

УДК 658.562:519.24

Н.А. Зубрецкая

Киевский национальный университет технологий и дизайна, Киев

## ОЦЕНКА И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА НЕРАЗЪЕМНЫХ СОЕДИНЕНИЙ НА ОСНОВЕ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ

*Разработана многофакторная регрессионная модель для оценки и прогнозирования качества неразъемных соединений на стадиях их проектирования и изготовления. Использование модели позволяет уменьшить неопределенность информации при выборе технологических режимов многофакторного процесса изготовления неразъемных сварных соединений.*

**Ключевые слова:** оценка и прогнозирование качества, сварные точечные соединения, многомерный анализ данных, многофакторная регрессионная модель.

### Введение

При изготовлении технических конструкций различного целевого назначения широко применяются неразъемные сварные соединения, номенклатура которых обусловлена многообразием процессов сварки, применяемых свариваемых, расходуемых материалов и сварочного оборудования [1]. Определяющими факторами качества сварных соединений являются технологические режимы изготовления, оказывающие существенное влияние на разброс их физико-механических характеристик [2 – 4].

При оценке качества и отбраковке сварных изделий учитывают влияние технологических параметров на эксплуатационные свойства контролируемых деталей с учетом специфических особенностей процесса сварки, связанных с тепловым воздействием тока в соответствии с термическим циклом нагрева-охлаждения и сложными физико-химическими процессами в металле, влияющими на структуру сплава [5].

Оценку качества сварных соединений, узлов и изделий проводят по результатам испытаний и неразрушающего контроля [6, 7] с применением статистических методов, позволяющих количественно оценить физико-механические характеристики изготовления соединений [8, 9].

Для прогнозирования разброса характеристик сварных соединений широко применяются методы, основанные на идентификации закона распределения и определении его параметров [5].

Однако использование этих методов не позволяет решить задачу повышения эффективности управления многофакторным процессом изготовления сварных соединений в зависимости от совокупности изменяющихся технологических режимов.

Кроме того, следует отметить, что в настоящее время накоплен значительный опыт теоретических и прикладных исследований характеристик сварных соединений, информация о которых может служить

базой многомерных данных при разработке моделей оценки и прогнозирования качества, использование которых позволит уменьшить неопределенность информации при выборе технологических режимов изготовления соединений.

Решение задач многофакторной оценки и прогнозирования качества соединений при неизвестных зависимостях между входными и выходными массивами данных о их конструктивно-технологических характеристиках возможно на основе статистического моделирования и регрессионного анализа данных.

### Оценка разброса геометрических параметров сварных точечных соединений

Статистическое моделирование зависимости геометрических характеристик неразъемных соединений от технологических факторов осуществляли на примере сварных точечных соединений деталей внахлестку, сформированных электрической контактной точечной сваркой (КТС).

При КТС для образования физического контакта между свариваемыми поверхностями в месте формирования соединения затрачивается механическая энергия – детали 1 сжимают токопроводящими электродами 2 и 3 сварочным усилием  $F_{СВ}$  продолжительностью сжатия  $t_{СЖ}$  (рис. 1).

Тепловая энергия подводится к сварным точкам 4 извне от источника питания ИП импульсом сварочного тока  $I_{СВ}$  длительностью  $t_{СВ}$  и временем проковки  $t_{ПР}$ . Образование физического контакта и возникновение межзатомарных связей в зоне формирования соединений возникает за счет расплавления металла в приповерхностных слоях деталей [2 – 4].

На качество точечных сварных соединений существенное влияние оказывают форма и размеры рабочих поверхностей электродов – в большинстве случаев КТС выполняется электродами с цилиндрической сферической или плоской рабочей частью.

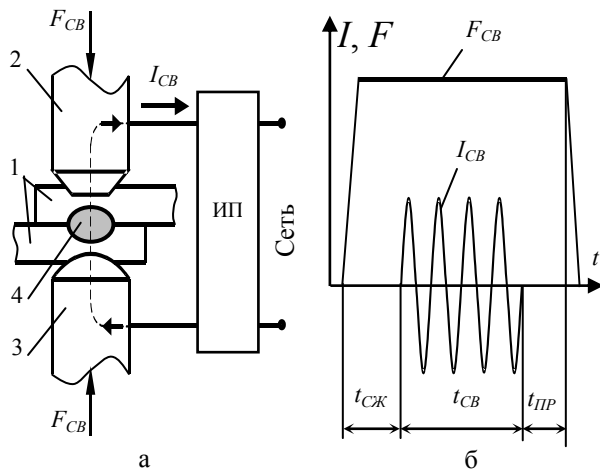


Рис. 1. Схема двусторонней контактной точечной сварки (а) и простейший цикл изменения технологических параметров (б)

