

УДК 519.86 + 338.5.018.7

Н.Ю. Карпенко, В.Б. Уфимцева, О.Н. Штельма

Харьковская национальная академия городского хозяйства, Харьков

МНОГОУРОВНЕВЫЕ СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

В статье рассматривается модель для описания иерархической системы объемно-динамического распределения ресурсов. Предложена формализация иерархического семейства моделей, которые описывают процессы потребления ресурсов в многоуровневых системах управления. Этот подход позволяет рассматривать управление системой с единых позиций, четко отразить взаимосвязь решений, формируемых на различных уровнях иерархии. Также рассмотрен способ описания и специфические особенности систем ресурсов, процессов и времени, правила их укрупнения (агрегирования). Предложенные схемы агрегирования построены с учетом структуры подмножеств систем процессов (P), ресурсов (R) и времени (T).

Ключевые слова: *распределение ресурсов, многоуровневая система управления, оптимизационные объемно-динамические задачи.*

Введение

Вопросы оптимального распределения ресурсов являются одним из ключевых моментов при решении задач управления в сложных многоуровневых системах. Поэтому неудивительно, что этой проблеме посвящены многочисленные публикации, где предложены различные подходы к решению данного класса задач [1 – 4]. Несмотря на обилие результатов в данной области, большинство формальных постановок не может использоваться при построении реальной системы управления ресурсами без существенных доработок и адаптации к специфике конкретного бизнес-процесса.

Целью настоящей работы является разработка математического описания системы распределения ресурсов на базе иерархического семейства моделей бизнес-процессов, направленной на решение широкого класса оптимизационных объемно-динамических задач в многоуровневых системах управления.

Модель многоуровневой системы управления

Согласно [4], систему потребления ресурсов можно представить множеством из n процессов с установленным отношением частичного порядка, которые характеризуется взаимодействием трех атрибутов: самих процессов (P), ресурсов (R) и времени (T).

Система R представлена множеством элементарных ресурсов $R_0 = \{r_0\}$ нескладируемого типа, в качестве которых могут выступать центры обработки (обслуживания), человеческие ресурсы и т.п. Отдельные элементы множества R_0 могут объединяться по определенному признаку и выступать как единый укрупненный ресурс. То есть, множество ресурсов имеет структуру $S(R)$. В простейшем случае $S(R)$ – это древовидная структура. Взаимодействие между элементами различных уровней осуществляется следующим образом. Пусть $R = R_0 = \{r_0\}$ – множество ресурсов нижнего уровня иерархии, которому соответствует индекс $v=1, 2, \dots, N_R$. Индекс v определяет уровень рассмотрения R , причем ресурсы соответствующего уровня образуют множество

$$R_v = \bigcup_{r_{v+1}} R_v^{r_{v+1}},$$

где $R_v^{r_{v+1}} = \{r_v | i(r_v) = r_{v+1}\}$, здесь $i(r_v)$ – функция разбиения, которая ставит в соответствие ресурсам v -го уровня ресурсы $(v-1)$ -го уровня иерархии.

Каждому подмножеству $R_v^{r_{v+1}}$ соответствует элемент r_{v+1} уровня $(v+1)$, а $R_{v+1} = \{r_{v+1}\}$. Очевидно, что $R_0, R_1, \dots, R_v, \dots, R_{N_R}$ эквивалентны в том смысле, что они на различных уровнях представления описывают одну систему – систему R .

Аналогичным образом, двигаясь сверху запишем $R_v = \{r_v\}$, каждому r_v соответствует подмножество элементов $(v-1)$ -го уровня

$$R_{v-1}^{r_v} = \{r_{v-1} | i(r_{v-1}) = r_v\}$$

с разбиением $R_{v-1} = \bigcup_{r_v} R_{v-1}^{r_v} = \{r_{v-1}\}$.

Вышеизложенное описание системы ресурсов соответствует древовидной структуре, где индекс иерархии v для каждого вида ресурса уникален в пределах системы R . В случае, когда это условие нарушается, элемент v -го уровня идентифицируют множеством кодов $\langle r_v, r_v, \dots, r_{N_i} \rangle$.

