

## БАЙЕСІВСЬКИЙ КЛАСИФІКАТОР ВИМІРІВ ПАРАМЕТРІВ РУХУ КОСМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З ІЄРАРХІЧНОЮ ПОПЕРЕДНЬОЮ СЕЛЕКЦІЄЮ ГІПОТЕЗ

*Наводиться опис методики синтезу байесівського класифікатора вимірів з ієрархічною попередньою селекцією гіпотез. Проводиться аналіз трудомісткості й експериментальна оптимізація параметрів класифікатора.*

*ієрархічний класифікатор вимірів параметрів руху космічних об'єктів, попередня селекція гіпотез, середня трудомісткість класифікації, оптимізація, проста вирішальна функція*

### Вступ

У системах контролю космічного простору [1, 2] вирішується задача класифікації вимірів параметрів руху космічних об'єктів (КО) з метою виявлення та супроводження космічних об'єктів, уточнення параметрів їх руху.

**Аналіз літератури.** Для вирішення задачі класифікації використовуються однокрокові класифікатори [1 – 4]. Методи їх синтезу мінімізують помилки, не враховуючи обчислювальні витрати на прийняття рішення. Прийняття рішення однокроковим класифікатором припускає розрахунок імовірностей великої кількості гіпотез, якому передують ряд трудомістких операцій (табл. 1) – прогноз оцінок параметрів КО на час виміру, перерахування оцінок параметрів КО у станційну систему координат. Неважко бачити, що в цьому випадку витрати не завжди є мінімальними.

У роботах [5, 6] запропоновані методи синтезу ієрархічного класифікатора вимірів що мінімізують витрати при забезпеченні байесівського середнього ризику. Розв'язувальному правилу ієрархічного класифікатора також, як і однокроковому, відповідає розбиття простору спостережень (ПС) на непересічні області [3], у кожній з яких приймається рішення про приналежність виміру одному із супроводжуваних КО. Однак спосіб розбиття ПС на області в ієрархічному класифікаторі є ієрархічним. На кожному рівні ПС розбивається на області. Області, що вийшли в результаті попереднього розбиття, розбиваються на підобласті і так до одержання максимально докладного розбиття. Схема прийняття рішення ієрархічним класифікатором полягає в покроковому визначенні підобласті ПС, якій належить вимір. Для прийняття рішення в ієрархічному класифікаторі використовуються прості вирішальні функції (ПВФ), бінарного, гістограмного й байесівського типів [5]. ПВФ характеризуються експериментально визначеними витратами (табл. 1) – трудомісткістю

обчислювальних операцій, вираженою кількістю наведених операцій [7].

Різновидом ієрархічного класифікатора є класифікатор вимірів з ієрархічною попередньою селекцією гіпотез про їх приналежність [8]. Він складається із ПВФ гістограмного типу на одному рівні й байесівських ПВФ на останньому рівні ієрархії. Такий класифікатор здійснює попередню селекцію гіпотез про приналежність вимірів; характеризується байесівським середнім ризиком і витратами, близькими до мінімально можливих.

Таблиця 1

Трудомісткості операцій, використовуваних для класифікації виміру класифікатором з ієрархічною попередньою селекцією гіпотез

№	Найменування операції	Трудомісткість
1.	Складання (віднімання) двох чисел із рухомою комою	1
2.	Перемножування (ділення) двох чисел із рухомою комою	1,625
3.	Виділення цілої частини числа із рухомою комою	20
4.	Прогноз елементів орбіти космічного об'єкта на заданий час програмою аналітичного прогнозу	13991
5.	Перерахування параметрів КО із системи оскулюючих елементів у станційну систему координат	3584
6.	Розрахунок середньозваженого нев'язання виміру й прогнозу оцінок параметрів формуляра каталогу КО (за 6-ма параметрами)	217
7.	Порівняння виміру з порогом і умовний перехід	3,5

**Мета статті.** Оптимізація параметрів байесівського класифікатора вимірів з ієрархічною попередньою селекцією гіпотез про їх приналежність експериментальним методом.

**Постановка задачі.** Передбачається, що помилки вимірів (оцінок параметрів руху супроводжуваних КО) розподілені за нормальним законом з нульовими середніми [1]. Простір спостережень представлений оцінками параметрів руху супроводжуваних КО.