Рабочие части электродов определяют параметры ядра расплавленного металла  $d_{я}$ ,  $h_{я}$ , проплавление деталей  $A_{п}$ , остаточные деформации деталей (глубина вмятин от электродов  $B$ ), а также диаметр плоской  $d_{э}$  и радиус сферической рабочих поверхностей электродов  $R_{э}$  (рис. 2 и табл. 1) [2, 5].

Размеры рабочих поверхностей электродов  $d_{э}$  и  $R_{э}$  выбирают, исходя из толщины свариваемых деталей, радиус сферы электрода  $R_{э}$  определяют, ориентируясь на диаметр отпечатка и допустимую глубину вмятины, которая не должна превышать 10% от толщины детали [2]. Износ электродов приводит к увеличению площади контакта электрод-деталь, к уменьшению плотности тока и давления в зоне сварки, а, следовательно, к уменьшению размеров ядра и снижению качества точечных соединений.

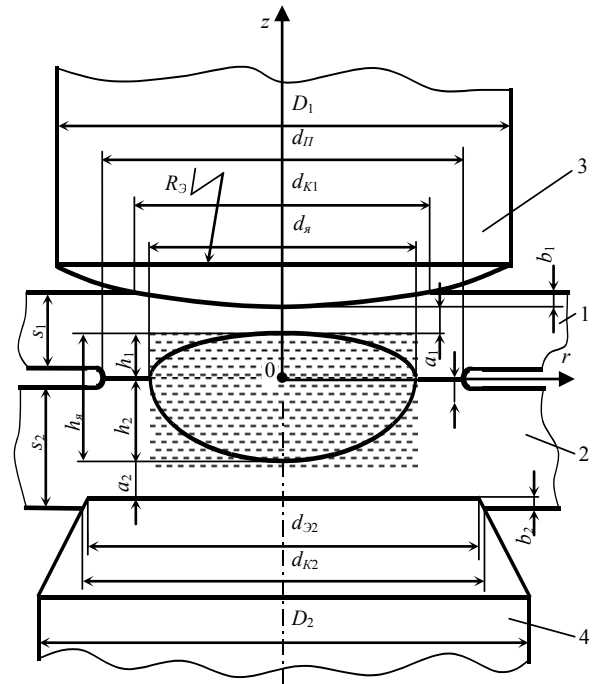


Рис. 2. Схема геометрических параметров точечного сварного соединения деталей 1 и 2 разных толщин (при КТС с использованием электродов со сферической 3 или плоской 4 рабочими поверхностями)

Эксплуатационные свойства точечных сварных соединений, в первую очередь их динамическая прочность, определяются размерами ядра расплавленного металла  $d_{я}$  и  $h_{я}$ , проплавлением деталей  $A_{п}$ , поэтому одной из основных задач обеспечения качества процесса точечной сварки является получение регламентированных интервальных значений этих параметров [2 – 4].

Таблица 1

Геометрические параметры точечного сварного соединения в плоскости оси электродов

$s_1, s_2$	толщина деталей
$d_{я}$	диаметр ядра расплавленного металла
$h_{я}$	высота ядра расплавленного металла
$h_1, h_2$	высота зоны расплавления в деталях
$b_1, b_2$	глубина вдавливания электродов (вмятины $B$ )
$a_1, a_2$	расстояние от верхних точек ядра до поверхностей деталей (проплавление $A_{п}$ )
$d_{п}$	диаметр уплотняющего пояса
$D_1, D_2$	диаметры рабочей части электродов
$d_{к1}, d_{к2}$	диаметры контактов электрод-деталь
$R_{э1}$	радиус сферической рабочей поверхности электрода 1
$d_{э2}$	диаметр рабочей поверхности электрода 2

Минимально допускаемые значения диаметра ядра  $d_{я}$  регламентированы ГОСТ 15878 – 79 и зави-

сят от толщины  $s$  свариваемых деталей (табл. 2):  $d_{я} = 2s + 3$ ,  $d_{я} = 4s^{2/3}$  [10].