При объединении определенного множества ресурсов по признаку взаимозаменяемости (функционального назначения) в систему R вводят дополнительные представления, вследствие чего исходная древовидная структура преобразуется в иерархическую сеть. При этом идентификация отдельных элементов производится аналогично, – сцеплением кодов вершин, образующих путь от корня дерева до интересующего элемента.

Для элементов R нижнего уровня ($v=0$) введем объемную характеристику $B(r_0)$, которая отражает мощность по ресурсу r_0 . Очевидно, что для уровня $v=1$ эта характеристика равна

$$B_{r_1} = \sum_{r_0 \in R_0^n} b(r_0), r_1 \in R_1.$$

При переходе от $(v-1)$ -го к v -му уровню получим:

$$B_{r_v} = \sum_{r_{v-1} \in R_{v-1}^{r_v}} b(r_{v-1}), r_v \in R_v. \quad (1)$$

Обобщив (1) для $\mu > v$, получим правило агрегирования ресурсов:

$$B_{r_\mu} = \sum_{r_{\mu-1} \in R_{\mu-1}^{r_\mu}} \sum_{r_{\mu-2} \in R_{\mu-2}^{r_{\mu-1}}} \sum_{r_v \in R_v^{r_{\mu-1}}} b(r_v). \quad (2)$$

Поскольку $R_{\mu-1}^{r_\mu} = \{r_{\mu-1}\}$, выражение (2) перепишем в виде:

$$B_{r_\mu} = \sum_{r_v \in R_v^{r_\mu}} b_{r_v}, r_\mu \in R_\mu. \quad (3)$$

Система процессов P состоит из элементарных процессов $P_0 = \{p_0\}$, каждый из которых выполняется определенное время и потребляет ресурс типа $i(P) = r_\mu$. Для системы P структура $S(P)$ представляет собой отношение частичного по порядку, заданное в виде сети $G = \langle P, Q \rangle$.

Аналогичным образом можно представить систему процессов в виде иерархической сети с индексом v , выделив различные уровни рассмотрения, например: $v = 4$ – производственная программа, $v = 3$ – заказ производственной программы и т.д. Уровень $v = 0$ соответствует описанию системы P в терминах технологических операций.

Для системы Р выделение иерархических подмножества для различных уровней рассмотрения нетривиально, т.к. связано с декомпозицией сети G и последующим агрегированием полученных фрагментов.

Не рассматривая на данном этапе проблемы декомпозиции процессов, будем полагать известными множества $P_0, P_1, \dots, P_{N_p}, P_0 = \{p_0\}$, и соответствующие разбиения $P_{v-1}^{P_v}, v = 1, 2, \dots, N_p$. В частном случае процедуру агрегирования системы Р можно построить аналогично системе ресурсов. Пусть

$$p_0 \in P_0^{P_1}, p_1 \in P_1, i(p_0) \in R_\mu = \{r_\mu\},$$

где μ – уровень агрегирования ресурсов. Определим множество

$$P_0^{P_1} = \bigcup_{r_\mu \in R_\mu} P_0^{P_1}(r_\mu) = \{p_0 | i(p_0) = r_\mu\}.$$

Тогда процедура агрегирования системы Р заключается в последовательном укрупнении составляющих ее единиц:

$$A_{p_1 r_\mu} = \sum_{p_0 \in P_0^{P_1}(r_\mu)} a_{p_0}, r_\mu \in R_\mu,$$

$$A_{p_v r_\mu} = \sum_{p_{v-1} \in P_{v-1}^{P_v}(r_{v-1})} a_{p_{v-1} r_\mu}, r_\mu \in R_\mu. \quad (4)$$

При одновременном повышении уровня агрегирования ресурсов согласно (1) получим:

$$A_{p_v r_\mu} = \sum_{p_0 \in P_{\mu-1}^{P_\mu}} \sum_{p_0 \in P_{v-1}^{P_v}} a_{p_{v-1} r_\mu}. \quad (5)$$

В случае многоуровневого агрегирования при повышении уровня по процессам от v до μ а по ресурсам – от v' до μ' получим:

$$A_{p_\mu r_{\mu'}} = \sum_{p_{v'} \in P_{v'}^{r_{\mu'}}} \sum_{p_v \in P_v^{r_\mu}} a_{p_v r_{v'}}. \quad (6)$$

Система Т образована множеством моментов времени $T_0 = \{t_0\}$ с установленным отношением частичного порядка $S(T)$.

