УДК 658.512.011.56: 681.5

В.В. Безкоровайний, І.В. Трофименко

Харківський національний університет радіоелектроніки

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ БАГАТОФАКТОРНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Розглядається застосування підходу компараторної ідентифікації для вирішення завдання синтезу моделей багатофакторного оцінювання і вибору рішень. Запропонований метод рішення задачі структурно-параметричної ідентифікації для адитивних, мультиплікативних і комбінованих моделей, який дозволяє звести її до однотипних завдань лінійного або нелінійного математичного програмування.

компараторна ідентифікація, багатофакторне оцінювання, структурно-параметрична ідентифікація

Вступ

Постановка проблеми. Завдання багатофакторного оцінювання виникають при прийнятті рішень на всіх етапах процесів проектування, модернізації і експлуатації антропогенних систем. У основі моделей прийняття рішень лежить парадигма максимізації корисності [1, 2]. Вважається, що особа, яка приймає рішення (ОПР), при виборі варіантів із множини допустимих $x \in X$ приписує їм деяку корисність $P(x)$, значення якої і визначають його вибір:

$$\forall\ x, y \in X:\ x \approx y \leftrightarrow P(x) = P(y);$$

$$x \succ y \leftrightarrow P(x) > P(y);\ x \geq y \leftrightarrow P(x) \geq P(y).$$

Розрізняють підходи на основі ординальної (порядкової) і кардинальної (кількісної) теорії корисності. При створенні комп'ютеризованих систем підтримки прийняття рішень потрібна кількісна оцінка переваг альтернатив $P(x)$, $x \in X$. З цією метою на основі функцій корисності часткових критеріїв (ФПЧК) $\xi_i(k_i(x))$, $i = \overline{1, m}$ (де m – кількість часткових критеріїв) формується узагальнена оцінка корисності $P(x)$ для кожного з допустимих рішень $x \in X$ [2].

Визначення метрики для ранжирування альтернатив у вигляді функції загальної корисності (ФЗК) $P(x)$ представляє, по суті, рішення задачі ідентифікації. У загальному випадку в процесі ідентифікації потрібне рішення питань, пов'язаних з вибором критеріїв подібності, вхідних сигналів, структури і параметрів моделі, оцінки її точності і адекватності [3]. Найбільший інтерес, як в теоретичному, так і в практичному плані представляють питання вибору структури і параметрів (коефіцієнтів функцій корисності часткових критеріїв і адаптаційних коефіцієнтів) моделей оцінювання $P(x)$.

Аналіз сучасних досліджень і публікацій. Особливістю процесів ідентифікації моделей багатофакторного оцінювання і вибору рішень є те, що як вихідні сигнали в таких завданнях виступають оцінки і рішення людини, що носять наближений або якісний характер [2]. Як критерії ідентифікації залежно від умов завдання використовуються: мінімум сумарної (середньої, максимальної, сумарної квадратичної) абсолютної, відносної погрішності оцінки загальної корисності $P(x)$, максимум сили переваг, середньої точки, максимізації функції правильності вибору або погрішності відновлення порядку альтернатив [4, 5].

Моделі багатокритеріального оцінювання і вибору будуються на основі адитивних, мультиплікативних або змішаних ФЗК. На практиці найчастіше використовуються адитивні ФЗК, які представляються у вигляді

$$P_A(x, q_M) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i\, \xi_i(x), \tag{1}$$

де $P(x)$ – корисність альтернативи x; m – кількість часткових критеріїв; λ_i – коефіцієнт важливості критерію k_i, вибираний з урахуванням умов $\sum_i \lambda_i = 1$, $\lambda_i \geq 0$; $i = \overline{1, m}$, $\xi_i(x) = \xi_i(k_i(x))$ – ФПЧК критерію k_i.

Недоліком моделей вигляду (1) вважається те, що вони не відображають об'єктивно роль часткових критеріїв і допускають практично необмежену компенсацію одних критеріїв іншими [2, 6].

Мультиплікативні моделі представляються у вигляді [5, 6]:

$$P_M(x,\ q_M) = \prod_{i=1}^{m} \left[\xi_i(x)\right]^{\lambda_i} \tag{2}$$

і в практиці прийняття рішень використовуються набагато рідше, ніж адитивні. Перевагою мультиплікативних моделей $P(x)$ вигляду (2) вважається те, що вони не вимагають нормування часткових критеріїв, недоліком – те, що вони компенсують недостатню величину одного критерію надмірною величиною іншого [6].

Як розвиток моделей (1) і (2) запропоновані комбіновані ФЗК, які об'єднують адитивні і мультиплікативні члени [7, 8]:

$$P_{S_1}(x, q_M) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot \bar{k}_i(x) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i}^{m} \lambda_{ij} \cdot \bar{k}_i(x) \cdot \bar{k}_j(x) + \ldots, \quad (3)$$

де λ_{ij} – вагові коефіцієнти добутку нормованих критеріїв $\bar{k}_i \cdot \bar{k}_j$, $i, j = \overline{1, m}$;

$$P_{S_2}(x) = \left[\beta \cdot \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot \bar{k}_i(x)\right] + \left\{(1-\beta) \cdot \prod_{i=1}^{m} [\bar{k}_i(x)]^{\lambda_i}\right\}, \quad (4)$$

де β – адаптаційний коефіцієнт, що визначає вид схеми, $0 \le \beta \le 1$. При $\beta = 1$ (4) реалізує адитивну схему (1), при $\beta = 0$ – мультиплікативну схему (2).

Недоліком ФЗК вигляду (3) є її складність, а (4) – трудність визначення значення адаптаційного коефіцієнта β.

Якщо визначені вигляд моделі $P_\delta(x, q_M)$, $\delta \in \Delta$ ($\Delta = \{A, M, S_1, S_2\}$) і вектор її параметрів $q_M \in Q_M$ (Q_M – множина допустимих значень параметрів), то задача вибору для моделей вигляду (1) – (4) може бути зведена до задачі оптимізації вигляду $x^o = \arg\max_{x \in X} P_\delta(x, q_M)$. На практиці і вид моделі $P_\delta(x, q_M)$, $\delta \in \Delta$, і вектор її параметрів $q_M \in Q_M$ вимагають свого визначення. Вектор параметрів q_M, в загальному випадку, складається з трьох векторів $q_M = [q_\Xi, q_\Lambda, q_B]$, де q_Ξ – вектор параметрів ФПЧК; $q_\Lambda = [\lambda_i]_{i=1}^m$ – вектор вагових коефіцієнтів часткових критеріїв; q_B – вектор адаптаційних параметрів ФЗК. Традиційно визначення компонент вектора параметрів $q_M \in Q_M$ здійснюється експертним шляхом методами ранжирування, приписування балів, послідовних переваг, парних порівнянь [2, 6]. Недоліками перелічених методів вважаються суб'єктивізм, складність і відносно невисока точність оцінок.

Як альтернатива експертному оцінюванню в даний час все частіше використовується технологія компараторної ідентифікації [2, 4]. В рамках цього підходу розроблені математичні моделі і методи ідентифікації вагових коефіцієнтів окремо для адитивних моделей вигляду (1) [5], мультиплікативних моделей вигляду (2) [4], для адитивно-мультиплікативних моделей на основі полінома Колмогорова-Габора [7].

Огляд літератури з проблеми синтезу моделей багатофакторного оцінювання показав, що в роботах розглядаються завдання параметричної або структурно-параметричної ідентифікації в одному з класів адитивних, мультиплікативних або змішаних ФЗК. Разом з тим, для підвищення точності моделей багатофакторного оцінювання доцільним є її вибір на всій множині перелічених класів.

Метою статті є розробка методу структурно-параметричної компараторної ідентифікації моделей багатофакторного оцінювання і вибору рішень в класах адитивних, мультиплікативних або змішаних ФЗК (1) – (4).

Суть загальної задачі ідентифікації моделі багатофакторного оцінювання полягає в наступному. ОПР на основі оцінок за множиною часткових критеріїв $\{k_i(x)\}_{i=1}^m$ встановлює якісну корисність на множині альтернатив $x \in X$. Вона може бути виражена множиною бінарних відносин еквівалентності $R_E(X) = \{(x, y):\ x, y \in X,\ x \sim y\}$, нестрогої переваги $R_{NS}(X) = \{(x, y):\ x, y \in X,\ x \ge y\}$, строгої переваги $R_S(X) = \{(x, y):\ x, y \in X,\ x \succ y\}$ і представлена порядком одного з видів:

$$R^0(X) = x^o \succ x_i \succ x_j \succ \ldots \succ x_n; \quad (5)$$

$$R^0(X) = x^o \succ x_i \approx x_j \succ \ldots \succ x_n; \quad (6)$$

$$R^0(X) = x^o \ge x_i \ge x_j \ge \ldots \ge x_n. \quad (7)$$

Потрібно для встановленого ОПР порядку $R^O(X)$ (5), (6) або (7) вибрати вид моделі багатофакторного оцінювання $P_\delta(x, q_M)$ з множини допустимих $\delta \in \Delta$ і підібрати якнайкращі значення її параметрів $q_M \in Q_M$ за показниками адекватності (точності відновлення порядку), економічності і максимуму сили переваги.

Математична модель і метод рішеннязадачія

Складність завдання ідентифікації моделей багатофакторного оцінювання $P_\delta(x, q_M)$ традиційно вимагала її декомпозиції на комплекс завдань: структурної ідентифікації ФЗК (вибір вигляду моделі $\delta \in \Delta$), параметричної ідентифікації ФПЧК [9] (визначення

$$q_M = q_\Xi = [\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m]$$

або $q_M = q_\Xi = [q_{\xi 1},\ q_{\xi 2}, \ldots,\ q_{\xi m}]$),

параметричної ідентифікації ФЗК (визначення $q_M = q_\Lambda = [\lambda_1,\ \lambda_2, \ldots,\ \lambda_m]$ або $q_M = q_B = [\beta_i]_{i=1}^{n_\beta}$).

Вибір вигляду моделі $\delta^o \in \Delta$ і найкращих значень параметрів $q_M^o = [\lambda_1^o, \ldots,\ \lambda_m^o] \in Q_\Lambda$, відповідно до мети рішення задачі, може бути проведений за критерієм мінімуму погрішності відновлення переваг ОПР:

$$S = \sum_{j=1}^{n} \left| g^o(x_j) - g(x_j,\ q_M) \right| \to \min_{q_M \in Q_M}, \quad (8)$$

де n = Card X – потужність множини альтернатив; $g^O(x_j)$, $g(x_j, q_M)$ – порядкові номери альтернативи x_j в перевазі ОПР $R^O(X)$ і одержаному на підставі значень ФЗК з вектором параметрів $q_M \in Q_M$.

Проте в такій постановці сформульована задача є некоректною по Адамару [2]. У загальному випадку вона може не мати жодного рішення $q_M \in Q_M$ (якщо ОПР помилково задала переваги $R^o(X)$) або мати неєдине рішення, а цілу область рішень. Для визначення єдиного рішення $q_M^o \in Q_M$ потрібна регуляризація початкової задачі, тобто введення додаткового критерію. З причини відсутності кількісних значень корисності $P^o(x)$ для переваг ОПР $R^o(X)$ критерії чебишевської точки і максимізації сили переваг ОПР не застосовні [5].

Для переваг ОПР у вигляді (5) на основі відношення $R_S(X)$ в якості критеріїв пропонується використовувати максимум мінімальної різниці ФЗК суміжних альтернатив $x_j, x_{j+1} \in R^o(X)$

$$S = \min_{1 \le j \le n-1} \{P_\delta(x_j,\ q_M) - P_\delta(x_{j+1},\ q_M)\} \to \max_{q_M \in Q_M}, \quad (9)$$

або максимум суми різниць ФЗК суміжних альтернатив

$$S = \sum_{j=1}^{n-1} |\, P_\delta(x_j,\ q_M) - P_\delta(x_{j+1},\ q_M)\,| \to \max_{q_M \in Q_M}, \quad (10)$$

де $P_\delta(x_j, q_M)$ – значення ФЗК вигляду δ із значеннями параметрів q_M для альтернативи x_j.

Для переваг ОПР, які можуть бути виражені у вигляді відношення еквівалентності $R_E(X)$, в якості критерію пропонується використовувати мінімум суми модулів різниці значень ФЗК

$$S = \sum_{j=1}^{n-1} |\, P_\delta(x_j,\ q_M) - P_\delta(x_{j+1},\ q_M)\,| \to \min_{q_M \in Q_M}. \quad (11)$$

На перевазі ОПР вигляду (6) необхідно заздалегідь виділити бінарні відносини строгої переваги $R_S(X)$ і еквівалентності $R_E(X)$. Тоді в якості критерію ідентифікації можна використовувати відношення вигляду

$$S(q_M) = S_E(q_M) + \frac{1}{S_S(q_M)} \to \min_{q_M \in Q_M}, \quad (12)$$

де $S_E(q_M) = \sum\limits_{x_i,\, x_j \in R_E(X)} |\, P_\delta(x_i, q_M) - P_\delta(x_j, q_M)\,|$;

$$S_S(q_M) = \sum_{x_i, x_j \in R_S(X)} |\, P_\delta(x_i, q_M) - P_\delta(x_j, q_M)\,|.$$

Суть пропонуємого методу полягає в наступному. На заданій множині альтернатив $X = \{x\}$ по значеннях $K(x)$ одним з методів виділяється підмножина ефективних $X^K \subseteq X$ [10]. ОПР попарно $< u, v >$ пред'являються альтернативи з виділеної підмножини ефективних $u, v \in X^K$. На основі характеристик $K(u)$ і $K(v)$ ОПР формує уявлення про їх відносну цінність $y = \varphi[K(u)]$, $z = \varphi[K(v)]$ і, таким чином, відносить пару $< u, v >$ до одного з бінарних відносин: строгої переваги $R_S(X)$, нестрогої переваги $R_{NS}(X)$ або еквівалентності $R_E(X)$. На підставі цього формуються переваги ОПР в одному з виглядів (5) – (7).

Інформація про значення $K(u)$ і $K(v)$ використовується для обчислення значень ФЗК $P_\delta(x, q_M)$ по всіх класах моделей-претендентів $\delta \in \Delta$ (1) – (4). Для кожної з моделей $P_\delta(x, q_M)$, $\delta \in \Delta$ на підставі відношень (5) – (7) і відповідних їм обмежень:

$$\forall\, x, y \in X^K:\ x \approx y \leftrightarrow P(x) = P(y);$$

$$x \succ y \leftrightarrow P(x) > P(y);\ x \ge y \leftrightarrow P(x) \ge P(y)$$

формуються відповідні системи рівнянь і нерівностей. В результаті їх рішення знаходяться якнайкращі значення параметрів по всіх класах моделей $q_{M\delta}^o$ (1) – (4) і відповідні їм значення критеріїв точності моделей $S_\delta(q_M^o)$, $\delta \in \Delta$ (8) – (12). На основі результатів їх порівняння вибирається краща з моделей

$$\delta^o = \arg \operatorname*{extr}_{\delta \in \Delta} S_\delta(x,\ q_M^o). \quad (13)$$

Запропонований метод рішення задачі структурно-параметричної ідентифікації моделей багатофакторного оцінювання апробований, показав свою працездатність і ефективність на прикладах рішення практичних задач. При рішенні контрольних задач всі моделі виявилися адекватними і забезпечили повне відновлення початкових переваг $R^o(X^K)$, що представляються у вигляді (5). Мінімальну складність має адитивна модель (1), проте вона забезпечувала мінімальне значення сили переваги S (9). Максимальне значення критерію сили переваги набуте на адитивно-мультиплікативній моделі (9), побудованій на основі полінома Колмогорова-Габора. Проте, вона значно поступається всім іншим моделям за часом рішення задачі. Кращою по комплексному показнику «точність-складність» виявилася адитивно-мультиплікативна модель (4). Вона практично не поступається моделі (3) по значенню критерію ідентифікації, але мала менший час пошуку рішення приблизно в 7,8 разів.

Висновки

Одержав подальший розвиток підхід компараторної ідентифікації в частині його застосування до рішення загальної задачі структурно-параметричного синтезу моделей багатофакторного оцінювання в класі адитивних, мультиплікативних і адитивно-мультиплікативних функцій загальної корисності. Сформульована постановка загального завдання структурно-параметричної ідентифікації моделей багатофакторного оцінювання, яка охоплює весь комплекс завдань, що виникають при синтезі моделей. На основі відомих схем компараторної параметричної ідентифікації розроблена схема структурно-параметричної компараторної ідентифікації моделей багатофакторного оцінювання і вибору рішень, яка дозволяє, залежно від конкретної постановки завдання, вибирати вид моделі, параметри функцій корисності часткових критеріїв і функції загальної корисності.

Отримані результати можуть бути використані в системах проектування, управління, штучного інтелекту. Їх застосування дозволяє підвищити адекватність моделей багатофакторного оцінювання і вибору рішень, скоротити час прийняття рішень, підвищити їх якість. Напрямом подальших досліджень може бути аналіз ефективності моделей і методів рішення часткових задач з метою формування комплексів для вирішення задач структурно-параметричної ідентифікації ФЗК залежно від розмірності задач, необхідної точності, наявних обчислювальних і часових ресурсів.

Список літератури

1. *Фишберн П. Теория полезности // Исследование операций: В 2 т. Т.1: Методологические основы и математические методы / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби; Пер. с англ. – М.: Мир, 1981.– С. 448-480.*
2. *Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. – К.: Наук. думка, 2002. – 164 с.*
3. *Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. – М.: Наука, 1991. – 432 с.*
4. *Бескоровайный В.В., Трофименко И.В. Параметрическая идентификация мультипликативных моделей для многофакторного выбора решений // Зб. наук. праць ХУ ПС. – Х.: ХУ ПС, 2005. – Вип. 5 (5). – С. 74-78.*
5. *Петров Э.Г., Шило Н.С. Методика оценки адекватности моделей точечной идентификации индивидуальных предпочтений ЛПР // Радиоэлектроника и информатика. – 2003. – № 2. – С. 97-103.*
6. *Анфилатов В.С., Емельянов А.А., Кукушкин А.А. Системный анализ в управлении. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 368 с.*
7. *Петров Э.Г., Булавин Д.А., Петров К.Э. Использование метода генетических алгоритмов для решения задачи структурно-параметрической идентификации модели индивидуального многофакторного оценивания // Проблемы бионики. – 2004. – № 60. – С. 17-26.*
8. *Брахман Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернативы в технике. – М.: Радио и связь, 1984. – 287 с.*
9. *Петров Э.Г., Бескоровайный В.В., Писклакова В.П. Формирование функций полезности частных критериев в задачах многокритериального оценивания // Радиоэлектроника и информатика. – 1997. – № 1. – С. 71-73.*
10. *Бескоровайный В.В. Формирование множества эффективных вариантов при решении задач структурного синтеза территориально распределенных объектов // Радиоэлектроника и информатика. – 2003. – №. 4. – С. 113-116.*

Надійшла до редколегії 21.07.2006

Рецензент*:* д-р техн. наук, проф. Є.В. Бодянський, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.