Висувається  $Q$  гіпотез про приналежність виміру. Гіпотеза  $H_j$  ( $j = 1, \dots, Q$ ) – вимір належить  $j$ -му супроводжуваному КО. ПС виміру обмежено простором оцінок елементів орбіти (ПОЕО). Задано множину ПФГ гістограмного й байесівського типів. Необхідно знайти параметри ієрархічного байесівського розбиття ПОЕО на  $n_{\text{обл}}$  областей, що дає мінімальну середню трудомісткість  $C_{\text{сер.}}$  (максимальну середню кількість інформації  $I_{\Omega_\Theta \Omega_\Upsilon}$  між простором станів  $\Omega_\Theta$  і простором спостереження виміру  $\Omega_\Upsilon$ ).

При цьому кількість областей розбиття  $n_{\text{обл.}}$  повинна бути не вище допустимого значення  $N_{\text{доп.}}$ :

$$C_{\text{сер}} \rightarrow \min (I_{\Omega_\Theta \Omega_\Upsilon} \rightarrow \max); \quad (1)$$

$$n_{\text{обл.}} \leq N_{\text{доп.}}; \quad R^* \leq R_{\text{min.}}$$

### Аналіз експериментальних досліджень залежності середньої трудомісткості ієрархічної класифікації вимірів від способу розбиття ПОЕОя

Для оптимізації параметрів попереднього розбиття ПОЕО були досліджені одно, дво і три координатні байесівські класифікатори з ієрархічною попередньою селекцією гіпотез за нахиленням, періодом, довготою висхідного вузла (ДВВ).

ПОЕО представлено міжнародним каталогом КО, що містить більше 8000 формулярів об'єктів. Використовувані значення середнє квадратичних відхилень сумарних помилок каталогу й вимірів нахилення, періоду обертання та ДВВ наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Середнє квадратичні відхилення сумарних помилок каталогу й вимірів нахилення, періоду обертання та ДВВ

Нахилення	Період обертання	ДВВ
1,7°	12 хв.	1,8°

На рис. 1 – 10 наведені графіки залежності середньої трудомісткості  $C_{\text{сер.}}$  класифікації одного виміру, нормованою трудомісткістю ПФГ байесівського типу, від кількості областей розбиття.

Кількість областей ПОЕО  $n_{\text{обл.}}$  визначається добутком кількості областей розбиття інтервалів значень параметрів, використовуваних для попередньої селекції гіпотез. Графіки на рис. 2-10 підписані відповідними добутками, у яких останній множник варіюється від мінімального (2 області) до

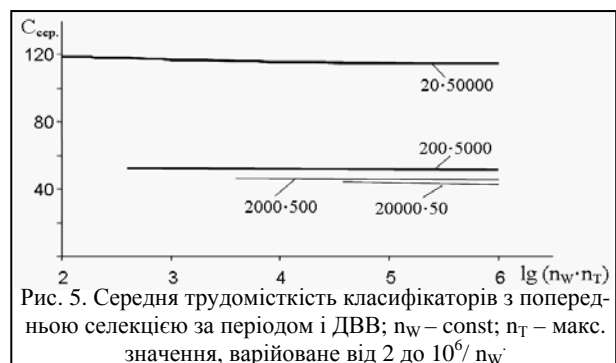
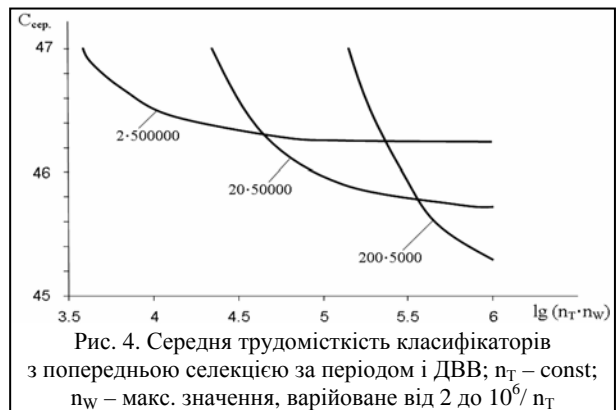
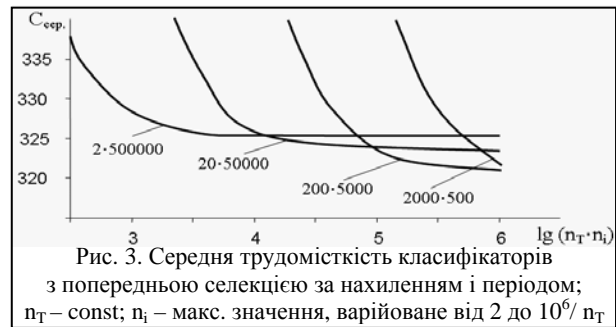
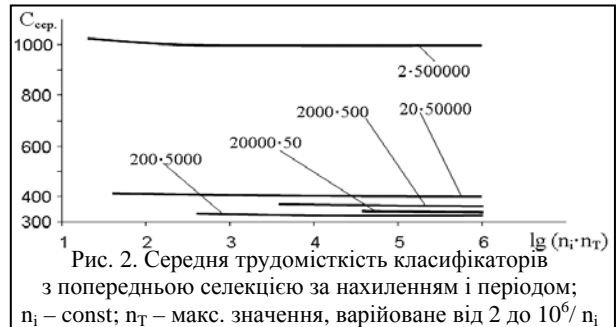
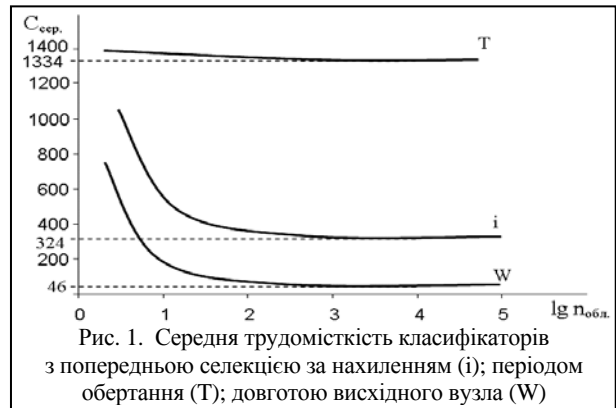




Рис. 6. Середня трудомісткість класифікаторів з попередньою селекцією за нахиленням і ДВВ;  $n_i$  – const;  $n_W$  – макс. значення, варійоване від 2 до  $10^6/n_i$



Рис. 7. Середня трудомісткість класифікаторів з попередньою селекцією за нахиленням і ДВВ;  $n_W$  – const;  $n_i$  – макс. значення, варійоване від 2 до  $10^6/n_W$

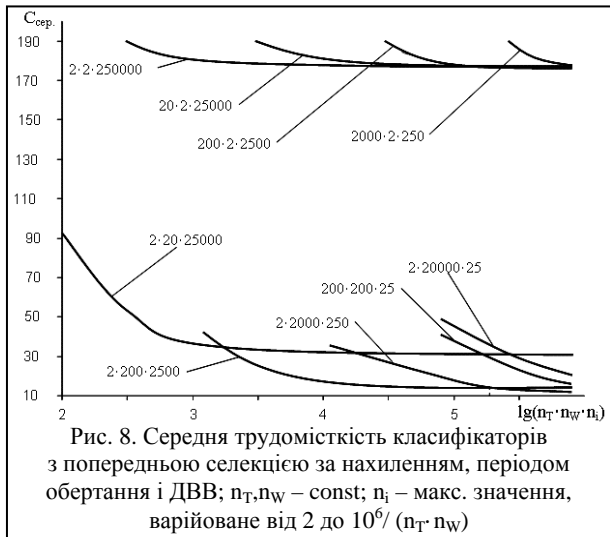


Рис. 8. Середня трудомісткість класифікаторів з попередньою селекцією за нахиленням, періодом обертання і ДВВ;  $n_T, n_W$  – const;  $n_i$  – макс. значення, варійоване від 2 до  $10^6/(n_T * n_W)$

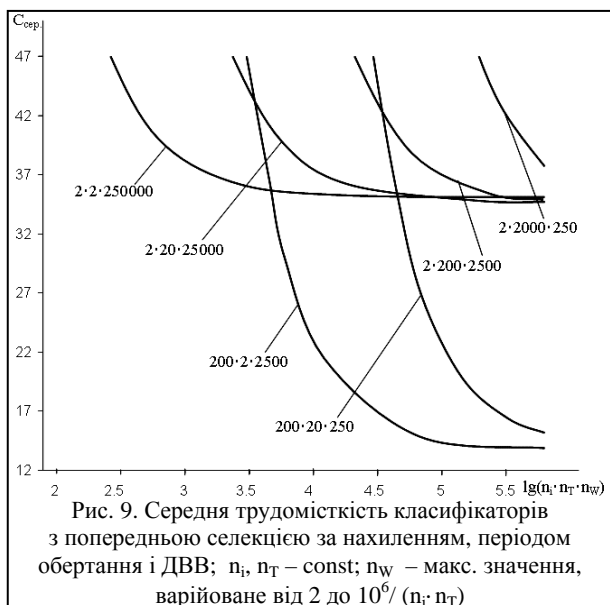


Рис. 9. Середня трудомісткість класифікаторів з попередньою селекцією за нахиленням, періодом обертання і ДВВ;  $n_i, n_T$  – const;  $n_W$  – макс. значення, варійоване від 2 до  $10^6/(n_i * n_T)$

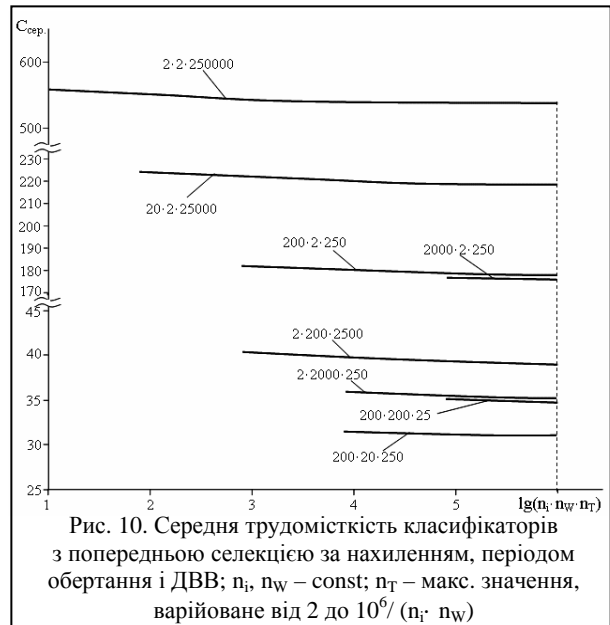


Рис. 10. Середня трудомісткість класифікаторів з попередньою селекцією за нахиленням, періодом обертання і ДВВ;  $n_i, n_W$  – const;  $n_T$  – макс. значення, варійоване від 2 до  $10^6/(n_i * n_W)$

максимального значення ( $10^6$  областей), поділеного на добуток попередніх множників, які є константами для даної кривої. Наприклад, на рис. 2 і рис. 9 графіки підписані добутками  $n_i \cdot n_T$  і  $n_i \cdot n_T \cdot n_W$ . У першому випадку  $n_i$  – константа, а  $n_T$  – варіюється від 2 до  $10^6/n_i$ . У другому випадку  $n_i$  і  $n_T$  – константи, а  $n_W$  – варіюється від 2 до  $10^6/(n_i \cdot n_T)$ .

У статті наведений аналіз залежності середньої трудомісткості від способу розбивки ПОЕО, оскільки в процесі досліджень було встановлено, що класифікатору з меншою середньою трудомісткістю відповідає більша середня кількість інформації. У результаті досліджень були зроблені такі висновки

Середня трудомісткість тим менше, чим більше кількість областей розбиття. З однокоординатних класифікаторів (рис. 1) найменшою середньою трудомісткістю характеризуються класифікатори з попередньою селекцією гіпотез за ДВВ, для його побудови практично досить  $10^3$  областей. Використання більшої кількості областей не приводить до значного зменшення середньої трудомісткості. Найбільшою середньою трудомісткістю характеризуються однокоординатні класифікатори з попередньою селекцією за періодом обертання. Двокоординатні класифікатори (рис. 2 – 7) характеризуються меншою середньою трудомісткістю, ніж однокоординатні класифікатори. Найменшою середньою трудомісткістю характеризуються класифікатори з попередньою селекцією по нахиленню й ДВУ, найбільшою – з попередньою селекцією по нахиленню й періоду обігу. Використання більшого числа областей розбивки по довготі висхідного вузла дає більше зменшення середньої трудомісткості. Трикоординатні класифікатори також характеризуються меншою середньою трудомісткістю, ніж однокоординатні класифікатори (рис. 8 – 10). Середня трудомісткість трикоординатних класифікаторів не менше середньої трудомісткості двокоординатних класифікаторів. Тому для попередньої селекції гіпо-

тез досить двох параметрів – нахилення й довготи висхідного вузла.

