

УДК 666.9

М.Г. Салия, О.В. Старкова, Д.А. Бондаренко, Т.А. Костюк, Е.Б. Деденева

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры, Харьков

## ОПТИМИЗАЦИИ СОСТАВА СУХОЙ СТРОИТЕЛЬНОЙ СМЕСИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЕЕ ПРОЧНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

*В статье представлена оптимизация состава сухой строительной смеси для гидроизоляционного покрытия повышенной трещиностойкости методом математического планирования эксперимента. Экспериментальные исследования подтвердили повышение прочностных показателей у оптимизированного состава.*

**Ключевые слова:** сухая строительная смесь, трещиностойкость, оптимизация состава.

### Введение

**Актуальность.** Большое число научных исследований в области современного строительного материаловедения посвящено высококачественным материалам для долговечного строительства. Высокие уровни технологических и эксплуатационных свойств конкурентоспособных материалов предполагают создание новых материалов с высоким качеством. Причем количество параметров качества может быть достаточно большим. Поэтому задачи проектирования сложных систем, в частности, проектирование сложных составов строительных смесей всегда многокритериальны, так как при выборе наилучшего варианта приходится учитывать много различных требований, предъявляемых к системе. Для решения такого вида задач нужно рассматривать совокупность критериев качества в координатах состава, параметров технологии и эксплуатации, используя для их анализа и оптимизации средства математического планирования эксперимента.

В [1] установлено, что совместное введение карбонатной добавки и стекловолокна способствует повышению прочности мелкозернистого бетона на сжатие и изгиб, что также обеспечивает повышение трещиностойкости за счет снижения усадочных напряжений при контракционном твердении в свежешелюженных цементных составах на подложках из «старого» бетона.

**Постановка задачи.** Целью настоящей статьи является решение задачи оптимизации состава сухой строительной смеси путем введения карбонатной добавки и добавки стекловолокна и экспериментальное обоснование повышения прочностных показателей оптимизированного состава.

### Основная часть

Оптимизацию состава сухой смеси проводили методами математического планирования эксперимента. В качестве оптимизируемых величин приняты предел прочности отвержденного состава при

сжатии и изгибе. Процентное отношение расхода карбонатной добавки и добавки стекловолокна от количества цемента принимали на основании предварительных поисковых экспериментов. При этом расход химической добавки к цементу оставался постоянным.

Разработанный гидроизоляционный состав повышенной трещиностойкости по эксплуатационным характеристикам должен удовлетворять требованиям, предъявляемым к штукатурным составам.

В материаловедении и технологии базовыми экспериментально-статистическими моделями являются полиномиальные модели 2-го порядка:

$$Y = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i X_i + \sum_{i < j} A_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^k A_{ii} X_i^2,$$

описывающие поверхности, образованные парабололами. При этом разложении коэффициенты  $A_0$ ,  $A_i$ ,  $A_{ij}$ ,  $A_{ii}$  эквивалентны частным производным ряда Тейлора для функции к переменным:

$$\begin{aligned} f(X_1, X_2) = & \\ = f(a_1, a_2) + \frac{(x_i - a_i)}{1!} \sum_{i=1}^k \frac{\partial f}{\partial x_i} |_{(a_1, a_2)} + & \\ + \frac{(x_i - a_i)(x_j - a_j)}{2!} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} |_{(a_1, a_2)} & \end{aligned}$$

и равны

$$\begin{aligned} A_0 &= f(a_1, a_2), \\ A_i &= \partial f(a_1, a_2) / \partial x_i, \\ A_{ij} &= 1/2! (\partial^2 f(a_1, a_2)) / \partial x_i \partial x_j, \\ A_{ii} &= 1/2! (\partial^2 f(a_1, a_2)) / \partial x_i^2. \end{aligned}$$

Таким образом, ковариационная матрица  $D = (x^T x)^{-1}$  не зависит от результатов эксперимента, может быть исследована до его реализации, позволяет определить численные значения вектора коэффициентов  $A$  для уравнения регрессии  $\hat{Y}$  и оценить характеристики модели и ее параметров. В данном случае планирование эксперимента по оптимизации

гидроизоляционного состава повышенной трещиностойкости производили по плану полного факторного эксперимента ПФЭ 3<sup>к</sup>, где к=2. Оптимальность такого плана заключается в том, что ковариационная матрица D, размером (к+1)·(к+1) – диагональная, следовательно, все оценки коэффициентов независимы [2 – 4].

За переменный параметр x<sub>1</sub> принято процентное отношение расхода карбонатной добавки к цементу, а x<sub>2</sub> процентное отношение расхода стекловолокна к цементу. Пределы x<sub>1</sub> и x<sub>2</sub> приняты из условий задачи и ограничены прочностными показателями: 5<X<sub>1</sub><15 и 0,02<X<sub>2</sub><0,5. В экспериментально-статистическом моделировании принято переходить к безразмерным переменным:

$$x_i = (x_i - x_{0i}) / \Delta x_i,$$

где

$$\Delta x_i = 0,5 (x_{i\max} - x_{i\min}); x_{0i} = 0,5 (x_{i\max} + x_{i\min}),$$

что позволяет трансформировать трехфакторную призму в куб с вершинами (±1; ±1; ±1). В ходе эксперимента было проведено N=9 число опытов с m=2 числом повторений каждого.

Результаты эксперимента и расчет вспомогательных величин для оценки коэффициентов b<sub>0</sub>, b<sub>i</sub>, b<sub>ij</sub> и b<sub>ij</sub> приведены в табл. 1.

Средние значения по результатам эксперимента (Y<sub>μ</sub> и Y<sub>λ</sub>) и расчет вспомогательных величин для оценки коэффициентов уравнения b<sub>0</sub>, b<sub>i</sub>, b<sub>ij</sub> и b<sub>ij</sub> приведены в табл. 2.

Таблица 1

Матрица планирования эксперимента

| № опыта | Матрица базисных функции |                |                |                             |                             |                               | Рез. эксперимента |                |                               |                               |  |  |  |                               |                               |  |  |  |      |  |
|---------|--------------------------|----------------|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------|----------------|-------------------------------|-------------------------------|--|--|--|-------------------------------|-------------------------------|--|--|--|------|--|
|         | План                     |                | X <sub>0</sub> | X <sub>1</sub> <sup>2</sup> | X <sub>2</sub> <sup>2</sup> | X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> | Y <sub>μ</sub>    | Y <sub>λ</sub> | X <sub>1</sub> Y <sub>μ</sub> | X <sub>2</sub> Y <sub>μ</sub> | X <sub>1</sub> <sup>2</sup> Y <sub>μ</sub> | X <sub>2</sub> <sup>2</sup> Y <sub>μ</sub> | X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> Y <sub>μ</sub> | X <sub>1</sub> Y <sub>λ</sub> | X <sub>2</sub> Y <sub>λ</sub> | X <sub>1</sub> <sup>2</sup> Y <sub>λ</sub> | X <sub>2</sub> <sup>2</sup> Y <sub>λ</sub> | X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> Y <sub>λ</sub> |      |  |
|         | X <sub>1</sub>           | X <sub>2</sub> |                |                             |                             |                               |                   |                |                               |                               |  |  |  |                               |                               |  |  |  |      |  |
| 1       | -1                       | -1             | +1             | 1                           | 1                           | +1                            | 19,5              | 6,0            | -19,5                         | -19,5                         | 19,5                                       | 19,5                                       | 19,5   | 19,5                          | -6,0                          | -6,0                                       | 6,0  | 6,0  | 6,0  |  |
| 2       | 0                        | -1             | +1             | 0                           | 1                           | 0                             | 23,1              | 6,7            | 0                             | -23,1                         | 0  | 23,1                                       | 0  | 0                             | -6,7                          | 0  | 6,7  | 0  | 0    |  |
| 3       | +1                       | -1             | +1             | 1                           | 1                           | -1                            | 21,1              | 6,3            | 21,1                          | -21,1                         | 21,1                                       | 21,1                                       | -21,1  | 6,3                           | -6,3                          | 6,3  | 6,3  | 6,3  | -6,3 |  |
| 4       | -1                       | 0              | +1             | 1                           | 0                           | 0                             | 19,0              | 6,3            | -19,0                         | 0                             | 19,0                                       | 0  | 0  | -6,3                          | 0                             | 6,3  | 0  | 0  | 0    |  |
| 5       | 0                        | 0              | +1             | 0                           | 0                           | 0                             | 25,5              | 9,3            | 0                             | 0                             | 0  | 0  | 0  | 0                             | 0                             | 0  | 0  | 0  | 0    |  |
| 6       | +1                       | 0              | +1             | 1                           | 0                           | 0                             | 23,3              | 8,9            | 23,3                          | 0                             | 23,3                                       | 0  | 0  | 8,9                           | 0                             | 8,9  | 0  | 0  | 0    |  |
| 7       | -1                       | +1             | +1             | 1                           | 1                           | -1                            | 19,5              | 7,2            | -19,5                         | 19,5                          | 19,5                                       | 19,5                                       | -19,5  | -7,2                          | 7,2                           | 7,2  | 7,2  | 7,2  | -7,2 |  |
| 8       | 0                        | +1             | +1             | 0                           | 1                           | 0                             | 23,0              | 7,9            | 0                             | 23,0                          | 0  | 23,0                                       | 0  | 0                             | 7,9                           | 0  | 7,9  | 0  | 0    |  |
| 9       | +1                       | +1             | +1             | 1                           | 1                           | +1                            | 21,1              | 7,6            | 21,1                          | 21,1                          | 21,1                                       | 21,1                                       | 21,1   | 7,6                           | 7,6                           | 7,6  | 7,6  | 7,6  | 7,6  |  |
|         |                          |                |                |                             |                             |                               | (0Y)=195,1        | (0T)=66,2      | (1Y)=7,5                      | (2Y)=0,1                      | (11Y)=123,5                                | (22Y)=127,3                                | (12Y)=0                                      | (1Y)=3,3                      | (2Y)=3,7                      | (11Y)=42,3                                 | (22Y)=41,7                                 | (12Y)=0,1                                    |      |  |

Таблица 2

Расчетные значения для нахождения коэффициентов регрессии

| № опыта | ŷ <sub>μ</sub> | ŷ <sub>λ</sub> | ΔuY <sub>λ</sub> | Δu <sup>2</sup> Y <sub>λ</sub>   | ΔuY <sub>μ</sub> | Δu <sup>2</sup> Y <sub>μ</sub>   |
|---------|----------------|----------------|------------------|--|------------------|--|
| 1       | 21,8           | 6,4            | 2,3              | 5,29   | 0,4              | 0,16   |
| 2       | 25,8           | 7,7            | 2,7              | 7,29   | 1                | 1  |
| 3       | 24,4           | 7,5            | 3,3              | 10,89  | 1,2              | 1,44   |
| 4       | 22,6           | 8,0            | 3,6              | 12,96  | 1,7              | 2,89   |
| 5       | 26,5           | 9,35           | 1                | 1  | 0,05             | 0,025  |
| 6       | 25,1           | 9,2            | 1,8              | 3,24   | 0,3              | 0,09   |
| 7       | 21,8           | 7,6            | 2,3              | 5,29   | 0,4              | 0,16   |
| 8       | 25,7           | 8,9            | 2,7              | 7,29   | 1                | 1  |
| 9       | 24,4           | 8,8            | 3,3              | 10,89  | 1,2              | 1,44   |
|         |                |                |                  | SS <sub>оцт</sub> =64,14<br>S <sup>2</sup> <sub>оцт</sub> =7,12<br>S <sub>оцт</sub> =2,67<br>f <sub>оцт</sub> =9 |                  | SS <sub>оцт</sub> =8,205<br>S <sup>2</sup> <sub>оцт</sub> =0,91<br>S <sub>оцт</sub> =0,95<br>f <sub>оцт</sub> =9 |

Расчет коэффициентов регрессии для  $\hat{Y}_\mu$  и  $\hat{Y}_\lambda$  производился по формулам:

$$\begin{aligned} b_0 &= 5/9 (0Y) - 1/3 (11Y + 22Y), \\ b_{11} &= 1/2 (11Y) + 0 (11Y + 22Y) - 1/3 (0Y), \\ b_{22} &= 1/2 (22Y) - 1/3 (0Y), \\ b_1 &= 1/6 (1Y), \\ b_2 &= 1/6 (2Y), \\ b_{12} &= 1/4 (12Y). \end{aligned}$$

Расчетные значения коэффициентов  $b_0, b_1, b_{ii}$  и  $b_{ij}$  представлены ниже:

$$\begin{aligned} b_0 &= 5/9 \cdot 195,1 - 1/3 (123,5 + 127,3) = 26,5; \\ b_{11} &= 1/2 \cdot 123,5 - 1/3 \cdot 195,1 = -2,63; \\ b_{22} &= 1/2 \cdot 127,3 - 1/3 \cdot 195,1 = -0,73; \\ b_1 &= 1/6 \cdot 7,5 = 1,28; \\ b_2 &= 1/6 \cdot (-0,1) = -0,02; \\ b_{12} &= 1/4 \cdot 0 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_0 &= 5/9 \cdot 66,2 - 1/3 (43,2 + 41,7) = 9,35; \\ b_{11} &= 1/2 \cdot 42,3 - 1/3 \cdot 66,2 = -0,7; \\ b_{22} &= 1/2 \cdot 41,7 - 1/3 \cdot 66,2 = -1; \\ b_1 &= 1/6 \cdot 3,3 = 0,56; \\ b_2 &= 1/6 \cdot 3,7 = 0,63; \\ b_{12} &= 1/4 \cdot 0,1 = 0,025. \end{aligned}$$

И уравнение регрессии для предела прочности при сжатии принимает вид:

$$\hat{Y}_\mu = 26,5 - 2,63X_1^2 + 1,28X_1 - 0,73X_2^2.$$

Аналогично уравнение регрессии для предела прочности при изгибе:

$$\hat{Y}_\lambda = 9,35 - 0,7X_1^2 + 0,56X_1 - X_2^2 + 0,63X_2.$$

Адекватность моделей проверялась по критерию Фишера.

Поверхности отклика в трехфакторном пространстве ( $\hat{Y}, x_1, x_2$ ) приведены на рис. 1, 2.

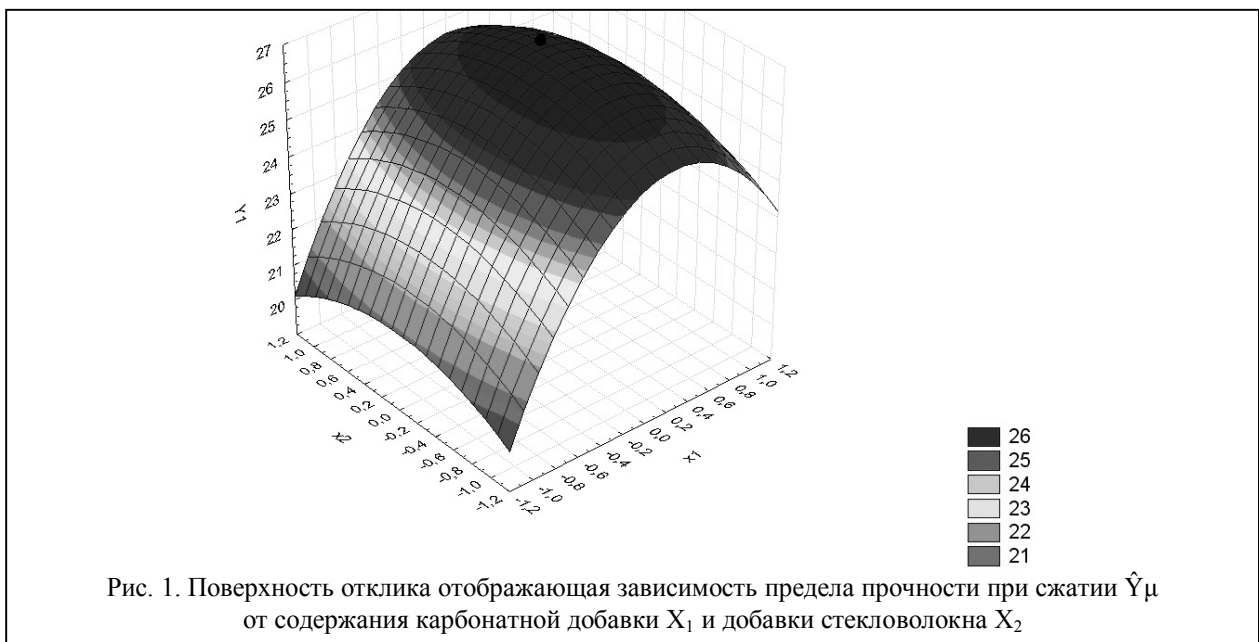


Рис. 1. Поверхность отклика отображающая зависимость предела прочности при сжатии  $\hat{Y}_\mu$  от содержания карбонатной добавки  $X_1$  и добавки стекловолокна  $X_2$

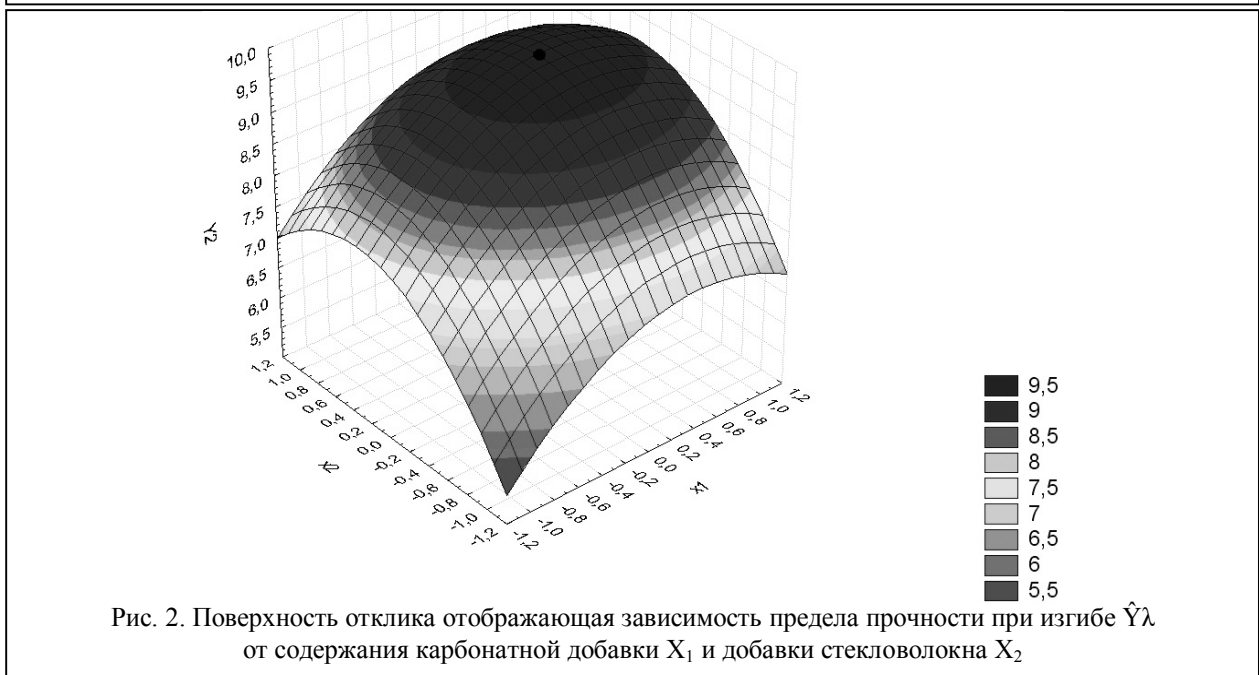


Рис. 2. Поверхность отклика отображающая зависимость предела прочности при изгибе  $\hat{Y}_\lambda$  от содержания карбонатной добавки  $X_1$  и добавки стекловолокна  $X_2$

Из рис. 1 видно, что оптимальные значения  $\hat{Y}_m$  находятся в окрестностях точки (0,8; -0,4), что соответствует 14 % содержания карбонатной добавки и 0,164 % стекловолокна от массы цемента соответственно. Предварительно по поисковым экспериментам предполагалось, что оптимум будет находиться в пределах 10 % и 0,1 % соответственно.

Из рис. 2 видно, что оптимальные значения  $\hat{Y}_l$  находятся в окрестностях точки (0,6; 0,4), что соот-

ветствует 13 % содержания карбонатной добавки и 0,356 % стекловолокна от массы цемента. Предварительно предполагалось, что оптимум будет находиться в пределах 10 % и 0,1 % соответственно.

Из оптимизированного состава по содержанию карбонатной добавки и добавки стекловолокна были изготовлены образцы балочек и испытаны на прочность при сжатии и изгибе. Результаты испытаний представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты испытаний образцов

| Наименование образцов  | Предел прочности при сжатии, МПа (среднее арифметическое из трех серий) | Предел прочности при изгибе, МПа (среднее арифметическое из трех серий) |
|--|---|---|
| Состав до оптимизации:<br>содержание стекловолокна – 0,1%<br>содержание карбонатной добавки – 10%<br>комплексная химическая добавка – 5%     | 26,2  | 7,1   |
| Состав после оптимизации:<br>содержание стекловолокна – 0,35%<br>содержание карбонатной добавки – 13%<br>комплексная химическая добавка – 5% | 39,5  | 9,88  |

### Выводы

Таким образом, методом математического планирования эксперимента подобран оптимальный состав сухой строительной смеси. При этом показатели прочности у оптимизированного состава выше, чем у состава, который был получен в результате экспериментальных исследований. Прочность при сжатии повысилась более чем на 50 %, а прочность при изгибе – на 38 %.

### Список литературы

1. Плугин А.А. Применение карбонатных добавок в цементных составах для гидроизоляционных и реставрационных работ зданий и сооружений / А.А. Плугин, Т.А. Костюк, М.Г. Салия, Д.А. Бондаренко // Сб. науч. трудов Института строительства и архитектуры. – М.: МГСУ, 2011. – Гл. 7. – С. 224-227.

2. Вознесенский В.А. Численные методы решения строительно-технологических задач на ЭВМ / В.А. Вознесенский, Т.В. Ляшенко, Б.А. Огарков. – К.: Вища школа, 1984. – 328 с.

3. Вознесенский В.А. Статистические решения в технологических задачах / В.А. Вознесенский. – Кишинев: Картя молдовеняскэ, 1969. – 231 с.

4. Вознесенский В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В.А. Вознесенский. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 263 с.

Поступила в редколлегию 27.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Г. Вандоловский, Харьковский национальный университет строительства и архитектуры, Харьков.

### ОПТИМІЗАЦІЯ СКЛАДУ СУХОЇ БУДІВЕЛЬНОЇ СУМІШІ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЇЇ МІЦНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ МАТЕМАТИЧНОГО ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

М.Г. Салія, О.В. Старкова, Д.О. Бондаренко, Т.О. Костюк, О.Б. Деденьова

У статті представлено оптимізацію складу сухої будівельної суміші для гідроізоляційного покриття підвищеної тріщиностійкості методом математичного планування експерименту. Експериментальні дослідження підтвердили підвищення міцнісних показників у оптимізованого складу.

**Ключові слова:** суха будівельна суміш, тріщиностійкість, оптимізація складу.

### OPTIMIZATIONS THE COMPOSITION OF DRY BUILD MIXTURE FOR INCREASE OF ITS DURABILITY WITH THE METHOD OF MATHEMATICAL PLANNING EXPERIMENT

M.G. Saliya, O.V. Starkova, D.A. Bondarenko, T.A. Kostyuk, E.B. Dedeneva

In the article the optimization for composition of dry build mixture for hydroisolation coverage with firmness to formation of cracks by the method of the mathematical planning of experiment is represented. Experimental researches confirmed the increase of durability indexes at the optimized composition.

**Keywords:** dry build mixture, the firmness to formation of cracks, optimization of composition.