Таблица 2

Минимально допускаемые значения диаметра ядра  $d_{я}$  для соединений группы А

$s = s_1$ , мм	0,4	1,0	1,6	2,2	2,7	3,2	3,7	4,2	4,7	5,2
$d_{я}$ , мм	3,0	5,0	6,5	8,0	9,0	10,5	12,0	13,0	14,0	15,0

Проплавление  $A_{п}$  определяют отдельно для каждой детали как отношение к толщине деталей  $s_1$  и  $s_2$  расстояний  $h_1$  и  $h_2$  от плоскости свариваемого контакта до границы зоны расплавленного металла:

$$a_1 = (h_1/s_1) \cdot 100 \%, \quad a_2 = (h_2/s_2) \cdot 100 \% [2].$$

Величина проплавления деталей  $A_{п}$  должна находиться в пределах 20...80 % от их толщины. Глубина вмятин от электродов В не должна превышать 20 % от толщины деталей, поскольку это ухудшает внешний вид соединений и обычно уменьшает их прочность (при КТС деталей разной толщины допускается увеличение В до 30 %) [10].

Режимы КТС для конкретной марки металла и толщин деталей определяются совокупностью основных технологических параметров: силой импульса сварочного тока  $I_{св}$ ; длительностью импульса сварочного тока (время сварки)  $t_{св}$ ; усилием сжатия электродов (сварочное усилие)  $F_{св}$ ; формой и размерами рабочих поверхностей электродов ( $d_э$  при плоской и  $R_э$  при сферической).

Сила сварочного тока  $I_{св}$  является одним из основных параметров КТС, поскольку при неизменной длительности его импульса определяет не только количество энергии, выделяющейся в зоне сварки, но и градиент её увеличения по времени, что влияет на скорость нагрева металла в зоне формирования соединения. При неизменной силе тока  $I_{св}$  время сварки  $t_{св}$  определяет количество теплоты, которое выделяется в зоне формирования соединения. Поэтому с увеличением времени сварки  $t_{св}$

возрастает проплавление деталей  $A_{п}$  и диаметр ядра  $d_{я}$  расплавленного металла.

Усилие сжатия электродов  $F_{св}$  оказывает влияние на микро- и макропластические деформации, на выделение и перераспределение теплоты, на охлаждение металла в зоне сварки и кристаллизацию его в ядре.

С увеличением  $F_{св}$  возрастают пластические деформации металла в зоне сварки и площади контактов, уменьшается плотность тока в них и электрическое сопротивление участка электрод-электрод, стабилизируется его величина. Поэтому при постоянстве остальных параметров увеличение  $F_{св}$  вызывает уменьшение размеров ядра и прочности сварных точек при одновременном понижении их стабильности. Значения технологических параметров  $I_{св}$ ,  $t_{св}$ ,  $F_{св}$  и  $R_э$  или  $d_э$  выбирают по технологическим рекомендациям, и окончательно определяют и корректируют на образцах технологической пробы [2].

Известно, что разброс геометрических характеристик неразъемных соединений в зависимости от технологических режимов изготовления соединений описывается моделями нормального, логарифмически нормального и гамма-распределения [5, 9].

В табл. 3, 4 представлены данные выборок технологических режимов изготовления опытных соединений из термически упрочненного алюминиевого сплава Д16АТ (прессованные профили из Д16Т, содержащего 3,8 – 4,9% меди и 1,2 – 1,8% магния) и соответствующие им средние значения их геометрических характеристик  $d_{я}$ ,  $A_{п}$ , В [5].

Таблица 3

Технологические режимы изготовления сварных точечных соединений

№ выборки	Толщина материала, мм		Радиус сферы электродов, мм		Импульс, с, $t_{св}$	Амплитуда, кА, $I_{св}$	Усилие сжатия электродов, кН	
	верхнего $s_1$	нижнего $s_2$	верхнего $R_{э1}$	нижнего $R_{э2}$			сварочное $F_{св}$	ковочное $F_{к}$
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$			$X_5$	$X_6$
1	0,8	0,8	50	50	0,04	32	4	3,5
2	1,0	0,8	75	50	0,04	32	3	4,2
3	0,8	1,0	50	75	0,04	32	5	3,5
4	1,0	2,0	75	100	0,06	40	5	5,0
5	1,0	1,2	75	100	0,06	40	4	6,0
6	1,0	1,2	75	75	0,06	40	4	4,0
7	1,2	1,2	100	75	0,06	45	5	7,0
...	...	...	...	...	...	...	...	...
17	1,2	1,3	100	100	0,06	50	5	7,0
18	1,8	1,6	100	100	0,08	47	6	9,0

