

УДК 621.3

Г. А. Кучук, А. В. Петров, Р. В. Королев

*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков*

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА В СРЕДЕ ГЕТЕРОГЕННОЙ МУЛЬТИСЕРВИСНОЙ СЕТИ**

*Предложен агрегативно-декомпозиционный подход к формализации процесса обработки информации при функционировании специализированного программного комплекса (СПК), позволивший выделить структурные компоненты процесса альтернативной формализации в среде гетерогенной мультисервисной сети (ГМС) и построить укрупненный граф альтернативной формализации, учитывающий основные связи, отражающие порядок следования, объемы и потоки обрабатываемой информации между различными иерархическими уровнями. Формализована задача, выбора оптимальной структуры фрагмента ГМС, обслуживающего СПК, базирующаяся на теоретико-множественном подходе с учетом предложенного критерия максимальной интенсивности использования сетевого ресурса. Предложен метод распределения задач СПК по узлам вычислительной сети, использующий разработанную математическую модель функционирования СПК, который основывается на формализации как объектов управления, так и требований, предъявляемых к исследуемому комплексу.*

**Ключевые слова:** математическая модель, гетерогенная мультисервисная сеть, специализированный программный комплекс, агрегативно-декомпозиционный подход.

#### **Введение**

**Постановка проблемы.** В связи с созданием единой автоматизированной системы управления (ЕАСУ) [1], для Вооруженных Сил (ВС) Украины актуальной является задача создания глобальной вычислительной сети, обеспечивающей функционирование ЕАСУ.

В мирное время одной из важнейших и наиболее сложных в реализации составляющих АСУВ является автоматизация повседневной деятельности войск, так как без наличия оперативной и надежно функционирующей автоматизированной системы

невозможно обеспечить высокую боевую готовность ВС Украины. В этом направлении применительно к АСУВ имеется ряд нерешенных вопросов в области построения региональных и локальных вычислительных сетей объединений и соединений войск. Учитывая существующую аппаратно-программную базу, решение этих вопросов, представляющих сложную научно-техническую задачу, разбивается на два этапа:

– на базе имеющихся аппаратно-программных средств, состоящих в настоящее время из разрозненных и неравнозначных компонент, создать гетерогенные мультисервисные сети;

– осуществить постепенный переход к перспективным техническим и программным средствам.

На первом этапе при инсталляции специализированных программных комплексов на отдельных фрагментах ГМС необходимо распределить задачи СПК по узлам базового фрагмента, учитывая гетерогенность узлов, разнородностью и неравнозначностью аппаратно-программных средств. При этом необходимо учитывать то, что требования оперативности, достоверности, непрерывности и полноты информации имеют первостепенное значение.

Большое число элементов подсистем ЕАСУ и выполняемых ими функций, высокая степень взаимосвязи элементов, сложность алгоритмов выбора тех или иных управляющих воздействий на процессы, протекающие в реальном времени, большие объемы перерабатываемой информации определяют ЕАСУ, функционирующую в среде гетерогенной мультисервисной сети как сложную систему [2]. Формализация структуры сложной системы требует выполнения следующей последовательности действий, включающей:

а) формализацию структуры управляемой системы, т.е. определение оптимального состава и взаимосвязей элементов системы, оптимальное разбиение множества управляемых объектов на отдельные подмножества, обладающие заданными характеристиками связей;

б) формализацию структуры управляющей системы:

– выбор числа уровней и подсистем (иерархии системы);

– выбор принципов организации управления, т.е. установление между уровнями иерархии системы правильных взаимоотношений;

– оптимальное распределение выполняемых функций между различными системными компонентами;

– выбор организационной иерархии;

в) формализацию структуры систем передачи и обработки информации (в том числе структуры аппаратно-программных средств базовой гетерогенной вычислительной сети).

**Анализ литературы** показал, что большинство математических моделей, предполагающих функционирование программных комплексов (ПК) в среде мультисервисной сети [3 – 9], не учитывают гетерогенность базовых аппаратно-программных средств поддержки ПК.

**Целью данной статьи** является разработка математической модели функционирования специализированного программного комплекса, позволяющей предложить оптимальный вариант распределения задач СПК по узлам базового фрагмента ГМС.

При разработке модели необходимо последовательно решить следующие задачи [5]:

– определить множество узлов базового фрагмента ГМС и связей между ними;

– распределить прикладные процессы, обеспечивающие функционирование СПК, по уровням и узлам системы;

– выбрать технические средства ГМС, обеспечивающих эффективное функционирование СПК.

### Результаты исследований

Итак, при формализации процесса обработки информации на первом этапе необходимо выбрать задачи управления, возлагаемые на технические средства, алгоритмы их реализации в среде ГМС, распределить выбранные задачи по узлам фрагмента и, в соответствии с этим, определить комплекс технических средств в узлах системы.

Если в процессе формализации структуры системы для некоторых элементов возникают проблемы большой нагрузки, то необходимо учитывать правила функционирования элементов. В ряде случаев эти правила определяются при моделировании системы, поскольку от них может зависеть распределение функций и взаимосвязей в системе.

При формализации процесса обработки информации возникает необходимость решения следующих, основных задач:

– формализация функциональных и информационных задач, узлов системы и их взаимосвязей, в том числе выбор типовых подсистем, задач, модулей и т.д.;

– выбор вариантов построения узлов ГМС и их размещения;

– выбор вариантов построения информационной системы;

– формализация отображения множества взаимосвязанных прикладных процессов и их этапов на множество взаимосвязанных узлов ГМС;

– выбор оптимальных, с точки зрения выбранного критерия, вариантов построения структуры базового фрагмента ГМС;

– планирование очередности создания выбранных вариантов системы.

Для данных задач предлагается использовать агрегативно-декомпозиционный подход. В соответствии с ним распишем альтернативно-графовую формализацию процесса обработки информации подсистемы ЕАСУ.

Пусть граф  $G_U = (U, \Gamma_U)$  задает иерархическое дерево многоуровневой декомпозиции функции управления информационными потоками  $U_0$  ( $U = \{u_{\xi\zeta}\}$  – множество вершин графа, соответствующих  $\zeta$ -й компоненте на  $\xi$ -м уровне детализации,  $\xi \in \bar{1}, \bar{E}$ ,  $\Gamma_A$  – множество дуг, отображающих порядок декомпозиции). Для каждой из вершин нижнего

уровня декомпозиції  $\Xi u_{\in \zeta}$  графа  $G_U$  строится граф альтернативных вариантов реализации задач управления  $G_{\Omega} = (\Omega, \Gamma_{\Omega})$ . Соответственно, для каждого элемента  $\omega \in \Omega$  рассматривается граф  $G_P = (P, \Gamma_P)$  множества альтернативных вариантов используемых прикладных процессов  $\{P\}$  и граф множества альтернативных вариантов размещения информационных массивов распределенной базы данных формализуемой подсистемы  $G_M = (M, \Gamma_M)$ .

Независимо от построенной многоуровневой цепочки  $G_U \rightarrow G_{\Omega} \rightarrow G_P \rightarrow G_M$ , можно рассматривать следующие графы:  $G_L = (L, \Gamma_L)$  – варианты реализации структуры локальных сетей (ЛС) базовой ГМС;  $G_J = (J, \Gamma_J)$  – варианты реализации узлов в ЛС. Эти графы образуют следующую цепочку  $G_I \rightarrow G_L \rightarrow G_J$ .

Фрагмент укрупненного графа альтернативной формализации представлен на рис. 1. Здесь множество  $U$  описывает двухуровневую декомпозицию задачи управления. Соответственно, для каждого варианта реализации  $\omega$  рассматриваются различные варианты реализаций множеств задач, прикладных процессов, структур ЛВС и узлов сети.

В соответствии с агрегативно-декомпозиционным подходом общая последовательность формализации

процесса обработки информации при функционировании СПК, согласно графа альтернативной формализации, схематично представлена на рис. 2.

Заметим, что при формализации взаимосвязей между задачами или этапами учитываются те связи, которые отражают порядок следования, объемы или потоки передаваемой информации.

Агрегативно-декомпозиционный подход предполагает при переходе от формализации процесса обработки информации в сложной системе к модели ее функционирования обязательное выполнение следующих этапов:

- моделирование всех допустимых вариантов размещения исходных данных;
- моделирование вариантов размещения задач по узлам системы;
- выделение и анализ частично изолированных компонент системы и построение соответствующих моделей.

Согласно предложенной выше схеме, эти модели в качестве исходных данных имеют формализованные множества  $\Omega, J, L, M, P$  (блоки 2, 3, 6), а основное связывающее звено – формализованное отображение  $\varphi: G_U \rightarrow (G_P, G_M, G_L, G_J)$  (блок 8).

Для учета всех взаимосвязей процесса необходимо формализовать задачу выбора оптимальной структуры ГМС.

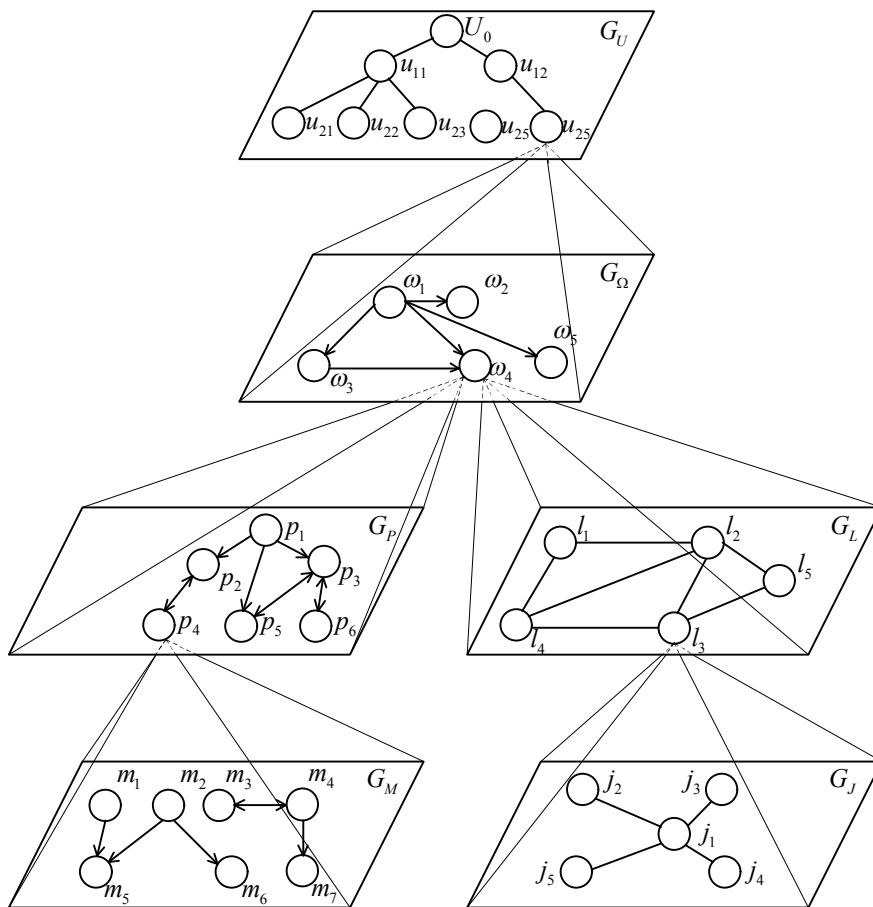


Рис. 1. Фрагмент графа альтернативной формализации

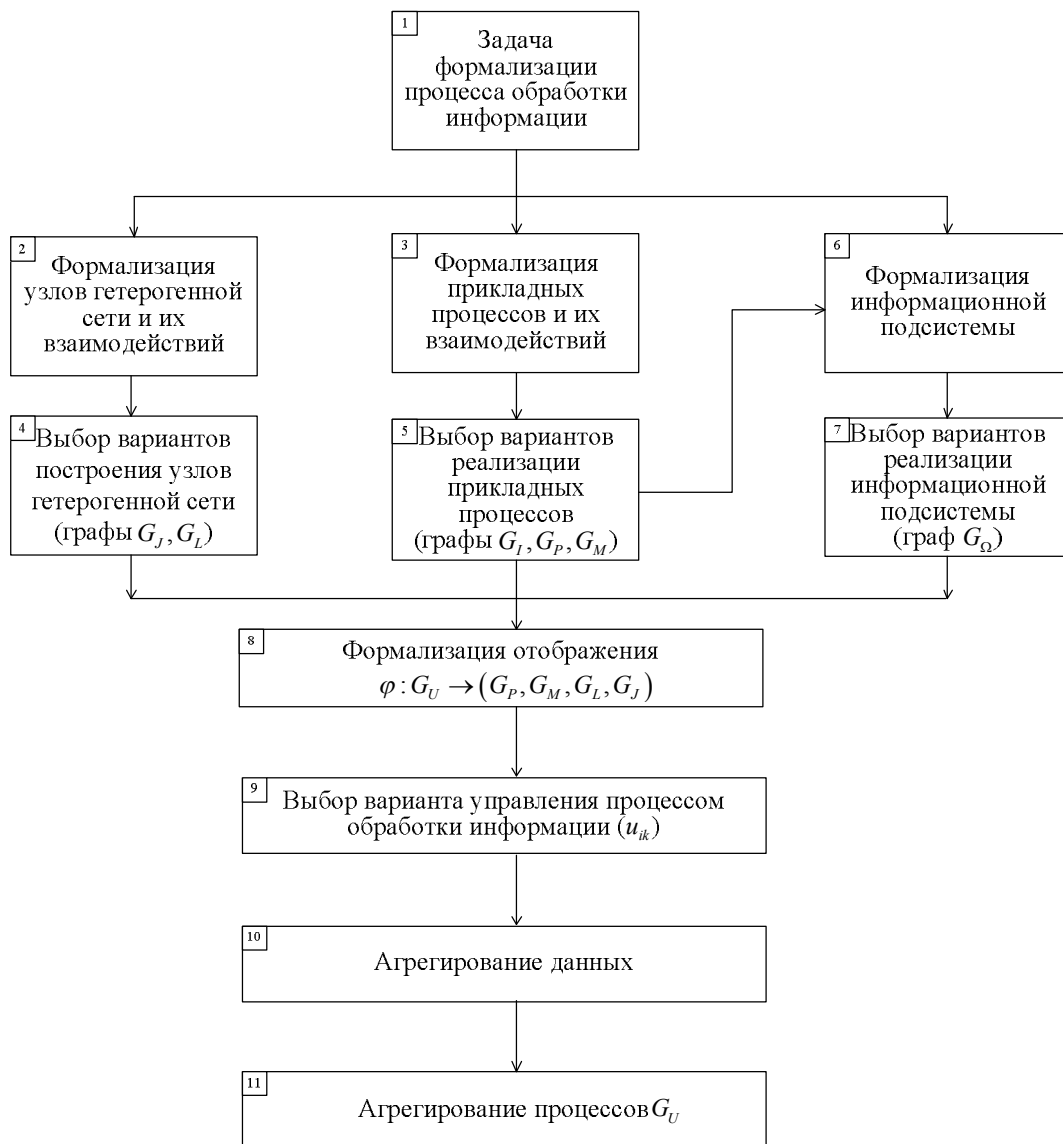


Рис. 2. Схема формализации процесса обработки информации при функционировании СПК

Рассмотренные при формализации процесса обработки информации множества объектов управления  $\Omega, J, L, M, P$  имеют большую размерность и включают программы, данные, технические объекты и т.д. [5]. Однако предложенный выше граф альтернативной формализации предполагает такую иерархическую упорядоченность объектов управления, где на одном уровне иерархии выделяются подмножества однородных объектов.

При этом между ними должно быть установлено соответствие, являющееся крайне важным для решения задач управления базой данных, в одной из двух форм;

– зная набор требуемых свойств объекта управления, (базы данных) выделить среди множества существующих такой процесс, который обеспечит достижение этих свойств с точки зрения заданных критериев оптимальности;

– зная характеристики используемого процесса управления базой данных, проанализировать воз-

можность достижения требований к процессу функционирования СПК.

Учитывая вышесказанное, формализуем задачу выбора оптимальной структуры многоуровневой ГМС, в среде которой функционирует СПК. Обозначим  $P = \{P^0\} \cup \{P_i^k \mid i \in \Omega\}$  как множество вариантов представления многоуровневой ГМС, причем  $P^0$  – исходное состояние модели комплекса, а  $P_i^k$  – состояние модели комплекса на  $k$ -м уровне иерархии после решения  $i$ -й задачи выбора.

Пусть  $H = \{H^0\} \cup \{H_i^k \mid i \in \Omega\}$  – множество шагов моделирования решения  $i$ -й задачи на  $k$ -м уровне, представляющих такую совокупность действий, в результате которой произойдет переход на  $(k+1)$ -й уровень иерархии. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$P_i^k = P_i^{k-1} \cup P(H_i^k);$$

$$H_m^k = H_n^{k-1} \cup H(P_m^k),$$

где  $H_i^k$  – дополнительные данные для модели, полученные за счет выполнения шага  $H_i^k$ ,  $H(P_m^k)$  – шаг, выбранный исходя из состояния  $P_m^k$ . Тогда для выбора шага  $H_m^k$  необходимо построить все состояния модели комплекса  $\{P_m^k\}$ .

Обозначим процедуру выбора шага на  $k$ -м уровне через  $V^k$ . Тогда

$$H_m^k = V^k(P^k),$$

где  $P^k \subset P$  – множество допустимых состояний модели комплекса на уровне  $k$ . Если выполнение шага  $H_m^k$  нецелесообразно, то необходима процедура переопределения выбора. Обозначим её  $W^k$ .

Тогда  $W(P_m^k) = j$ , где  $j \in I$ ,  $j \leq k$ . Совмещая полученные выражения, можем выразить процесс перехода от  $H_m^k$  к  $H_i^j$  формулой

$$H_m^k \rightarrow H_i^j = \left( V^j(P^j) \mid W_m^k(P^k) = j, j \leq k \right)$$

согласно процедуре переопределения выбора.

Выделим в множестве  $P$  подмножество  $\tilde{P}$  завершающих состояний модели комплекса. Рассмотрим разбиение

$$\tilde{P} = P_Y \cup P_N,$$

где  $P_Y$  – подмножество завершающих состояний, удовлетворяющих требованиям, предъявляемым к ГМС,  $P_N$  – неудовлетворяющих.

Введем понятие  $i$ -го состояния модели в виде кортежа

$$Z_i = \langle P_i, H_i, V, W, i \rangle,$$

где  $P_i \subset P_Y$ ,  $H_i \subset H$ ,  $i \in \Omega$ .

Состояние  $Z_0 = \langle P^0, H^0, V, W, 0 \rangle$  назовем начальным состоянием модели ГМС. Тогда выполнение модели заключается в последовательном переходе её из  $Z_0$  в некоторое  $Z_m$ , такое, что  $P^m \in \tilde{P}$ .

При этом, если  $P^m \in P_Y$ , то задачу поиска последовательности  $P^0, P^1, \dots, P^m$  назовем глобальной задачей управления, реализованной на рассматриваемой сети. Пусть  $\psi_n$  – её решение, а  $\psi = \{\psi_n \mid n \in \Omega\}$  – множество всех таких решений (глобальных управлений), оцениваемое при помощи показателя эффективности, определяемого функционалом

$$F_\beta = \phi_\beta(t_s, t_c, V_1, V_i, P_c, t_t), \quad (1)$$

где  $t_s$  – параметр, отражающий астрономическое время нахождения отдельного прикладного процесса в сети;

$t_c$  – параметр, определяющий суммарное время, затраченное центральными процессорами узлов сети на выполнение прикладных процессов СПК;

$V_1$  – параметр, определяющий суммарный объем внешней памяти базового фрагмента ГМС;

$V_i$  – параметр, определяющий суммарные объемы оперативной памяти по всем узлам базового фрагмента ГМС;

$P_c$  – параметр, определяющий пропускную способность задействованных каналов сети;

$t_t$  – параметр, определяющий суммарное время обработки запросов СПК.

Учитывая вышесказанное, математическую модель комплекса представим кортежем вида

$$M = \langle Z_0, Z, \psi, F_\beta \rangle.$$

В рамках модели  $M$  обозначим  $Q^i = \{q_j^i \mid j = \overline{1, N_i}; i \in \Omega\}$  – конечное из  $N_i$  элементов множество прикладных процессов, которые необходимо выполнить при реализации задач управления на уровне  $i$ . Тогда множество всех задействованных прикладных процессов  $Q = \cup Q^i$ .

Будем считать, что выполнение каждой из  $q_j^i \in Q^i$  задач требует расхода  $M_j^i$  условных единиц сетевого ресурса, предоставленного подчиненным по иерархии прикладным процессам. Для учета неоднократно выполняемых задач введем коэффициент  $a_j^i$ . Тогда при выполнении задачи  $q_j^i$  расход сетевого ресурса составит величину  $a_j^i \cdot M_j^i$ . Состоянием  $k$  уровня  $i$  назовем пару  $(Q_k^*, k)$ , где  $Q_k^* \subset Q^i \subset Q$  – подмножество задач уровня  $i$ , которые могут выполняться совместно, не превышая уровня величины  $M^i$ . Пусть  $M^i(Q_k^*)$  – расход сетевого ресурса в состоянии с номером  $k$ . Тогда

$$\delta_k^i = M^i - M^i(Q_k^*) \geq 0.$$

Процесс управления уровнем  $i$  состоит в смене последовательности состояний

$$(Q_1^*, 1), (Q_2^*, 2), \dots, (Q_k^*, k_i),$$

осуществляемой так, что при этом обеспечивается решение задачи оптимального управления на уровне  $i$ . Однако при этом необходимо учесть и ряд внешних ограничений, возникающих при выполнении задач  $q_j^i \in Q_i^*$ , которые обозначим  $\overline{\phi^i(Q_k^*)}$ . В частности, вектор  $\overline{\phi^i(Q_k^*)}$  может включать одной из составляющих ресурсную компоненту  $M^i$ . Тогда задача оптимального управления уровнем  $i$  с учетом внешних ограничений определяется следующим образом:

в среде модели  $\langle Z_0, Z, \psi, F_\beta \rangle$  найти способ формирования множеств  $Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_k^*$ , при котором

$$\sum_{k=1}^{k_i} \delta_k^i \rightarrow \min, \text{ если } \overline{\varphi^i(Q_k^*)} \leq \overline{\varphi_i} \quad \forall K \in [1, k_i]$$

Выполненная формализация выбора оптимальной структуры фрагмента многоуровневой ГМС, в среде которой функционирует СПК, позволяет построить соответствующую модель данной задачи.

Согласно сформулированной задаче выбора оптимальной структуры ГМС для построения модели функционирования подсистемы ЕАСУ необходимо определить все составляющие кортежа  $M: Z_0, Z, \psi, F_\beta$ .

Формализуем функции, выполняемые СПК, в виде конечного множества задач  $I$ , состоящего из  $m$  элементов

$$I = \{i \mid i = \overline{1, m}\}.$$

Задачи из множества  $I$  выполняются на оконечных узлах ГМС, которую можно описать как множество узлов  $J$

$$J = \{j \mid j = \overline{1, n}\}.$$

Из-за неравнозначности компонент реально на одном узле сети может оказаться несколько различных оконечных устройств. Так как ввод или вывод данных на каждом из оконечных устройств производится независимо, то без ограничения общности можно считать, что каждое из устройств является отдельным узлом сети. Для задач, состоящих из нескольких этапов, выполняемых на различных узлах ГМС, можно без ограничения общности считать каждый этап отдельным элементом множества  $I$ .

Введем матрицу  $X = \|x_{ij}\|$  размером  $m \times n$ , у которой

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-ая задача выполняется в } j\text{-м узле сети;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Исходя из вышесказанного, можем считать, что каждая отдельная задача решается только в одном узле сети. Поэтому

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \text{ для } \forall i \in I. \quad (2)$$

Для подмножества  $I_2 \subset I$  задач, решаемых только в определенных узлах системы, введем матрицу  $B = \|b_{ij}\|$  размером  $m \times n$ , что

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-й узел допускает решение } i\text{-й задачи;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда из приведенного условия следует равенство

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (b_{ij} \cdot x_{ij}) = m. \quad (3)$$

Кроме этого, существуют ограничения на астрономическое время выполнения задач на конкрет-

ных узлах сети. Введем матрицу  $T = \|t_{ij}\|$  размером  $m \times n$ , элемент  $t_{ij}$ , которой представляет астрономическое время, не более которого  $i$ -ая задача будет выполняться на  $j$ -м узле. Если в векторе  $T' = |\tau_i|$  элемент  $\tau_i$  будет обозначать предельное время выполнения  $i$ -й задачи, то

$$\sum_{j=1}^n t_{ij} \cdot x_{ij} \leq \tau_i \text{ для } \forall i \in I. \quad (4)$$

Введем матрицу затрат процессорного времени сети  $A = \|a_{ij}\|$  размерности  $m \times n$ , в которой  $a_{ij}$  представляет процессорное время, затраченное на выполнение  $i$ -й задачи в  $j$ -м узле. При этом суммарное затраченное процессорное время сети  $t_{cpu}$  равно

$$t_{cpu} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} \cdot x_{ij}). \quad (5)$$

Выделим подмножество  $I_1 \subset I$  задач, входные данные для которых должны вводиться только с определенного узла сети, причем задача может выполняться на другом узле. При передаче данных происходят затраты сетевого ресурса. Для описания этих затрат введем матрицу  $H = \|h_{jkj_l}\|$  размером  $m \times n$ , элемент  $h_{jkj_l}$  которой представляет затраты сетевого ресурса на передачу информационной единицы прикладного уровня с узла  $j_k$  на узел  $j_l$ . Заметим, что если  $j_k = j_l$ , то  $h_{jj} = 0$ .

Матрица  $Q = \|q_{ij}\|$  размером  $m \times n$  для задач  $i \in I_1 \in I$  описывает объемы вводимой информации с узлов  $j$ . В случае, если  $i' \notin I_1$  или  $i' \in I_1$ , но информация с узла  $j'$  не вводится, то  $q_{ij'} = 0$ . Тогда элемент  $w_{ij}$  матрицы затрат сетевого ресурса на передачу входной информации  $W = \|w_{ij}\|$  равен

$$w_{ij} = \sum_{j'=1}^n q_{ij'} h_{jj'}. \quad (6)$$

Заметим, что если  $i \notin I_1$ , то  $w_{ij} = 0$  для  $\forall j \in J$ , а также  $w_{ij} = 0$  для  $((i \in I_1) \& ((q_{ij} = 0) \forall j' \neq j))$ .

При завершении  $i$ -й задачи полученные результаты распределяются по узлам сети, составляющим подмножество  $J_i \subset J$ . Введем матрицу  $P = \|p_{jk}\|$  размерности  $m \times n$ , у которой элемент  $p_{ik}$  обозначает количество передаваемых  $i$ -ой задачей на  $k$ -й узел сети информационных единиц прикладного уровня, полученных после ее решения.

Согласно построению, множество  $J$  состоит из элементарных единиц – виртуальных узлов.. В данной

интерпретации реальный узел сети будет представлять собой подмножество  $J_r \in J$ , мощность которого не менее 1. Тогда суммарные затраты на распределение информации  $i$ -й задачи по узлам составят

$$\sum_{k=1}^n h_{jk} p_{jk}, \text{ для } i \in I, j \in J.$$

Введем матрицу  $C = \|c_{jk i_1}\|$  размером  $m \times n$ , элемент  $c_{jk i_1}$  которой равен числу информационных единиц прикладного уровня, передаваемых от задачи  $i_k$  к задаче  $i_1$ .

Если  $c_{jk i_1} = 0$ , то в процессе выполнения задачи  $i_k$  информация для задачи  $i_1$  не передается. В данном случае суммарные затраты сетевого ресурса сети для  $i$ -й задачи на  $j$ -м узле составят

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij'} h_{jj'} x_{ij'} \text{ для } i \in I, j \in J. \quad (7)$$

При минимизации затрат вычислительного ресурса учитываются ограничения, связанные с возможностями финансирования для развития и эксплуатации рассматриваемой сети. Если сумма затрат на приобретение средств ЭВТ в узлах не должна превышать суммы  $F_1$ , то ограничение будет иметь следующий вид:

$$\sum_{j=1}^n f_j' \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq F_1 \text{ или } \sum_{j=1}^n f_j'' \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq F_1, \quad (8)$$

где  $f_j'$  - затраты на переоборудование или установку  $j$ -го узла.

На эксплуатацию вычислительной техники за определенный период времени может быть выделена сумма, не превышающая  $F_2$ . Следовательно,

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m f_{ij}'' x_{ij} \leq F_2. \quad (9)$$

где  $f_j''$  - размер затрат на техническую эксплуатацию узла  $j$ .

Если ввести обозначения  $F = F_1 + F_2$  и  $f_j = f_j' + f_j''$  то, суммируя (8) и (9), получим

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m f_j x_{ij} \leq F. \quad (10)$$

При составлении математической модели следует учесть расходы на организацию дополнительных связей между различными узлами сети. При значительном удалении узлов требуется учесть и расходы на техническую эксплуатацию линии связи. Пусть  $G_1$  - максимально возможно допустимые затраты на организацию связи между узлами,  $G_2$  - верхний предел затрат на организацию связи за определенный период времени. Если  $g_{jj'}$  - затраты

на организацию и эксплуатацию связи между узлами  $j$  и  $j'$ , то затраты для узла  $j$  составят

$$\sum_{j'=1}^n \sum_{i=1}^m g_{jj'} x_{ij},$$

а суммарные затраты дадут ограничение

$$\sum_{j=1}^n \sum_{j'=1}^n \sum_{i=1}^m g_{jj'} x_{ij} \leq G, \quad (11)$$

где  $G = G_1 + G_2$

Затраты на  $j$ -м узле сети для решения  $i$ -й задачи  $\tilde{Z}_{ij}$  складываются из непосредственных затрат на окончательном пункте для ее решения, просуммированных с затратами на прием и передачу данных во время выполнения задачи, при подготовке к решению и после завершения выполнения. Они определяются выражением

$$\tilde{Z}_{ij} = a_{ij} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n p_{ik} h_{jk} + \sum_{\substack{k'=1 \\ k' \neq j}}^n q_{ik'} h_{jk'} + \sum_{i'=1}^m \sum_{j'=1}^n c_{ii'} h_{jj'} x_{ij'}.$$

Используя (1) применительно к (2) - (11), построим математическую модель, согласно которой минимизируются суммарные затраты вычислительного ресурса, предоставляемого ГМС, т.е. минимизируется сумма  $\tilde{Z}_{ij}$  по всем элементам множеств  $I$  и  $J$  с учетом ограничений (2) - (4) и (10) - (11):

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left( a_{ij} + \sum_{k=1}^n (p_{ik} + q_{ik}) h_{jk} + \sum_{i'=1}^m \sum_{j'=1}^n c_{ii'} h_{jj'} x_{ij'} \right) \cdot x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\text{при } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq \tau_i, \forall i \in I;$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b_{ij} x_{ij} = m;$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m f_j x_{ij} \leq F, \forall i \in I, \forall j \in J;$$

$$\sum_{i'=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m g_{jj'} x_{ij'} \leq G, \forall i \in I, \forall j \in J;$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall j \in J;$$

$$I = \{i | i = \overline{1, m}\}; J = \{j | j = \overline{1, n}\}.$$

В результате получаем математическую модель функционирования специализированного программного комплекса ЕАСУ в среде ГМС, при выполнении которой должна решаться задача минимизации суммарных затрат сетевого ресурса сети. Данная математическая модель представляет собой нелинейную задачу булева программирования.

## Выводы

1. Предложен агрегативно-декомпозиционный подход к формализации процесса обработки информации при функционировании СПК. Он позволил выделить структурные компоненты процесса альтернативной формализации в среде ГМС и построить укрупненный граф альтернативной формализации, учитывающий основные связи, отражающие порядок следования, объемы и потоки обрабатываемой информации между различными иерархическими уровнями. Данный граф явился базой при формализации задачи выбора оптимальной структуры фрагмента ГМС, обслуживающего СПК.

2. Формализована задача выбора оптимальной структуры фрагмента ГМС, обслуживающего СПК, базирующаяся на теоретико-множественном подходе с учетом предложенного критерия максимальной интенсивности использования сетевого ресурса. Ее применение определило структурные связи между основными элементами математической модели процесса и позволило упростить ее разработку, дав возможность провести деструктуризацию модели до базовых элементов "узел" и "задача".

3. Предложен метод распределения задач СПК по узлам вычислительной сети, использующий разработанную математическую модель функционирования ГМС, который основывается на формализации как объектов управления, так и требований, предъявляемых к исследуемому СПК. Результатом является нелинейная оптимизационная задача булева программирования, решение которой служит

базисом для разработки метода инсталляции СПК в среде ГМС, что и является направлением дальнейших исследований

## Список литературы

1. Біла книга 2011 Збройні Сили України [Текст] . – К.: Міністерство оборони України, 2012. – 22 с.
2. RFC 1122 — Требования к хостам Internet — Коммуникационные уровни [Электронный ресурс]. — Режим доступа до ресурсу: <http://rfc2.ru/1122.rfc>.
3. Гургенидзе А.Т. Мультисервисные сети и услуги широкополосного доступа [Текст] / А.Т. Гургенидзе, В.И. Кореш. — М.: Наука и техника, 2003. — 390 с.
4. Мардер Н.С. Современные телекоммуникации [Текст] / Н.С. Мардер. — М.: ИРИАС, 2006. — 384 с.
5. Кучук Г.А. Управление ресурсами инфокоммуникаций [Текст] / Г.А. Кучук, Р.П. Гахов, А.А. Пашинев. — М.: Физматлит, 2006. — 220 с.
6. Поповский В.В. Математические основы управления и адаптации в телекоммуникационных системах: учебник [Текст] / В.В. Поповский, В.Ф. Олейник. — Х.: ООО "Компания СМІТ", 2011. — 362 с.
7. Багатоканалний електрозв'язок та телекомунікаційні технології: підручник у 2-х частинах. Ч. 2 [Текст] / О.В. Лемешко, В.А. Лошаков, В.В. Поповський та ін. — Х.: ТОВ "Компанія СМІТ", 2010. — 482 с.
8. Pepelnjak I. EIGRP Network Design Solutions: The Definitive Resource for EIGRP Design, Deployment, and Operation [Text] / Pepelnjak I. — CiscoPress. — 2000. — 384 p.
9. Retana A. EIGRP for IP: Basic Operation and Configuration [Text] / A. Retana, R. White, D. Slice — Addison-Wesley Professional. — 2000. — 144 p.

Поступила в редколлегию 23.02.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Полтавский национальный технический университет им. Юрия Кондратюка, Полтава.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ В СЕРЕДОВИЩІ ГЕТЕРОГЕННІ МУЛЬТИСЕРВІСНОЇ МЕРЕЖІ

Г.А. Кучук, О.В. Петров, Р.В. Корольов

Запропонований агрегативно-декомпозиційний підхід до формалізації процесу обробки інформації при функціонуванні спеціалізованого програмного комплексу (СПК), що дозволив виділити структурні компоненти процесу альтернативної формалізації в середовищі гетерогенної мультисервісної мережі (ГММ) і побудувати укрупнений граф альтернативної формалізації, який враховує основні зв'язки, що відображають порядок проходження, об'єми і потоки оброблюваної інформації між різними ієрархічними рівнями. Формалізовано завдання, вибору оптимальної структури фрагмента ГММ, обслуговуючого СПК, що базується на теоретико-множинному підході з урахуванням запропонованого критерію максимальної інтенсивності використання мережевого ресурсу. Запропонований метод розподілу завдань СПК по вузлах обчислювальної мережі, що використовує розроблену математичну модель функціонування СПК, який ґрунтується на формалізації як об'єктів управління, так і вимог, що пред'являються до досліджуваного комплексу.

**Ключові слова:** математична модель, гетерогенна мультисервісна мережа, спеціалізований програмний комплекс, агрегативно-декомпозиційний підхід.

## MATHEMATICAL MODEL OF THE SPECIALIZED PROGRAMMATIC COMPLEX FUNCTIONING IS IN ENVIRONMENT OF HETEROGENEOUS MULTISERVICE NETWORK

G.A. Kuchuk, A.V. Petrov, R.V. Korolev

The aggregate-decoupling going is offered near of information treatment process formalization at the specialized programmatic complex (CPC) functioning, allowing to select the structural components of process of alternative formalization in the environment of heterogeneous multiservice network (HMN) and build large-sized count of alternative formalization, taking into account basic connections, reflecting the following order, volumes and streams of the processed information between different hierarchical levels. A task formalize, choice of optimum structure of fragment of HMN, attendant CPC, being based on set-theoretic approach taking into account the offered criterion of maximal intensity of the use of network resource. The method of distributing of tasks of CPC is offered on the knots of computer network, utilizing the developed mathematical model of functioning of CPC, which is based on formalization of both management objects and requirements, produced to the probed complex.

**Keywords:** mathematical model, heterogeneous multiservice network, specialized programmatic complex, aggregate-decoupling approach.