11) $x_1>\frac{x_N}{2}$. З іншого боку, за визначенням $x_1\le x_N$, тому

$$\frac{x_N}{2}<x_1\le x_N \quad (12)$$

і за аналогією

$$\frac{y_N}{2}<y_1\le y_N. \quad (13)$$

При $y_1=y_N$ маємо $x_1=\frac{x_N}{2}$ та за аналогією при $x_1=x_N$ маємо $y_1=\frac{y_N}{2}$.

Якщо ж $y_1>y_N$, то $x_1<\frac{x_N}{2}$, і відповідно при $x_1>x_N$ маємо $y_1<\frac{y_N}{2}$.

Отже, x_1 і y_1 можуть мати будь-які значення в межах, зазначених вище, при дотриманні між ними співвідношення (11).

У варіанті, що розглядається,

$$S_M=\frac{3}{4}abx_N^2y_N^2+2C_p. \quad (14)$$

Якщо накласти додаткову умову $\frac{x_1}{x_N}=\frac{y_1}{y_N}$, то одержимо:

$$x_1=\frac{x_N}{\sqrt{2}}; \quad y_1=\frac{y_N}{\sqrt{2}}. \quad (15)$$

Подібним чином можуть бути отримані відповідні залежності й для більших N.

У загальному вигляді ці формули можуть бути записані в такий спосіб:

$$\tilde{S}_M=\frac{S_M}{abx_N^2y_N^2}=\frac{1+N}{2N}+KN, \quad (16)$$

де

$$K=\frac{C_p}{abx_N^2y_N^2}; \quad (17)$$

$$x_k=\frac{kx_N y_N}{Ny_k}; \ \frac{k}{N}x_N\le x_k\le x_{k+1}. \quad (18)$$

Значення аргументів при додатковій умові $\frac{x_k}{x_N}=\frac{y_k}{y_N}$ будуть оптимальними при

$$x_k = \frac{x_N \sqrt{k}}{\sqrt{N}}; \quad y_k = \frac{y_N \sqrt{k}}{\sqrt{N}}. \qquad (19)$$

Після проведення розрахунків для різних N може бути обрана та його величина, при якій S мінімальна.

Проілюструємо викладений метод, розглянувши такий приклад. Нехай потреба в забезпеченні комплексів озброєння й військових об'єктів електроенергією має рівномірний розподіл у діапазоні потужностей від 0 до x_N = 1000 кВт, а напрацювання до капітального ремонту обмежене діапазоном від 0 до y_N = 10 тис. годин. Загальна кількість електроагрегатів дорівнює 2000. Вартість виробництва електроагрегатів є такою функцією його потужності (кВт) та напрацювання до капітального ремонту (тис. годин):

$$C_п(x, y) = 10xy.$$

Вартість розробки електроагрегатів складає C_p = = 10 000 000 грн.

Треба вибрати оптимальний ряд за потужністю й за напрацюванням до капітального ремонту.

У цьому випадку на підставі (4) і (5) маємо, що

$$b = \frac{2000}{1000 \cdot 10} = 0{,}2; \quad a = 0{,}2.$$

Користуючись формулою (17), одержимо

$$K = \frac{10 \cdot 10^6}{10 \cdot 0{,}2 \cdot 1000^2} = 0{,}05.$$

Користуючись формулою (16), заповнюємо табл. 1.

Таблиця 1

Вартість розробки електроагрегатів

Кількість типів N	Сумарні витрати $\tilde{S}_N$
1	$\frac{1+1}{2\times1} + 1\times0{,}05 = 1{,}05$
2	$\frac{1+2}{2\times2} + 2\times0{,}05 = 0{,}85$
3	$\frac{1+3}{2\times3} + 3\times0{,}05 = 0{,}817$
4	$\frac{1+4}{2\times4} + 4\times0{,}05 = 0{,}825$

Таким чином, необхідно мати всього три типи електроагрегатів.

Накладемо додаткову умову пропорційності потужності й напрацювання до капітального ремонту. Тоді згідно з (19) одержимо

$$x_1 = \frac{1000\sqrt{1}}{\sqrt{3}} \cong 580 \text{ кВт}; \quad y_1 = \frac{10\sqrt{1}}{\sqrt{3}} \cong 5{,}80 \text{ тис.год};$$

$$x_2 = \frac{1000\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cong 815 \text{ кВт}; \quad y_2 = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cong 8{,}15 \text{ тис.год};$$

$$x_3 = 1000 \text{ кВт}; \quad y_3 = 10 \text{ тис.год}.$$

З даних табл. 1 бачимо, що вибір оптимального ряду потужності з урахуванням напрацювання до капітального ремонту електроагрегатів може істотно скоротити витрати (у цьому випадку на $\tilde{S}_1 - \tilde{S}_3 = 1{,}05 - 0{,}817 = 0{,}233$, тобто на 23,3 % порівняно з наявністю одного універсального електроагрегату з максимальною потужністю 1000 кВт і максимально можливим напрацюванням до капітального ремонту 10 000 годин).

Висновки

1. Задача вибору оптимального ряду потужностей автономних електроагрегатів у загальному випадку повинна розв'язуватися як задача багатокритеріальної оптимізації.

2. При розгляданні задачі вибору оптимального ряду потужностей автономних електроагрегатів як багатовимірної задачі функції вартості та функція розподілу є функціями декількох аргументів. Розглянута задача належить до класу задач оптимального керування й може бути розв'язана методами випадкового пошуку.

3. Запропоновано метод розв′язання задачі вибору двовимірного ряду технічних характеристик електроагрегатів, який може бути реалізований на ЕОМ. Метод розв'язання може бути узагальнений на задачі більш високої розмірності.

4. Наведений ілюстративний приклад практично показує можливість визначення двовимірного ряду технічних характеристик електроагрегатів при заданих вихідних даних.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лагутін Г.І., Кульчицький А.Б. Вибір електростанції для системи електропостачання об'єкту управління // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2001. – Вип. 5(15). – С. 111 – 115.

2. Кононов Б.Т., Кульчицкий А.Б., Кусакин Ю.А. Выбор перспективного ряда мощностей источников электрической энергии для образцов вооружения и военной техники // Системи обробки інформації. – Х. : ХВУ. – 2002. – Вип. 1. – С. 174 – 177.

3. Кульчицкий А.Б. Задача выбора оптимального ряда (типажа) автономных электроагрегатов // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2006. – № 7. – 185 с.

4. Кульчицкий А.Б. Особенности выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 4 (53). – С. 100 – 109.

5. Кульчицкий А.Б. Обобщенная методика решения одномерной задачи выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов. Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХУПС, 2006. – Вип. 5 (54). – С. 80 – 88.

Надійшла 18.04.2006

Рецензент: д-р техн. наук професор Б.Т. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба.