

УДК 621.3:681.34

Д.А. Куркин, А.А. Роечко, В.В. Лукин

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДКП-КОЭФФИЦИЕНТОВ В БЛОКАХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ УСТОЙЧИВЫХ ОЦЕНОК МАСШТАБА И ТЯЖЕСТИ ХВОСТОВ

*Проанализированы статистические характеристики коэффициентов дискретного косинусного преобразования (ДКП) в блоках полутоновых тестовых изображений. При анализе использованы устойчивые оценки масштаба и тяжести хвостов, поскольку показано, что распределения являются негауссовыми и лучше описываются обобщенным гауссовым законом с варьируемым параметром. Определены параметры этого распределения для исходных изображений и изображений, искаженных аддитивным белым гауссовым шумом. Показано, что наличие помех существенно изменяет закон распределения, приближая его к гауссову для высокочастотных ДКП-коэффициентов. При этом параметры обобщенной гауссовой модели зависят как от свойств изображения, так и от дисперсии помех.*

**Ключевые слова:** ДКП-коэффициенты, блоки изображений, статистические характеристики, обобщенное гауссово распределение.

### Введение

Многие основные операции обработки изображений – сжатие, фильтрация, автоматическое оценивание дисперсии помех – в настоящее время выполняются в спектральной области с использованием различных ортогональных преобразований, в первую очередь вейвлетов и ДКП [1 – 5]. Эффективность выполнения перечисленных выше операций зависит от наличия и степени использования априорных сведений о характеристиках спектральных коэффициентов. Поэтому их изучению для различных приложений уделяется повышенное внимание [6 – 14]. Авторы этих публикаций едины во мнении, что распределение ДКП-коэффициентов (как, впрочем, и коэффициентов вейвлетных преобразований [15]) отличается от гауссова и имеет более тяжелые хвосты. Однако среди них нет единства в плане того, какие распределения или их семейства использовать для адекватного и удобного описания.

Например, в более ранних работах [6, 8] предложено использовать в качестве модели распределение Лапласа как достаточно простое и имеющее единственный параметр, подлежащий в случае необходимости оцениванию (параметр масштаба в предположении, что параметр сдвига равен нулю, что справедливо для всех ДКП-коэффициентов, кроме  $D(0,0)$ , отвечающего за постоянную составляющую в блоке). Авторы работы [9] считают, что целесообразно использовать распределение Коши, принадлежащее семейству симметричных  $\alpha$ -стабильных распределений. На наш взгляд, такое решение является необоснованным, поскольку распределение Коши имеет бесконечную дисперсию, а энергия, сосредоточенная в коэффициентах ДКП блоков изображений, всегда конечна.

В работах [7, 10 – 13] авторы используют обобщенное гауссово распределение (ОГР) [16] либо как основную, либо как одну из возможных моделей распределения ДКП-коэффициентов. Это семейство включает как распределения с колоколообразной (bell-shaped), так и пикообразной формой максимума, а тяжесть хвостов изменяется в широких пределах. Таким образом, имеется возможность моделировать широкий класс процессов или распределений, симметричных относительно параметра сдвига. Более того, основываясь на принятой модели ОГР, имеется возможность оценить масштаб данных и степень тяжести хвостов распределения [17].

Это желательно, поскольку, как показано в работе [13], степень тяжести хвостов распределений ДКП-коэффициентов существенно зависит от степени сложности изображения и уровня помех, если они присутствуют на изображении. Вместе с тем, использованный авторами [13] подход к определению степени тяжести хвостов, основанный на обычном коэффициенте эксцесса, представляется недостаточно точным, поскольку для распределений с тяжелыми хвостами оценки коэффициента эксцесса и, вообще, моментов высших порядков являются неустойчивыми [18, 19].

Таким образом, **целью данной работы** является исследование и анализ для набора стандартных тестовых полутоновых изображений статистических характеристик ДКП-коэффициентов в блоках размером  $8 \times 8$  пикселей, который чаще всего используется как при сжатии, так и фильтрации изображений. При проведении такого исследования предполагается рассматривать как исходные (незашумленные) тестовые изображения, так и случаи наличия аддитивного белого гауссова шума с различной дисперсией. Анализ выполнен с использованием устойчи-

вых (робастных) оценок масштаба и тяжести хвостов, которые позволяют более надежно оценивать параметры распределений при условии, что они принадлежат к семейству ОГР.

### 1. Свойства ОГР и методика устойчивого оценивания его параметров

Опишем подробней модель на основе ОГР и используемые ниже методы оценки ее параметров. Плотность распределения вероятности (ПРВ) случайных величин данной модели в предположении нулевого математического ожидания имеет следующий вид [16]

$$f(x) = \frac{p \cdot \alpha}{2\Gamma(1/p)} \exp\left(-[\alpha|x|]^p\right), \quad (1)$$

где  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$  – гамма-функция;  $\alpha = \sigma_{\text{ОГР}}^{-1} \times \sqrt{\Gamma(3/p)/\Gamma(1/p)}$ ,  $\sigma_{\text{ОГР}}$  – СКО распределения;  $p$  – параметр формы распределения, изменяющийся в пределах от 0 до  $\infty$  (равномерное распределение). Частными случаями ОГР являются ПРВ Лапласа ( $p = 1$ ) и Гауссово распределение ( $p = 2$ ). С изменением параметра  $p$  изменяется также и форма максимума ПРВ: распределениям с  $p > 1$  и  $p < 3 \dots 5$  соответствует колоколообразная форма с конечной и вещественной производной в точке максимума, а распределения с  $p \leq 1$  обладают пикообразным максимумом, в котором наблюдается разрыв производной от ПРВ.

Возможны различные подходы к оценке основных параметров ОГР – параметра  $p$ , характеризующего тяжесть хвостов, и СКО  $\sigma_{\text{ОГР}}$  или связанного с ним параметра масштаба  $\alpha$ .

Как будет показано ниже, для рассматриваемой задачи значения параметра  $p$  не превышают 2. При этом вид ОГР, за исключением случая  $p=2$ , является негауссовым, а само распределение обладает более тяжелыми хвостами. В такой ситуации для анализа выборок данных целесообразно применять робастные оценки параметров тяжести хвостов распределения и масштаба, которые бы позволяли однозначно в рамках рассматриваемой модели характеризовать исследуемый параметр.

В частности, для анализа значений параметра  $p$  распределения значений ДКП-коэффициентов можно использовать процентильный коэффициент эксцесса (ПКЭ) [17, 19]:

$$\text{ПКЭ} = K_p = \frac{1}{2} \frac{Q_3 - Q_1}{P_{90} - P_{10}}, \quad (2)$$

где  $Q_1$ ,  $Q_3$  – первый и третий квартили;  $P_{90}$  и  $P_{10}$  – 90-й и 10-й процентиля, соответственно.

Зависимость ПКЭ от параметра  $p$  модели на основе ОГР является монотонно возрастающей функцией (рис. 1), что позволяет однозначно определить  $p$  зная оценку ПКЭ.

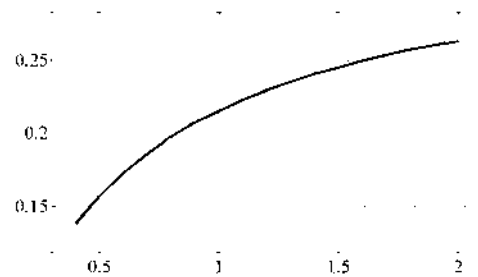


Рис. 1. Зависимость ПКЭ от параметра  $p$  ОГР

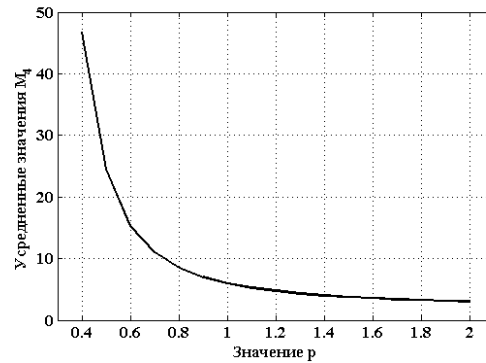


Рис. 2. Зависимость  $M_4$  от параметра  $p$  ОГР

Другим способом оценивания  $p$  является расчет коэффициента эксцесса или четвертого центрального момента для выборки данных ( $M_4$ ). Зависимость  $M_4$  от параметра  $p$ , приведенная на рис. 2, также является монотонной и не зависящей от  $\sigma_{\text{ОГР}}$ . Основное отличие от графика на рис. 1 состоит в убывании значения  $M_4$  с ростом значений  $p$ , что подтверждает факт уменьшения тяжести хвостов распределения при  $p \rightarrow 2$ . Очевидно, что вследствие монотонного характера обеих зависимостей оценивать  $p$  можно как путем расчета ПКЭ, так и расчета  $M_4$  для анализируемой выборки данных. Однако возникает вопрос, какой из данных методов оценивания  $p$  является более точным?

Для ответа на него, при помощи численного моделирования, были определены статистические характеристики оценок  $\hat{K}_p$  и  $\hat{M}_4$  для разных значений параметра  $p$  с использованием выборок размером  $N = 4000$  элементов. Напомним, что при размере тестовых изображений  $512 \times 512$  пикселей и размере блоков  $8 \times 8$  пикселей имеется 4096 непрерывающихся блоков, то есть результаты численного моделирования примерно соответствуют ситуации, имеющей место при обработке тестовых изображений. Для каждого значения  $p$  были определены математические ожидания (МО) оценок  $\hat{K}_p$  и  $\hat{M}_4$ , которые практически совпадают со значениями параметров ПКЭ и  $M_4$ , приведенными на рис. 1 и 2. Поэтому далее в табл. 1 приведены лишь значения дисперсий этих параметров – соответственно  $\sigma_{\hat{K}_p}^2$  и  $\sigma_{\hat{M}_4}^2$ . Для каждого случая моделировалось  $M=1000$  выборок размером  $N$  элементов каждая.

Таблица 1

Дисперсии оценок  $\hat{K}_p$  и  $\hat{M}_4$  (соответственно  $\sigma_{Kp}^2$  и  $\sigma_{M4}^2$ ), а также оценок  $\hat{r}_{Kp}$  и  $\hat{r}_{M4}$  (соответственно  $\sigma_{rK}^2$  и  $\sigma_{rM}^2$ )

p	$\sigma_{Kp}^2 \times 10^5$	$\sigma_{M4}^2$	$\sigma_{rK}^2$	$\sigma_{rM}^2$
0,4	1,92	2534	0,0005	0,0370
0,5	2,17	148	0,0007	0,0111
0,6	2,03	33,6	0,0011	0,0042
0,7	2,15	6,38	0,0014	0,0034
0,8	2,11	1,79	0,0018	0,0037
0,9	2,06	0,664	0,0030	0,0034
1,0	2,38	0,321	0,0042	0,0035
1,1	2,06	0,138	0,0042	0,0031
1,2	2,01	0,079	0,0056	0,0034
1,3	2,22	0,050	0,0073	0,0038
1,4	1,92	0,032	0,0083	0,0036
1,5	2,03	0,022	0,0106	0,0038
1,6	1,83	0,016	0,0137	0,0041
1,7	1,97	0,012	0,0164	0,0047
1,8	1,97	0,0098	0,0153	0,0055
1,9	1,99	0,0078	0,0136	0,0054
2,0	1,78	0,059	0,0089	0,0041

Очевидно, что параметр  $\sigma_{Kp}^2$  слабо зависит от  $p$ , примерно постоянен и равен  $2 \times 10^{-5}$ . Значения параметра  $\sigma_{M4}^2$  резко возрастают с уменьшением  $p$ , также, как и средние значения  $\hat{M}_4$  (см. рис. 2).

Большой практический интерес представляют и статистические характеристики оценок параметра  $p$  на основе ПКЭ и  $M_4$  (соответственно,  $\hat{r}_{Kp}$  и  $\hat{r}_{M4}$ ): усредненные по ансамблю реализаций значения оценок, а также их дисперсия  $\sigma_{rK}^2$  и  $\sigma_{rM}^2$ , соответственно. Анализ показал, что МО оценок  $\hat{r}_{Kp}$  и  $\hat{r}_{M4}$  примерно совпадают с истинными значениями для всего диапазона рассматриваемых значений параметра  $p$ , то есть оценки являются несмещенными.

Анализ значений  $\sigma_{rK}^2$  и  $\sigma_{rM}^2$  (см. табл. 1) показывает, что наименьшая точность обеих оценок ( $\hat{r}_{Kp}$  и  $\hat{r}_{M4}$ ) имеет место при  $p \approx 1,75$ . При этом для  $p \geq 1$  заметно лучшей точностью характеризуется оценка  $\hat{r}_{M4}$  на основе четвертого центрального момента. Однако по мере уменьшения  $p$  ситуация изменяется и статистика  $M_4$  становится неустойчивой для распределений с очень тяжелыми хвостами. В этом случае, при  $p < 1$ , лучшую точность обеспечивает уже оценка  $p$  на основе расчета ПКЭ (2).

Учитывая, что оценки параметра  $\hat{K}_p$  и, соот-

ветственно,  $\hat{r}_{Kp}$ , характеризуются в среднем более высокой точностью (меньшим значением дисперсии), именно они и выбраны для использования в дальнейшем анализе.

Полученные значения  $\sigma_{Kp}^2$  также позволяют сделать статистически достоверные выводы о качестве описания закона распределения. Например, если оценка ПКЭ оказывается равной либо незначительно меньше 0,188, то данную ситуацию можно представить как  $0,188 = K_p(p=1) - t \times \sigma_{Kp}$ , где  $K_p(p=1) = 0,215$  – МО ПКЭ для распределения Лапласа, а  $\sigma_{Kp} = 0,0049$  – СКО оценок  $K_p$  при  $p = 1$ ;  $t \approx 5,3$  – множитель. В таком случае можно утверждать, что распределение рассматриваемой выборки гарантированно отличается от ПРВ Лапласа и имеет более тяжелые хвосты. Аналогично можно считать, что распределение близко к гауссову, если  $\hat{K}_p$  находится в пределах

$$K_p(p=2) \pm 3\sigma_{Kp} = 0,263 \pm 0,0126,$$

то есть примерно от 0,25 до 0,276.

Рассмотрим теперь устойчивые оценки масштаба для ОГР и других негауссовых распределений. В работе [17] показано, что существует жесткая зависимость между робастным параметром масштаба на основе абсолютного медианного отклонения (АМО) и параметрами ОГР  $p$  и  $\sigma_{OGR}$ , где АМО определяется в соответствии с выражением

$$АМО = 1,483 \cdot \text{median} \left\{ |x(n) - \text{median}(x(1), \dots, x(N))| \right\}, \quad (3)$$

где  $x(n)$  – анализируемая выборка данных,  $n = [1; N]$ ; множитель 1,483 введен для того, чтобы МО параметра совпадало с СКО гауссова распределения.

Однако оценка (3) не является единственной устойчивой оценкой масштаба. Существует ряд других оценок, наиболее полное описание и анализ свойств которых приведено в работе [20]. Одной из них является S-оценка, вычисляемая как

$$S = 1,1926 \cdot \text{median}_n \left\{ \text{median}_j |x(n) - x(j)| \right\}. \quad (4)$$

Вычисление S-оценки включает несколько этапов. На первом этапе для фиксированного  $n$  вычисляются модули разностей  $x(n) - x(j)$ , затем находится их медианное значение, значение индекса  $n$  увеличивается на один и расчет повторяется. В результате получается выборка из  $N$ -значений, для которых еще раз рассчитывается медиана. На последнем этапе полученное число умножается на поправочный коэффициент. При этом значения, как оценки АМО (3), так и S-оценки (4), для выборок данных с симметричным распределением с тяжелыми хвостами оказываются существенно меньше, чем значения обычной оценки СКО  $\hat{\sigma}$ . Это свойство активно используется во многих алгоритмах, например, при

оценивании дисперсии или СКО помех вслепую [5, 14], а также при адаптивном устойчивом оценивании параметра сдвига [21, 22].

В связи с изложенным выше, далее будут использоваться оценка ПКЭ для описания тяжести хвостов распределения, а оценки АМО и S для определения масштаба выборки данных. Существенное отличие ПКЭ от 0,265 свидетельствует о негауссовости распределения. Дополнительным подтверждением такого предположения является существенное отличие оценок АМО и S от  $\hat{\sigma}$ .

## 2. Методика анализа характеристик ДКП-коэффициентов в блоках

В качестве изображений, для которых проводился анализ, использовались тестовые полутоновые изображения Baboon, Barbara, Lenna и Peppers. Такой выбор обусловлен следующими причинами. Во-первых, эти изображения существенно различаются степенью сложности. Сложность изображения можно косвенно охарактеризовать тем, насколько эффективно для них удается подавить помехи. В работе [23] приведены предельные значения среднеквадратических ошибок на выходе фильтра для случая воздействия аддитивного белого шума. Эти значения указывают на то, что изображения Lenna и Peppers можно считать простыми, изображение Baboon – сложным, а изображение Barbara – средней сложности. Во-вторых, для некоторых из этих изображений имеются результаты анализа характеристик значений их ДКП-коэффициентов [13, 14], что позволит ниже провести сравнение.

В работе исследованы как случай отсутствия помех, так и случаи наличия аддитивного гауссова шума с дисперсией 25 и 100. Для каждого k-l-го блока изображения размером 8x8 вычислялся ДКП-спектр  $x_{kl}(m,n)$

$$x_{kl}[m,n] = \lambda[m]\lambda[n] \sum_{i=0}^{M_b-1} \sum_{j=0}^{N_b-1} g[i+k, j+l] \times \cos\left[\frac{(2i+1)m\pi}{2M_b}\right] \cos\left[\frac{(2j+1)n\pi}{2N_b}\right], \quad (5)$$

где  $M_b=8$  и  $N_b=8$  – размеры блока;  $m \in [0; M_b-1]$ ;  $n \in [0; N_b-1]$ ;  $k \in [1; K]$ ;  $l \in [1; L]$ ;  $K, L$  – количество блоков по горизонтали и вертикали изображения соответственно;  $\lambda[m]$  и  $\lambda[n]$  – совокупность весовых функций

$$\lambda[m] = \begin{cases} \sqrt{2/M_b}, & 1 \leq m \leq M_b - 1; \\ 1/\sqrt{M_b}, & m = 0; \end{cases} \quad (6)$$

$$\lambda[n] = \begin{cases} \sqrt{2/N_b}, & 1 \leq n \leq N_b - 1; \\ 1/\sqrt{N_b}, & n = 0, \end{cases}$$

Поскольку все тестовые изображения имеют размер 512x512 пикселей и использовались блоки с полным перекрытием [4], то  $K = L = 505$ . Таким об-

разом, для каждого изображения были получены ДКП-коэффициенты для более чем 250000 блоков, что является достаточным количеством для анализа статистических характеристик каждого из ДКП-коэффициентов. При этом интерес представляют свойства практически всех коэффициентов за исключением ДКП-коэффициента с индексами (0, 0), который равен среднему значению в блоке.

Для каждого анализируемого изображения формировался трехмерный массив размером  $M_b \times N_b \times (K \cdot L)$ , каждое сечение которого представляет собой двумерную матрицу размером  $M_b \times N_b$  значений ДКП-коэффициентов  $x_{kl}(m,n)$ , вычисленных для каждого блока изображения. Далее для каждой пары значений  $m$  и  $n$  формировалась одномерная выборка размером  $K \cdot L$ , для которой вычислялись оценки ПКЭ (2), АМО (3), S-оценка (4) и обычная оценка СКО.

## 3. Анализ полученных данных

Анализ начнем со случая отсутствия помех. Двумерные массивы полученных значений оценок  $\hat{K}_p$  приведены на рис. 3 для всех четырех тестовых изображений. Прежде всего, отметим, что значения  $\hat{K}_p$  для практически всех ДКП-коэффициентов отличаются от 0,263 (то есть распределения отличаются от нормального) и 0,215 (то есть отличаются от ПРВ Лапласа). Наименьшие значения  $\hat{K}_p$  наблюдаются для низкочастотных коэффициентов тестового изображения Lenna, которые достигают примерно 0,12, что соответствует  $p$  порядка 0,3 (см. рис. 1), то есть распределению с очень тяжелыми хвостами.

Значения  $\hat{K}_p$  достаточно большого количества ДКП-коэффициентов, особенно низкочастотных, для других тестовых изображений также имеют порядок 0,13...0,16.

Наблюдается тенденция к увеличению ПКЭ от группы низкочастотных к группе высокочастотных ДКП-коэффициентов, причем значения  $\hat{K}_p$  отличаются существенно. Это ставит под сомнение выдвинутую авторами [13] гипотезу о том, что распределения идентичны на всех пространственных масштабах (то есть для всех ДКП-коэффициентов).

Кроме того, авторы [13] выдвигают гипотезу о том, что имеются ДКП-коэффициенты, для которых закон распределения определяется только собственными шумами изображения. Для изображения Baboon при отсутствии помех максимальное значение  $\hat{K}_p$  составило 0,223, для изображения Lenna – 0,254, для изображения Barbara – 0,252. И только для изображения Peppers максимальное значение ПКЭ равно 0,275. Таким образом, для изображения Baboon принципиально невозможно предположить, что распределение любого из ДКП-коэффициентов близко к нормальному.

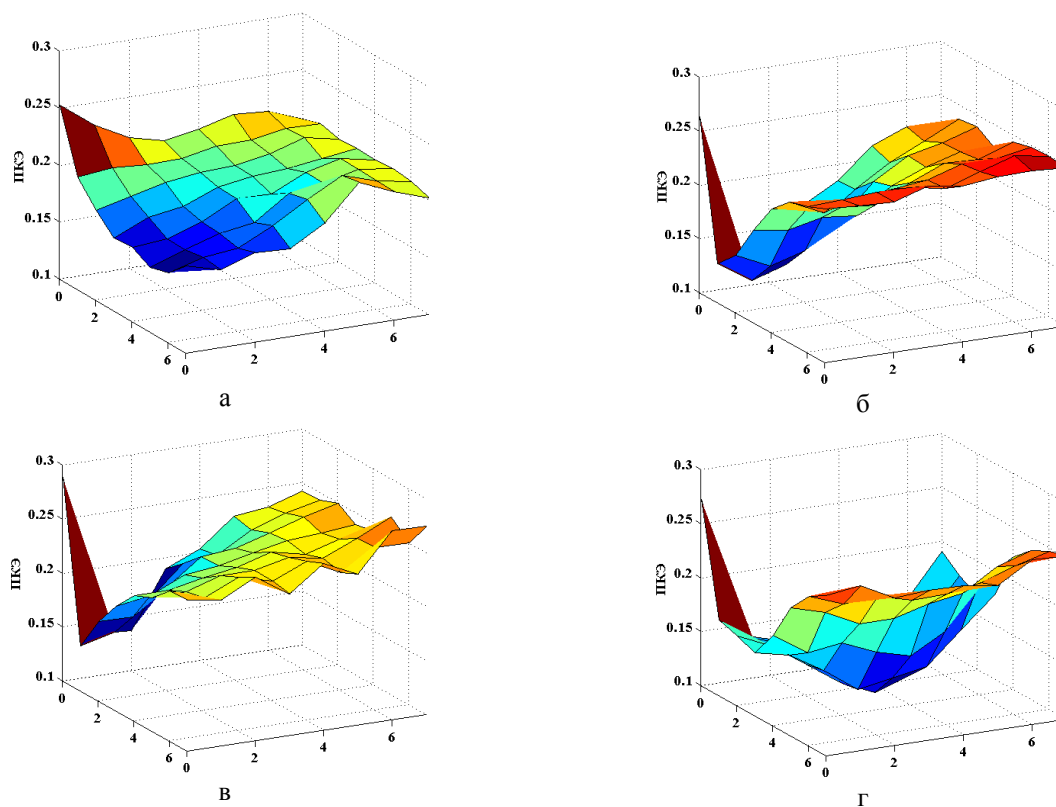


Рис. 3. Зависимость оценок ПКЭ от значений индексов  $m$  и  $n$  блока для тестовых изображений Baboon (а), Lenna (б), Peppers (в) и Barbara (г) при отсутствии шумов

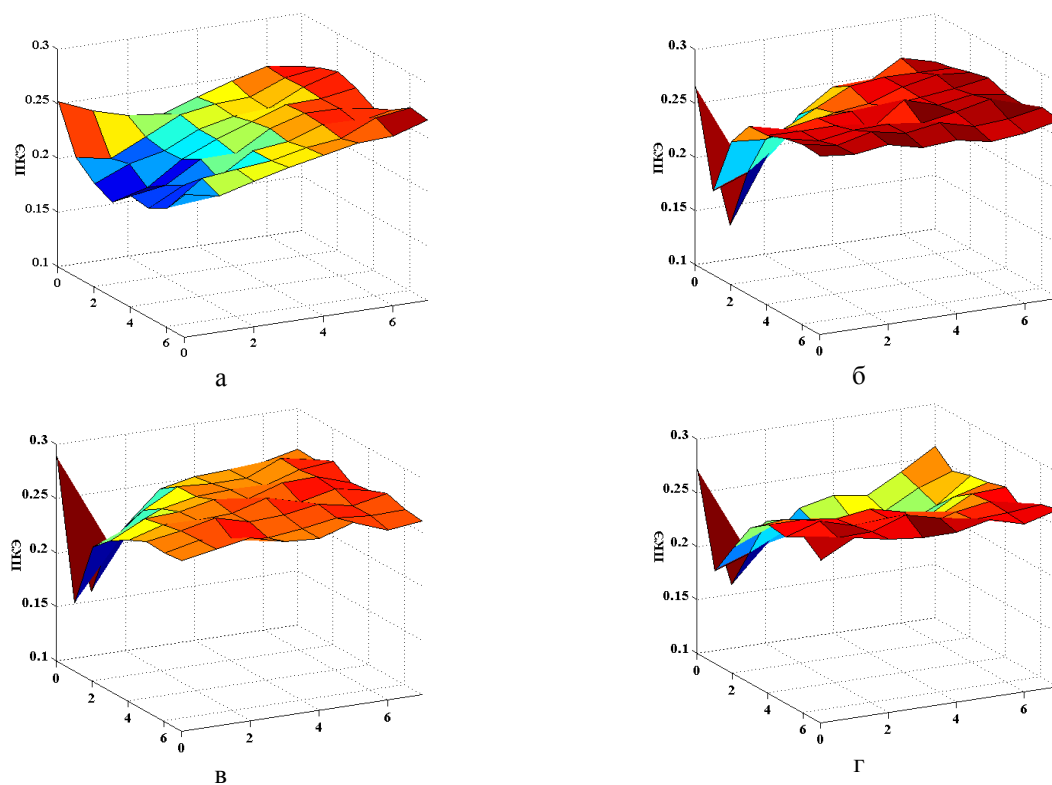


Рис. 4. Зависимость оценок ПКЭ от значений индексов  $m$  и  $n$  блока для тестовых изображений Baboon (а), Lenna (б), Peppers (в) и Barbara (г), искаженных шумом с дисперсией 100

Для других тестовых изображений такое предположение правомерно, но, на наш взгляд, даже на наиболее высоких пространственных частотах присутствует как сигнальная составляющая, так и соб-

ственный шум. Более детальное обсуждение приведено ниже при анализе значений оценок масштаба.

Рассмотрим далее случай присутствия аддитивного белого гауссова шума на тестовых изображениях.

Двумерные массивы полученных значений оценок  $\hat{K}_p$  при шуме с дисперсией, равной 100, приведены на рис. 4 для всех четырех тестовых изображений. Прежде всего, отметим, что сохранилась общая тенденция увеличения  $\hat{K}_p$  при возрастании пространственной частоты (наибольшие значения имеют место при больших  $m$  и  $n$ , то есть распределения ДКП-коэффициентов на более высоких частотах более близки к гауссову. Об этом же свидетельствует и анализ конкретных значений  $\hat{K}_p$ . В частности, для изображения Baboon в интервал от 0,25 до 0,276 попадают значения  $\hat{K}_p$  для двадцати одного ДКП-коэффициента. Для изображения Lenna, которое менее сложное, таких коэффициентов 47 из 63, то есть значительно больше.

Для сравнения укажем также данные для дисперсии помех, равной 25. Для изображения Baboon в интервал от 0,25 до 0,276 попадают значения  $\hat{K}_p$  для всего трех ДКП-коэффициентов. Для изображения Lenna таких коэффициентов 42.

Следовательно, из-за присутствия помех распределения для многих ДКП-коэффициентов становятся близкими к гауссову, но количество таких коэффициентов определяется как сложностью (текстурностью) самого изображения, так и дисперсией помех.

Рассмотрим теперь зависимости для оценок масштаба. Полученные оценки  $\hat{\sigma}$ , АМО и S изменяются в широких пределах. Например, для изображения Baboon при отсутствии помех наименьшее значение  $\hat{\sigma}$  равно 7,25 (для самого высокочастотного коэффициента  $D(7, 7)$ ), а наибольшее – 70,9. Для остальных изображений пределы варьирования  $\hat{\sigma}$  также достаточно широки (например, для изображения Lenna от 2,38 до 86,0).

Оценки АМО и S лежат в более узких пределах. Например, для изображения Baboon при отсутствии помех АМО изменяется от 4,61 до 50,5, а оценка S – от 5,06 до 53,4, причем для оценок АМО и S наблюдается жесткая корреляция. Для более простых тестовых изображений наименьшие значения АМО и S меньше – для изображения Lenna наименьшее значение АМО равно 2,10, а наименьшее S – 2,16. Очевидно, что наименьшие значения обих оценок масштаба не равны 0 (для изображения Peppers – 2,85 и 2,96, а для изображения Barbara – соответственно 1,63 и 1,68).

Таким образом, даже наименьшие значения устойчивых оценок масштаба отличаются от нуля вследствие наличия собственных шумов или сигнальной составляющей, а, скорее всего, совместного влияния обоих факторов. Это обстоятельство важно при тестировании методов оценивания дисперсии или СКО на изображениях вслепую [5, 13, 14, 24]. Во-первых, указанные особенности высокочастотных

коэффициентов обуславливают смещенность оценок дисперсии или СКО помех. Во-вторых, легко объясняется проблематичность обеспечения высокой точности оценивания при малой дисперсии помех.

Учитывая коррелированность оценок АМО и S, приведем зависимости только для АМО. Для удобства отображения, зависимости представлены в логарифмическом масштабе. Случай отсутствия показан на рис. 5 для всех четырех тестовых изображений. Видно, что для всех графиков явно прослеживается тенденция уменьшения АМО( $m, n$ ) при увеличении индексов  $m$  и  $n$ . Лишь для тестового изображения Peppers имеются флуктуации, однако общие тенденции сохраняются.

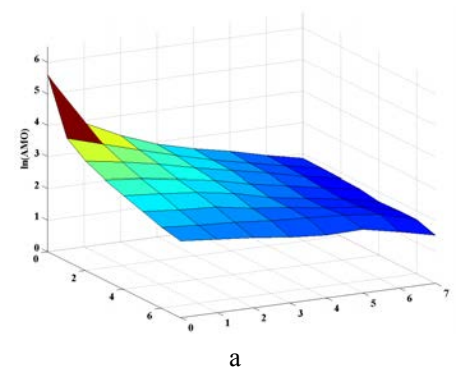
На рис. 6 представлены зависимости  $\ln \text{АМО}(m, n)$  для изображений, искаженных аддитивным шумом с дисперсией 100. Значения АМО( $m, n$ ) существенно возросли по сравнению со случаем отсутствия помех, особенно для высокочастотных коэффициентов, где значения АМО( $m, n$ ) либо примерно равны, либо лишь немного превосходят значение СКО помех, равное 10. Например, для изображения Lenna более половины значений АМО( $m, n$ ) не превышают 11. В то же время, для тестового изображения Baboon ни одно из значений АМО( $m, n$ ) не меньше 12. Это означает, что если оценивание СКО шумов проводится в спектральной области (см. подробнее публикации [13, 14]), то даже при использовании методов устойчивого оценивания получаемые оценки СКО и, соответственно, дисперсии помех окажутся существенно смещенными и недостаточно точными (приемлемо точными можно считать оценки СКО шума  $\hat{\sigma}_n$ , если они отличаются от истинного значения  $\sigma_n$  не более, чем на 10%).

Анализ результатов численного моделирования при  $\sigma_n = 5$  показывает, что для изображений Lenna и Barbara имеются оценки АМО( $m, n$ )  $\approx 5,5$ , которые достаточно близки к истинному значению СКО помех. В то же время, для изображения Peppers наименьшее значение АМО( $m, n$ )  $\approx 5,9$ , а для изображения Baboon минимальное АМО( $m, n$ )  $\approx 8,1$ , то есть существенно больше, чем  $\sigma_n = 5$ .

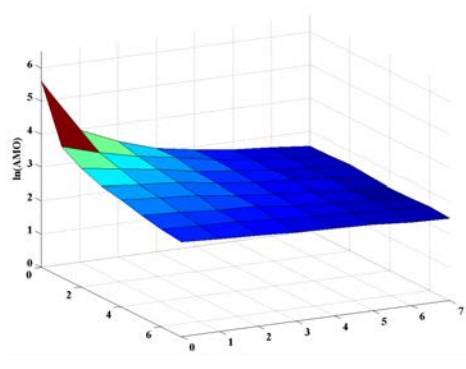
Эти данные лишней раз свидетельствуют о проблематичности точного оценивания СКО помех вслепую для текстурных изображений при относительно малом уровне помех, что хорошо согласуется с результатами, представленными в [5, 13, 14, 25].

### Заключение

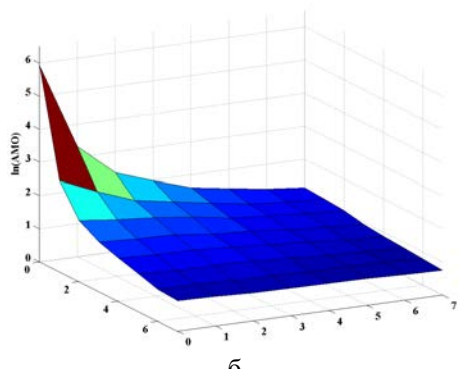
Проведен анализ статистических характеристик ДКП-коэффициентов в блоках тестовых изображений в предположении, что распределение их значений подчиняется обобщенному гауссову распределению.



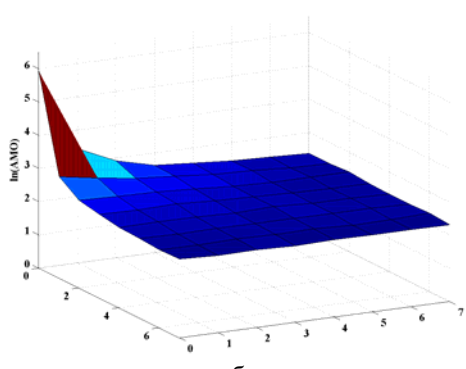
а



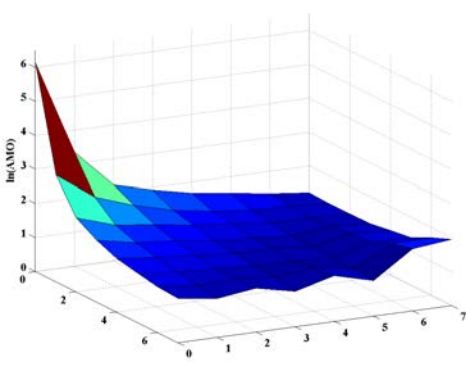
а



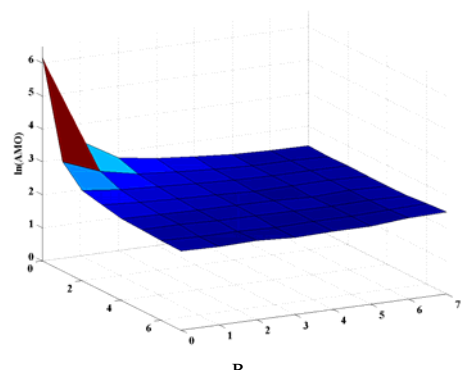
б



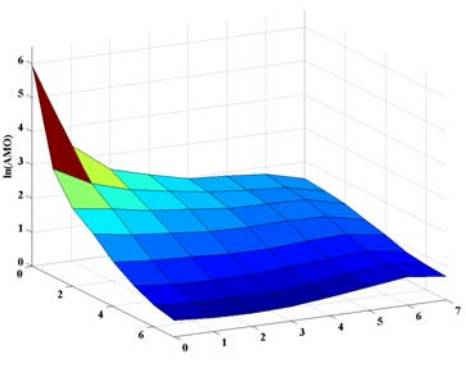
б



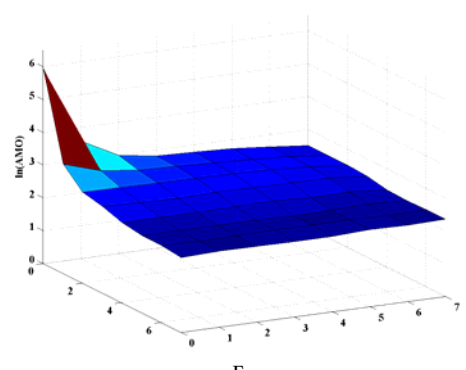
в



в



г



г

Рис. 5. Зависимости  $\ln(\text{AMO})$  от значений индексов  $m$  и  $n$  для тестовых изображений Baboon (а), Lena (б), Peppers (в) и Barbara (г) при отсутствии шума

Рис. 6. Зависимости  $\ln(\text{AMO})$  от значений индексов  $m$  и  $n$  для тестовых изображений Baboon (а), Lena (б), Peppers (в) и Barbara (г) при воздействии шума с дисперсией, равной 100

Показано, что ПРВ имеют более тяжелые хвосты, чем нормальное распределение, а для некоторых коэффициентов – даже тяжелее, чем у ПРВ Лапласа. В случае присутствия шумов на изображениях, происходит трансформация распределений и

для наиболее высокочастотных коэффициентов ПРВ их значений становятся близки к гауссову закону. Показано, что количество таких коэффициентов существенно зависит от степени сложности изображения и уровня помех.

## Список літератури

1. Bovik A. *Handbook on Image and Video Processing* / A. Bovik. – USA, Academic Press, 2000. – 891 p.
2. ADCT: A new high quality DCT based coder for lossy image compression [Електронний ресурс] / N. Ponomarenko, V. Lukin, K. Egiazarian, J. Astola // CD ROM Proceedings of LNLA. – Switzerland. – 2008. – 6 p. – Режим доступу к журн.: <http://www.lnla.com/2008/> – 01.07.2011 з.
3. Said A. A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees / A. Said, W.A. Pearlman // *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*. – 1996. – Vol. 6. – P. 243-250.
4. Oktem R. Locally Adaptive DCT Filtering for Signal-Dependent Noise Removal / R. Oktem, K. Egiazarian, V. Lukin, N. Ponomarenko, O. Tsymbal // *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Article ID 42472. – 2007. – 10 p.
5. Sendur L. Bivariate Shrinkage Functions for Wavelet Based Denoising Exploiting Interscale Dependency / L. Sendur, I. W. Selesnick // *IEEE Trans. on Signal Processing*. – Nov. 2002. – Vol. 50, no. 11. – P. 2744-2756.
6. Smoot S.R. Study of DCT coefficient distributions / S.R. Smoot, L.A. Rowe // *Proc. SPIE*. – Jan. 1996. – P. 403-411.
7. Hernandez J.R. DCT-domain Image Watermarking and Generalized Gaussian Models / J.R. Hernandez, F. Perez-Gonzalez, M. Amado // *Liubliana*. – 1998. – 5 p.
8. Lam E.Y. A Mathematical Analysis of the DCT Coefficient Distributions for Images / E.Y. Lam, J.W. Goodman // *IEEE Transactions on Image Processing*. – 2000. – Vol. 9, No 10. – P. 1661-1666.
9. Briassouli A. Hidden Messages in Heavy Tails: DCT-Domain Watermark Detection Using Alpha-Stable Models / A. Briassouli, P. Tsakalides, A. Stouraitis // *IEEE Transactions on Multimedia*. – 2005. – Vol. 7, No 4. – P. 700-715.
10. Bhaskaranand M. Distribution of 3D DCT Coefficients for Video / M. Bhaskaranand, J.D. Gibson // *Proceedings of ICASSP*. – 2009. – 4 p.
11. The 2D DCT Coefficient Statistical Behaviour: A Comparative Analysis of Different Types of Image Sequences / M. Mitrea, F. Preteux, A. Vlad, C. Fetita // *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*. – 2004. – Vol. 6, No 1. – P. 95-102.
12. Saad M.A. DCT-Statistics Model-Based Blind Image Quality Assessment / M.A. Saad, A.C. Bovik, C. Charrier // *Proceedings of ICIP*. – 2011. – 4 p.
13. Zoran D. Scale Invariance and Noise in Natural Images / D. Zoran, Y. Weiss // *Proc. of ICCV*. – 2009. – P. 2209-2216.
14. Blind evaluation of additive noise variance in textured images by nonlinear processing of block DCT coefficients / N.N. Ponomarenko, V.V. Lukin, S.K. Abramov, K.O. Egiazarian, J. Astola // *Image Processing: Algorithms and Systems II: proc. of Internat. Conf.* – Santa Clara, USA, 2003. – SPIE Vol. 5014. – P. 178-189.
15. Chang S. Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression / S. Chang, B. Yu, M. Vetterli // *IEEE Trans. on Image Proc.* – 2000. – Vol. 9. – P. 1522-1531.
16. Nadarajah S.A. Generalized normal distribution / S.A. Nadarajah // *Journal of Applied Statistics*. – 2005. – Vol. 32 (7). – P. 685-694.
17. Куркин Д.А. Оценивание параметров сдвига для семейства обобщенных гауссовых распределений / Д.А. Куркин, А.А. Роечко, В.В. Лукин // *Радиоэлектронные и компьютерные системы*. – 2011. – № 2. – С. 37-44.
18. Обработка случайных сигналов и процессов: учеб. пособие / А.Н. Беседин, А.А. Зеленский, Г.П. Кулемин, В.В. Лукин. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2005. – 469 с.
19. Suoranta R. Amplitude domain approach to digital filtering. Theory and applications of L-filters, Doctor of Technology Thesis Espoo / R. Suoranta // *Technical Research Centre of Finland*. – 1995. – 199 p.
20. Rousseeuw P.J. Alternatives to the Median Absolute Deviation / P.J. Rousseeuw, C. Croux // *Journal of the American Statistical Association*. – 1993. – Vol. 88. – P. 1273-1283.
21. Roenko A.A. Two approaches to adaptation of sample myriad to characteristics of SoS distribution data / A.A. Roenko, V.V. Lukin, I. Djurovic // *Signal Processing*. – July 2010. – Vol. 90, No 7. – P. 2113-2123.
22. An Adaptive Meridian Estimator / D.A. Kurkin, A.A. Roenko, V.V. Lukin, I. Djurovic // *Proceedings of MRRS*. – K.: August 2011. – P. 301-304.
23. Chatterjee P. Is Denoising Dead? / P. Chatterjee, P. Milanfar // *IEEE Transactions on Image Processing*. – April 2010. – Vol. 19, No 4. – P. 895-911.
24. Estimation of accessible quality in noisy image compression / N. Ponomarenko, V. Lukin, M. Zriakhov, K. Egiazarian, J. Astola // *Proc. EUSIPCO*. – Italy, 2006. – Vol. 12. – 4 p.
25. Image Informative Maps for Estimating Noise Standard Deviation and Texture Parameters / M. Uss, B. Vozel, V. Lukin, S. Abramov, I. Baryshev, K. Chehdi // *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. – 2011. – Vol. 2011. – Article ID 806516. – 12 p., Doi: 10.1155/2011/806516.

Поступила в редколлегию 5.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

### ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДКП-КОЕФІЦІЕНТІВ У БЛОКАХ ЗОБРАЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ СТІЙКИХ ОЦІНОК МАСШТАБУ ТА ВАЖКОСТІ ХВОСТІВ

Д.О. Куркін, О.О. Роечко, В.В. Лукін

Проаналізовано статистичні характеристики коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення (ДКП) у блоках напівтонових тестових зображень. Під час аналізу використано стійкі оцінки масштабу та важкості хвостів, бо показано, що розподіли є негаусовими й краще описуються узагальненим розподілом з параметром, що змінюється. Визначені параметри цього розподілу для первинних зображень та зображень, спотворених адитивним білим гаусовим шумом. Показано, що присутність завад суттєво змінює закон розподілу, наближуючи його до гаусова для високочастотних ДКП-коефіцієнтів. При цьому параметри узагальненого гаусова розподілу залежать як від властивостей зображення, так і від дисперсії завад.

**Ключові слова:** ДКП-коефіцієнти, блоки зображень, статистичні характеристики, узагальнений гаусів розподіл.

### INVESTIGATION OF STATISTICAL CHARACTERISTICS OF DCT-COEFFICIENTS IN IMAGE BLOCKS USING ROBUST ESTIMATES OF SCALE AND TAIL HEAVINESS

D.O. Kurkin, O.O. Roenko, V.V. Lukin

Statistical characteristics of discrete cosine transform (DCT) coefficients in blocks of grayscale test images are analyzed. Robust estimators of scale and tail heaviness are used in analysis since it is shown that the distributions are non-Gaussian and they are better described by generalized Gaussian distribution with variable parameter. The parameters of these distributions are determined for noise-free images and images corrupted by additive white Gaussian noise. It is shown that the presence of noise considerably changes the distributions that approach to Gaussian for high-frequency DCT coefficients. Parameters of the generalized Gaussian distribution depend on both image properties and noise variance.

**Keywords:** DCT-coefficients, image blocks, statistical characteristics, generalized Gaussian distribution.