**Оптимізація параметрів байєсівського класифікатора вимірів зв'язієрархічною попередньою селекцією гіпотез**

Для оптимізації параметрів класифікатора здійснюється пошук сполучення кількості областей розбиття за нахиленням, періодом і ДВВ, що забезпечує оптимальні в смислі (1) характеристики класифікатора. Для цього розраховуються середні трудомісткості дискретної множини класифікаторів вимірів з попередньою селекцією гіпотез за нахиленням, періодом обертання і ДВВ, у яких кількість областей розбиття ПООЕ  $N_{доп}$  лежить у діапазоні від 10 до  $10^6$  областей. З даної множини формується множина Парето-оптимальних [9] класифікаторів, що включає всі оптимальні класифікатори, для яких середній ризик не перевищує заданого значення і з  $j > i$  впливає:

$$((c_i < c_j) \cap (n_i > n_j)) \cup ((c_i = c_j) \cap (n_i = n_j)),$$

де  $i, j$  – нумератори дискретної множини кількості областей розбиття ПС;  $c_i, c_j$  – середня трудомісткість варіанта класифікатора;  $n_i, n_j$  – кількість областей розбиття ПООЕ для варіанта класифікатора.

На рис. 11 наведений графік залежності середньої трудомісткості  $C_{ср}$  Парето-оптимальних класифікаторів від заданої кількості областей розбиття ПООЕ. Параметри розбиття ПООЕ на області й середні трудомісткості деяких Парето-оптимальних класифікаторів наведені в табл. 3.



Рис. 11. Середня трудомісткість Парето-оптимальних класифікаторів

Таблиця 3

Параметри розбиття ПООЕ на області й середні трудомісткості деяких Парето-оптимальних класифікаторів

Номер точки	Кількість областей $n_i \cdot n_j \cdot n_w$	$C_{ср}$
1	2 · 1 · 5	247
2	2 · 1 · 45	59
3	12 · 1 · 75	27
4	50 · 1 · 184	16
5	160 · 1 · 625	14

З даної таблиці видно, що множина Парето-оптимальних класифікаторів складається з двокоординатних класифікаторів з попередньою селекцією за нахиленням й довготою висхідного вузла орбіти.

**Висновки**

У статті проаналізовані характеристики класифікаторів, отриманих розбиттям простору спостережень на  $10 - 10^6$  областей за нахиленням, періодом обертання, довготою висхідного вузла, і побудовані залежності їх середньої трудомісткості від способу розбиття (рис. 1 – 10), експериментальним методом проведений вибір оптимальних параметрів байєсівського класифікатора вимірів з ієрархічною попередньою селекцією гіпотез. Сформовано множину Парето-оптимальних класифікаторів (рис. 11, табл. 3) вимірювань параметрів руху КО. Аналіз отриманих залежностей показав, що меншою трудомісткістю характеризуються класифікатори з попередньою селекцією за нахиленням і довготою висхідного вузла з більшою кількістю областей за довготою висхідного вузла.

Аналіз середньої трудомісткості Парето-оптимальних класифікаторів вимірів показав, що використання ієрархічної попередньої селекції гіпотез у байєсівському класифікаторі дозволить зменшити середній час класифікації виміру на два порядки.

**Список літератури**

1. Хуторовский З.Н. Ведение каталога космических объектов. – М.: Космические исследования, 1993. – Т. 31, Вып. 4. – С. 37-41.
2. Хуторовский З.Н., Бойков В.Ф., Пылаев Л.Н. Контроль космических объектов на низких высотах // Околоземная астрономия – М.: Институт астрономии РАН, 1998. – С. 34–101.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники: 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
4. Леман Э. Проверка статистических гипотез / Пер. с англ.; Под ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Наука, 1979. – 408 с.
5. Саваневич В.Е., Ветлугин Е.В., Омельченко А.И. Построение оптимальных и квазиоптимальных иерархических классификаторов многокоординатных измерений с ошибками распределенными по нормальному закону // 36. наук. праць ХВУ.– Х.: ХВУ, 2003. – Вып. 3 (46). – С. 36-39.
6. Саваневич В.Е., Ветлугин Е.В. Иерархический классификатор однокоординатных наблюдений с простыми ошибками // Сб. научн. трудов. – Х.: НАУ „ХАИ”. – 2003. – Вып. 20. – С. 148-159.
7. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986. – 352 с.
8. Саваневич В.Е. Байесовская проверка многоальтернативных гипотез с их предварительной иерархической селекцией // Системы обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2004. – Вып. 8 (36). – С. 165-169.
9. Энциклопедия кибернетики. – К.: Главная редакция Украинской Советской энциклопедии, 1975. – Т. 2. – 670 с.

Надійшла до редколегії 1.08.2006

**Рецензент:** канд. техн. наук, доцент Є.В. Саваневич, Об’єднаній науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Харків.