УДК 519.62:658.51

О.М. Васьків

Львівська державна фінансова академія, Львів

МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧО-ГОСПОДАРСЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА

Враховуючи певні виробничі потужності, що характеризують максимально можливий денний, місячний, або річний обсяг випуску продукції, заздалегідь визначених її асортименту та якості продукції за умови повного використання прогресивної технології та організації виробництва, отримує певний обсяг продукції. Виготовлену продукцію підприємство реалізує на ринку за деякою ціною і отримує деякий прибуток. Для збільшення випуску продукції, підприємство, використовуючи частину прибутку, розширює виробництво. Розв'язавши диференціальне рівняння, яке описує динаміку поточної зміни виготовлення продукції певного виду підприємством легкої промисловості, було отримано обсяг виробництва продукції протягом розрахункового періоду та результати виробничої діяльності підприємства

Ключові слова: *математичне моделювання, диференціальне рівняння, розподіл ресурсів, закон розподілу неперервної величини, розширення виробництва.*

Вступ

Постановка проблеми. Ефективному виробничому процесу на підприємстві перешкоджає нестача капіталу, що суттєво сповільнює розвиток виробництва підприємства тоді, коли наявні виробничі потужності повністю завантажені, а попит на продукцію продовжує зростати, що приводить до розширення виробництва, але розмір коштів є недостатнім для такої функції. Першочерговим джерелом для збільшення капіталу підприємства є його чистий прибуток, який потрібно вкладати у розширене виробництво, навіть якщо його розмір є значним. Такий підхід дозволить підприємству закріпитися на ринку, і в скорому часі отримувати вищі прибутки, ніж ті, які були інвестовані у підприємство на початку його діяльності. Разом із власним капіталом підприємство може використовувати і запозичений капітал у вигляді довгострокових кредитів банків.

Розширення виробництва, вкладання капіталу в промислові підприємства зустрічає постійний опір, який має бути подоланий накопичуваним капіталом. Унаслідок цього утворюється більша чи менша кількість надмірно вільного капіталу, який шукає для себе розміщення, але не знаходить його через труднощі розширення виробництва. З одного боку, промисловість чинить опір прийняттю нового капіталу, з другого – капітал тисне на неї з постійно зростаючою силою. Вільного капіталу накопичується так багато, що опір промисловості долається. Капітал знаходить застосування, і настає доба промислового піднесення [1].

Система управління підприємством складається з показників планування, нормування, обліку, контролю, економічного аналізу ресурсів, за допомогою яких, в процесі перетворення економічної інформації в аналітичну, отримують фінансові результати.

Процес такого роду перетворення передбачає розв'язання комплексу стандартних аналітичних завдань за характером використання виробничих ресурсів, собівартість товарної продукції, фінансовий стан підприємства з використанням відповідної економіко-математичної моделі.

Обґрунтовуючи проблеми у виробничих ресурсах, обліку витрат на виробництво, розробці планів найпростішим у процесі простого економічного аналізу є використання методів елементарної математики. Для дослідження складніших економічних явищ застосовуються, наприклад диференціальне та інтегральне числення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Актуальність проблеми математичного моделювання розподілу ресурсів для виробництва та формування нового асортименту продукції досліджується у роботах [2, 3].

Метою статті є виведення закону розподілу неперервної випадкової величини, за яким відбувається нарощування потужностей випуску продукції.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для прикладу розглянемо діяльність підприємства легкої промисловості, зокрема підприємство, яке спеціалізується на виготовленні взуття. Асортимент його продукції такий: взуття чоловіче (моделі А, Б, В, Г, Д та ін.). Вивчаючи ринок продукції цього виду, її асортимент та ціну, можна зробити висновок, що ціна на взуття постійно зростає і залежить від усіх видів виробничих ресурсів (якості та ціни сировини; трудових ресурсів; обсягу капіталовкладень у виробництво; наявної кількості продукції на ринку, тобто, чим менше продукції на ринку, тим вища її ціна; використання найновіших технологій у її виробництві; потужності устаткування) та інших чинників [3].

Високі ціни різного типу продукції інших підприємств спричинили виникнення підприємства на ринку виробників взуття, що має можливість торгувати за ціною нижче ціни продукції інших великих підприємств, тому що здійснює більш гнучку цінову політику.

Нехай підприємство легкої промисловості, маючи певні виробничі потужності $N_{пот}^{вир}$, що характеризують максимально можливий денний, місячний, або річний обсяг випуску продукції заздалегідь визначених її асортименту та якості за умови повного використання прогресивної технології та організації виробництва, отримує обсяг продукції $x_j = x_j(t)$, виготовленої за час t. Виготовлену продукцію підприємство реалізує на ринку за деякою ціною H_{rj}, тоді на момент часу t підприємство отримає деякий прибуток [3].

Обсяг капіталовкладень $K(t)$ у момент часу t буде пропорційний частині прибутку, яка використовується на розширення виробництва, ціні продукції, її кількості та початковій потужності виготовлення асортименту продукції. Виходячи з вище сказаного, можна стверджувати, що обсяг капіталовкладень $K(t)$ лінійно залежить від згаданих величин, тобто:

$$K(t) = m_{розшир}^{вир} \cdot H_{rj} \cdot x_j(t) \cdot N_{пот}^{вир}, \qquad (1)$$

де $K(t)$ – обсяг капіталовкладень спрямований у виробництво; $m_{розшир}^{вир}$ – частина прибутку, яку використовують на розширення виробництва; H_{rj} – ціна одиниці продукції $j-$го виду; $x_j(t)$ – кількість виготовленої продукції $j-$го виду; $N_{пот}^{вир}$ – частка виробничих потужностей виготовлення певного виду продукції.

Розширення виробництва приведе до збільшення випуску продукції, тобто, якщо $K = K(t) > 0$, то будемо мати збільшення випуску продукції, у випадку $K(t) = 0$ капіталовкладення лише покривають амортизаційні витрати і рівень випуску продукції залишається незмінним, а зменшення рівня випуску продукції будемо мати в тому випадку, коли $K(t) < 0$. Із вище сказаного, стверджуємо, що тенденція збільшення виготовленої продукції $(x'(t))$ в момент часу t пропорційна наявній кількості капіталовкладень $K(t)$. У результаті одержуємо рівняння [4]

$$x'(t) = h \cdot K(t) \qquad (2)$$

де h – коефіцієнт пропорційності, який у роботі приймається сталим.

Будемо розглядати можливість залежності $x_j(t)$ як функції часу. За змістом задачі $x_j(t) > 0$, тому зі збільшенням величини t буде зростати функція x_j. Ця зміна буде пропорційною кількості використовуваного часу та обсягові капіталовкладень [4], тобто

$$dx_j(t) = \omega(t)dt, \qquad (3)$$

де $\omega(t)$ – деякий коефіцієнт, розглядаючи окремі випадки його зміни, можна визначити залежність і його значення.

Припустимо, що коефіцієнт $\omega(t)$ є лінійною функцією від часу та від величини капіталовкладень і набуває такого виду:

$$\omega(t) = m_{розшир}^{вир} \cdot H_{rj} \cdot x_j(t) \cdot N_{пот}^{вир} \cdot h. \qquad (4)$$

Підставляючи вираз (4) у співвідношення (3), отримаємо диференціальне рівняння першого порядку, яке подамо у вигляді

$$\frac{dx_j(t)}{dt} = m_{розшир}^{вир} \cdot H_{rj} \cdot x_j(t) \cdot N_{пот}^{вир} \cdot h, \qquad (5)$$

або

$$\frac{dx_j(t)}{dt} = \lambda \cdot x_j(t),$$

де

$$\lambda = m_{розшир}^{вир} \cdot H_{rj} \cdot N_{пот}^{вир} \cdot h, \qquad (6)$$

і розв’язавши його, отримаємо рівняння

$$x_j = C \cdot e^{\lambda \cdot t_j}, \qquad (7)$$

де C – константа, яку визначають з початкових умов і яка є розв’язком рівняння (5).

Для диференціального рівняння будуть справедливими такі початкові умови:

$$x_j(0) = 0 \text{ та } x_j(t_0) = x_0.$$

Враховуючи умову $x_j(t_0) = x_0$, із виразу (7) знаходимо константу C, тобто

$$C = x_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_0}. \qquad (8)$$

Отже, підставляючи вираз (8) у співвідношення (7), для x_j маємо

$$x_j = x_0 \cdot \exp(\lambda \cdot (t_j - t_0)). \qquad (9)$$

Графічна залежність $x_j(t_j)$ для рівняння (9) для $\lambda = 0,75;\ 0,81;\ 0,85;\ 0,91$ приведена на рис. 1.

Зміну випуску продукції певного виду описує рівняння (9), і проаналізувавши графічну залежність $x_j(t_j)$ для рівняння (9), можемо стверджувати, що збільшуючи ресурс часу на виготовлення певного виду продукції, кількість виробленої продукції $j-$го виду зростає. Із збільшенням величини t_j деяке конкретне значення випуску продукції $j-$го виду буде збільшуватись.

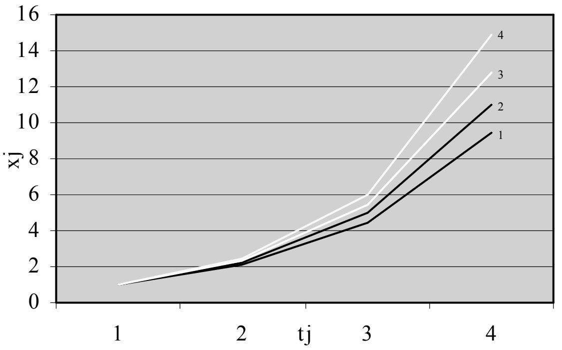

Рис. 1. Графічна залежність $x_j(t_j)$ для рівняння (9) для $\lambda = 0,75;\ 0,81;\ 0,85;\ 0,91$ (відповідно криві 1, 2, 3, 4)

Нехай коефіцієнт $\omega(t)$ є нелінійною функцією від часу t і лінійною від обсягу капіталовкладень такого виду:

$$\omega(t) = m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot x_j(t) \cdot N^{вир}_{пот} \cdot h \cdot \left(1 + t^{\gamma}\right)$$

де
$$\lambda = m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot N^{вир}_{пот} \cdot h . \quad (10)$$

Підставивши вираз (10) у (3), отримаємо диференціальне рівняння першого порядку, запис якого подаємо так:

$$dx_j(t) = \lambda \cdot x_j \cdot \left(1 + t^{\gamma}\right) dt , \quad (11)$$

розв'язок якого запишемо наступним чином:

$$x_j = C \cdot \exp\left(\lambda \cdot t_j + \frac{\lambda}{\gamma+1} \cdot t_j^{\gamma+1}\right), \quad (12)$$

де *C* – константа, яку визначаємо з початкових умов.

Враховуючи $x_j(t_0) = x_0$ умову, із рівняння (12) знаходимо константу *C*, тобто

$$C = x_0 \cdot \exp\left(-\lambda \cdot t_0 - \frac{\lambda}{\gamma+1} \cdot t_0^{\gamma+1}\right). \quad (13)$$

Підставляючи вираз (13) у рівняння (12), для x_j маємо

$$x_j = x_0 \times \\ \times \exp\left(\lambda \cdot t_j\left(1 + \frac{1}{\gamma+1} \cdot t_j^{\gamma}\right) + \lambda \cdot t_0\left(1 + \frac{1}{\gamma+1} \cdot t_0^{\gamma}\right)\right). \quad (14)$$

Розглянемо випадок, коли $\omega(t)$ пропорційно залежить від виділеного обсягу капіталовкладень у розширене виробництво і найбільш можливого забезпечення цим капіталом кількості виробленої продукції $x_j(t)$ до деякого максимального значення $x_{jmax}(t)$. Виробництво кожного продукту $j-$го виду потребує деякого значення капіталу і, досягаючи такого значення використовуваного капіталу, а також його подальше зростання не приводить до помітного збільшення виробництва продукції $x_j(t)$.

Для цього випадку можна припустити, що

$$\omega(t) = m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot x_{jmax}(t) \cdot N^{вир}_{пот} \cdot h - \\ m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot x_j(t) \cdot N^{вир}_{пот} \cdot h \quad (15)$$

де $x_j(t)$ – кількість виробленої продукції за час t.

Підставляючи вираз (15) у співвідношення (3), отримуємо неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку, яке описує динаміку поточної зміни виготовлення продукції $j-$го виду підприємством легкої промисловості [2]:

$$dx_j(t) = m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot N^{вир}_{пот} \cdot h \cdot (x_{jmax} - x_j)dt \\ j = \overline{1,n} . \quad (16)$$

Розв'язок рівняння (16) будемо шукати наступним чином:

1) розглядаємо відповідне однорідне рівняння і, відокремлюючи змінні в цьому рівнянні та інтегруючи його, знайдемо його загальний розв'язок:

$$\frac{dx_j}{dt} = -m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot N^{вир}_{пот} \cdot x_j \cdot h \quad (17)$$

$$x_j(t) = C(t) \cdot e^{-\lambda \cdot t_j}, \quad \text{де}$$

$$\lambda = m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot N^{вир}_{пот} \cdot h ; \quad (18)$$

2) частковий розв'язок неоднорідного рівняння будемо шукати методом варіації довільних сталих.

Згідно з цим методом розв'язок неоднорідного рівняння шукається в такому ж вигляді, як і розв'язок однорідного, але C у (18) вважається невідомою функцією від t, тобто $C = C(t)$ [4].

Припустимо, що шукане значення $x_j(t)$ однозначно виділяється із множини розв'язків початковою умовою $x_j(0) = 0$.

Для знаходження $C(t)$ продиференціюємо (18) і отримаємо:

$$x'_j(t) = C'(t) \cdot e^{-\lambda \cdot t_j} - \lambda \cdot C(t) \cdot e^{-\lambda \cdot t_j} . \quad (19)$$

Рівняння (18, 19) підставляємо в (17), а замість x_j підставляємо (18) і отримуємо:

$$C'(t) \cdot e^{-\lambda \cdot t_j} - \lambda \cdot C(t) \cdot e^{-\lambda \cdot t_j} = m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot N^{вир}_{пот} \times \\ \times x_{jmax} \cdot h - m^{вир}_{розшир} \cdot H_{rj} \cdot N^{вир}_{пот} \cdot h \cdot C(t) \cdot e^{-\lambda \cdot t_j}. \quad (20)$$

Звідси

$$C'(t) \cdot e^{-\lambda \cdot t_j} = \lambda \cdot x_{jmax} . \quad (21)$$

Інтегруючи $C'(t)$ з рівняння (21), визначаємо шукану функцію $C(t)$:

$$C(t) = e^{\lambda \cdot t_j} \cdot x_{jmax} + C_1 , \quad (22)$$

де C_1 – константа, яку визначаємо з початкових умов.

Значення функції $C(t)$ з (22) підставляємо в (18) і отримуємо частковий розв'язок неоднорідного рівняння і враховуючи умову $x_j(0) = 0$ знаходимо значення константи C_1, і підставляючи її значення у співвідношення (18) та розглядаючи граничний випадок отримуємо загальний розв'язок рівняння (16) у такому вигляді:

$$x_j(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t_j}. \quad (23)$$

Розвиток виробництва підприємства, що діє в умовах ринку, здебільшого залежить від збільшення величини отриманого прибутку за рахунок збільшення частки прибутку в ціні виготовленої та реалізованої продукції. Така ситуація спричинена недостатнім рівнем конкуренції продукції на ринку, монопольним становищем окремих підприємств у виробництві та реалізації багатьох видів продукції.

Здійснено комп'ютерну реалізацію моделювання виробничої діяльності підприємства засобами пакету прикладних програм для математичних обчислень і результати діяльності підприємства є наступними.

Загальна кількість випуску чоловічого взуття за день становить у середньому 87 пари. Враховуючи певну кількість робочих днів у місяці (21 день), кількість виробленої продукції буде становити 1827 пари. Залучаючи у виробництво протягом місяця додатковий капітал у розмірі 26,460 тис. грн., підприємство має можливість виробляти в місяць на 126 пар взуття більше, ніж у попередньому періоді і тому на наступний розрахунковий період виробництво продукції становитиме 1953 пари.

Залучаючи у виробництво протягом певного періоду часу додатковий капітал, підприємство має можливість впливати на обсяг прибутку від реалізації, змінюючи обсяги виробництва продукції, залишки нереалізованої продукції, її рентабельність.

Висновок

У роботі запропоновано математичні викладки, за допомогою яких можна описати процес випуску продукції підприємством (співвідношення (9), (14) та (23)) з метою отримання бажаного фінансового результату.

Список літератури

1. *Злупко С.М. Інституційно-інвестиційна теорія Михайло Туган-Барановського та її вплив на світову інвестологію / С.М. Злупко // Фінанси України. – 2004. – № 4. – С. 3-16.*

2. *Юринець В.Є. Розподіл капіталовкладень та асортименту виробів на підприємстві для максимізації загального випуску продукції / В.Є. Юринець, І.Я. Плугатор // Вісник ЛНУ імені Івана Франка, сер. екон. – 2008. – Вип. 39, т.2. – С. 30-36.*

3. *Васьків О.М. Економіко-математичне моделювання затрат ресурсів на випуск продукції підприємства легкої промисловості / О.М. Васьків // Науковий вісник: Збірник науково-технічних праць. – 2009. – Вип. 19.2. – С. 290-296.*

4. *Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие [для ун-тов] / Л. С. Понтрягин. – М: Наука, 1974. – 331 с.*

Надійшла до редколегії 16.03.2012

Рецензент: д-р фіз.-мат. наук, проф. В.Є. Кюринець, Львівський національний університет ім. І. Франка, Львів.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

О.М. Васькив

Учитывая определенные производственные мощности, характеризующие максимально возможный дневной, месячный, или годовой объем выпуска продукции, заранее определенных ее ассортимента и качества продукции при условии полного использования прогрессивной технологии и организации производства, получает определенный объем продукции. Изготовленную продукцию предприятие реализует на рынке по некоторой цене и получает некоторую прибыль. Для увеличения выпуска продукции, предприятие, используя часть прибыли, расширяет производство. Решив дифференциальное уравнение, описывающее динамику текущего изменения изготовление продукции определенного вида предприятием легкой промышленности, было получено объем производства продукции в течение расчетного периода и результаты производственной деятельности предприятия.

Ключевые слова: *математическое моделирование, дифференциальное уравнение, распределение ресурсов, закон распределения непрерывной величины, расширение производства.*

MODELING PRODUCTION AND BUSINESS ACTIVITIES ENTERPRISE

O.M. Vas'kiv

Given certain manufacturing facilities that characterize the maximum possible daily, monthly, or annual production, previously specified the assortment and the quality of production provided full use of modern technology and production organization, receives a certain amount of products. Manufactured products company sells in the market for a certain price and receives a certain profit. To increase output, the company is using a portion of profits for expanding production. Having solved the equation describing the dynamics of the change of production a certain type company of light industry, received the volume of production during the settlement period and the results of production of the company.

Keywords: *mathematical modelling, resource allocation, the law of distribution of continuous values, the expansion of production.*