Иерархия в системе Т определяется уровнями квантования $T_0, T_1, \dots, T_{N_t}, \dots, T_{v-1}^{t_v}, v = 1, 2, \dots, N_t$.

В качестве уровней агрегирования системы могут выступать, например, такие: $v = 3$ – год, $v = 2$ – квартал, $v = 1$ – месяц, $v = 0$ – непрерывное время. Особенностью системы Т является то, что $S(T)$ определяет линейный порядок.

Семейство моделей распределения ресурсов

Рассмотрим модель функционирования системы на уровне $v_R = v_P = v_T = 0$.

Такая модель может быть представлена бинарной функцией $\pi_0(r_0, p_0, t_0)$, которая равна единице, если процесс p_0 использует ресурс r_0 в мо-

мент t_0 и нулю в противном случае. При этом если $i(p_0) = r_\mu$, то $r_0 \in R_\mu$, что означает $r_0 = r_\mu(p_0)$.

Данную модель можно представить в виде тетрадного отношения $\pi \subset R_0 \times P_0 \times T_0 : (r_0, p_0, t_0)$, если $\pi_0(r_0, p_0, t_0) = 1$. То есть π_0 фактически определяет моменты начала и окончания элементарных процессов в системе распределения ресурсов. Эта функция должна удовлетворять системе ограничений, вытекающих из специфических свойств задачи, а именно:

1) для любого P_0 если $(p_0^1, p_0^2 \in Q)$, то

$$y(p_0^2) \geq z(p_0^1) + \delta(p_0^1, p_0^2),$$

а

$$z(p_0) = \sup(t_0 | \pi_0(r_0, p_0, t_0) = 1),$$

где $y(p_0) + a_{p_0}$, δ – технологическая задержка, зависит от характера элементарных процессов и отношения $S(R)$, то есть, от $r_0(p_0^1)$ и $r_0(p_0^2)$.

2) $\pi_0(r_0, p_0, t_0) = 1$ для всех

$t_0 \in [y(p_0), z(p_0)]$ и нулю в остальных случаях;

3) π_0 должна удовлетворять ограничениям на $y(p_0)$ и $z(p_0)$, которые определяются сетевыми связями между процессами и величиной δ , т.е. функция π_0 должна удовлетворять условию δ -адекватности [4];

4) функция π_0 должна быть допустимой с точки зрения эквивалентности объемов потребления ресурсов для различных v_r, v_p, v_t . Системы рассматриваемого типа являются целенаправленными, т.е. существует некоторый критерий оптимальности F, а работа системы описывается четверкой $\langle F, R, P, T \rangle$. Цель управления в такой системе – достичь экстремума F в рамках ограничений 1) – 4). Известны различные методы получения π_0 , которые делят на прямые и построенные на базе агрегирования информации [4]. Прямые методы решения задач распределения ресурсов (ЗРР) рассматривают последние как задачи математического программирования. Они используют для поиска решения известные процедуры – схему ветвей и границ, динамического программирования или их модификации. Обычно такой подход неприемлем ввиду большой размерности задач и экспоненциальной сложности алгоритмов их решения [5].

Эффективным способом решения ЗРР большой размерности является построение системы управления по иерархическому принципу с применением принципа декомпозиции и агрегированного управления отдельными компонентами системы. Введем

по всем атрибутам системы фиксированный набор уровней агрегирования $v_R=0,1,\dots,N_R$, $v_P=0,1,\dots,N_P$, $v_T=0,1,\dots,N_T$. Рассмотрим трехмерное дискретное пространство $v_R \times v_P \times v_T$, где элементы указанных множеств образуют решетку. Каждому узлу решетки соответствует комплекс задач управления, решаемых для конкретного набора уровней агрегирования. Построим ломанную L , проходящую через узлы $0,1,\dots,M$, которая соединяет начало координат с точкой N_R, N_P, N_T так, что для любых узлов $\mu = \overline{1, M}$ этой ломаной справедливо:

$$v_R(\mu-1) \leq v_R(\mu), v_P(\mu-1) \leq v_P(\mu), v_T(\mu-1) \leq v_T(\mu).$$

Ломанная L по сути соответствует структуре управляющей системы из M уровней. А каждой точке соответствует свой комплекс задач управления с определенными уровнями детализации. На нижнем уровне управления работает модель, представленная в формате π_0 . Для произвольного уровня $\mu > 1$ правило получения π выглядит так:

$$\begin{aligned} & \pi_\mu(r_\mu, p_\mu, t_\mu) = \\ & = \sum_{r_{\mu-1} \in R_{\mu-1}^r} \sum_{p_{\mu-1} \in R_{\mu-1}^p} \sum_{t_{\mu-1} \in T_{\mu-1}^t} \pi_{\mu-1}(r_{\mu-1}, p_{\mu-1}, t_{\mu-1}). \end{aligned}$$

Матрица $\|\pi_{rp}^t\|$ описывает функционирование системы на произвольном уровне. Отдельный ее элемент – это агрегированный расход ресурса процессом p в заданном кванте времени t , причем $T(\mu) \sum_{t=1}^t \pi_{rp}^t = a_{rp}$, где a_{rp} – объем p -го процесса по r -му ресурсу, определенный в соответствии с (4). При этом объемы $a_{rp} = \text{const}$ и распределены на $T(\mu)$ квантов времени. Множество уровней агрегирования R, P и T порождают иерархическое семейство моделей функционирования системы. Каждому уровню рассмотрения

соответствует своя матрица π . Совокупность матриц π образуют пирамиду, из которой можно получить исчерпывающую информацию об объекте управления для произвольного уровня агрегирования.

Выводы

В статье предложена формализация иерархического семейства моделей, которые описывают процессы потребления ресурсов в многоуровневых системах управления. Этот подход позволяет рассматривать управление системой с единых позиций, четко отразить взаимосвязь решений, формируемых на различных уровнях иерархии. Также рассмотрен способ описания и специфические особенности систем ресурсов, процессов и времени, правила их укрупнения (агрегирования). Предложенные схемы агрегирования построены с учетом структуры подмножеств систем R, P и T .

Список литературы

1. Жданов С.А. Экономические модели и методы в управлении / С.А. Жданов. – М.: Издательство «Дело и сервис», 1998. – 176 с.
2. Карданская Н.Л. Принятие управленческого решения: учебник для вузов / Н.Л. Карданская. – М.: Юнити, 1999. – 407 с.
3. Пархоменко А.В. Экономико-математические модели контроллинга на промышленном предприятии / А.В. Пархоменко, Л.В. Пархоменко, Б.И. Герасимов. – Тамбов: Издательство ТГТУ, 2005. – 66 с.
4. Гангори В.В. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация / В.В. Гангори. – М.: Бинном, 2005. – 344 с.
5. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 146 с.

Поступила в редколлегию 1.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.Н. Фоменко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

БАГАТОРІВНЕВА СИСТЕМА РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ

М.Ю. Карпенко, В.Б. Уфимцева, О.М. Штельма

У статті розглядається модель для опису ієрархічної системи об'ємно-динамічного розподілу ресурсів. Запропоновано формалізація ієрархічного сімейства моделей, які описують процеси споживання ресурсів у багаторівневих системах управління. Цей підхід дозволяє розглядати управління системою з єдиних позицій, чітко відобразити взаємозв'язок рішень, що формуються на різних рівнях ієрархії. Також розглянуто спосіб опису і специфічні особливості систем ресурсів, процесів і часу, правила їх укрупнення (агрегування). Запропоновані схеми агрегування побудовані з урахуванням структури підмножин систем процесів (P), ресурсів (R) і часу (T).

Ключові слова: розподіл ресурсів, багаторівнева система управління, оптимізаційні об'ємно-динамічні задачі.

MULTI-LEVEL SYSTEM OF RESOURCE ALLOCATION

N.Y. Karpenko, V.B. Ufimtseva, O.N. Shtelma

The article considers a model for the hierarchical system of dynamic space-allocation of resources. Proposed a formalization of the hierarchical family of models that describe the processes of resource consumption in multi-level control systems. This approach allows us to consider the management of the system with one voice, clearly reflect the relationship of solutions generated at different levels of hierarchy. It is also considered a way of describing the specific features of systems and resources, processes and time, the rules of consolidation (aggregation). The proposed schemes are tailored to the aggregation structure of subsets of systems of processes (P), resources (R) and time (T).

Keywords: allocation of resources multi-level system controls, optimization of space-dynamic tasks.