Геометрические характеристики сварных точечных соединений

№ выборки (объем выборки, шт.)	Диаметр ядра $d_{\text{я}}$		Проплавление $A_{\text{П}}$		Вмятина $B$	
	$\bar{x}_{d_{\text{я}}}$ , мм	$\bar{\sigma}/\bar{x}_{d_{\text{я}}}$ , %	$\bar{x}_{A_{\text{П}}}$ , %	$\bar{\sigma}/\bar{x}_{A_{\text{П}}}$ , %	$\bar{x}_B$ , %	$\bar{\sigma}/\bar{x}_B$ , %
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$	$Y_6$
1 (500)	4,13	5,50	49,50	11,30	9,95	0,60
2 (570)	4,37	6,50	50,08	8,40	9,30	0,52
3 (560)	4,20	6,20	49,00	8,90	9,67	0,52
4 (560)	4,35	4,73	48,80	9,60	9,29	0,47
5 (560)	4,59	6,50	49,97	5,80	9,34	0,50
6 (580)	4,69	6,20	50,99	6,40	9,41	0,49
7 (550)	5,55	4,30	54,90	6,90	9,55	0,55
...	...	...	...	...	...	...
17 (560)	5,62	3,62	52,48	5,25	9,60	0,49
18 (560)	6,25	3,03	56,45	11,50	9,71	2,06

Проверка распределения геометрических характеристик опытных соединений по критерию  $\chi^2$  показала его соответствие нормальному закону распределения.

Для сравнения разброса геометрических характеристик соединений использовали коэффициент вариации, позволяющий проводить сравнительную оценку рассеивания данных с существенными различиями между значениями их средних арифметических [11, 12].

### Разработка многофакторной регрессионной модели

С целью установления зависимости между геометрическими характеристиками неразъемных сварных точечных соединений и совокупностью изменяющихся технологических режимов их изготовления проведены полнофакторные экспериментальные исследования образцов из сплава Д16АТ.

Для разработки многофакторной математической модели проведен вычислительный эксперимент, на первом этапе которого выполнен анализ данных, полученных по результатам выборочного контроля геометрических характеристик выборок из 500-580 опытных соединений (табл. 4), сформированных при различных технологических режимах (табл. 3) [5, 12].

В результате анализа априорной информации в качестве независимых входных переменных (факторов)  $X_1 - X_8$  выбраны основные режимы формирования соединений: толщина верхнего  $s_1$  и нижнего  $s_2$  материала, радиус сферы верхнего  $R_{Э1}$  и нижнего  $R_{Э2}$  электродов, продолжительность импульса  $t_{\text{СВ}}$ , амплитуда тока  $I_{\text{СВ}}$ , сварочное и ковочное усилие сжатия электродов  $F_{\text{СВ}}$  и  $F_{\text{К}}$  (табл. 5).

Таблица 5

Кодирование технологических режимов изготовления сварных точечных соединений

Фактор Кодир.	$s_1$	$s_2$	$R_{Э1}$	$R_{Э2}$	$t_{\text{СВ}}$	$I_{\text{СВ}}$	$F_{\text{СВ}}$	$F_{\text{К}}$
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_0$	1,3	1,4	75	75	0,06	41	4,5	6,25
$\delta_i$	0,5	0,6	25	25	0,02	9	1,5	2,75
$X_{-1}$	0,8	0,8	50	50	0,04	32	3	3,5
$X_{+1}$	1,8	2	100	100	0,08	50	6	9

В качестве зависимой выходной переменной (отклика)  $Y_1$  выбран диаметр сварного ядра  $d_{\text{я}}$ , как наиболее значимая геометрическая характеристика, определяющая эксплуатационные свойства сварных точечных соединений [2].

Для выбранных данных построена матрица планирования эксперимента  $2^8$  и в среде электронных таблиц MS Excel проведен регрессионный анализ влияния совокупности факторов  $X_1 - X_8$  на  $Y$  (рис. 3).

В ходе анализа выполнена проверка данных по статистическим критериям воспроизводимости результатов эксперимента, значимости коэффициентов регрессии и адекватности полученной модели.

Проверку воспроизводимости эксперимента при одинаковом числе параллельных опытов  $m=2$  на каждом сочетании уровней факторов осуществляли по критерию Кохрена [13]:

$$G = \frac{S_{u \max}^2}{\sum_{u=1}^n S_u^2} \leq G_{(0,05; f_n; f_u)},$$

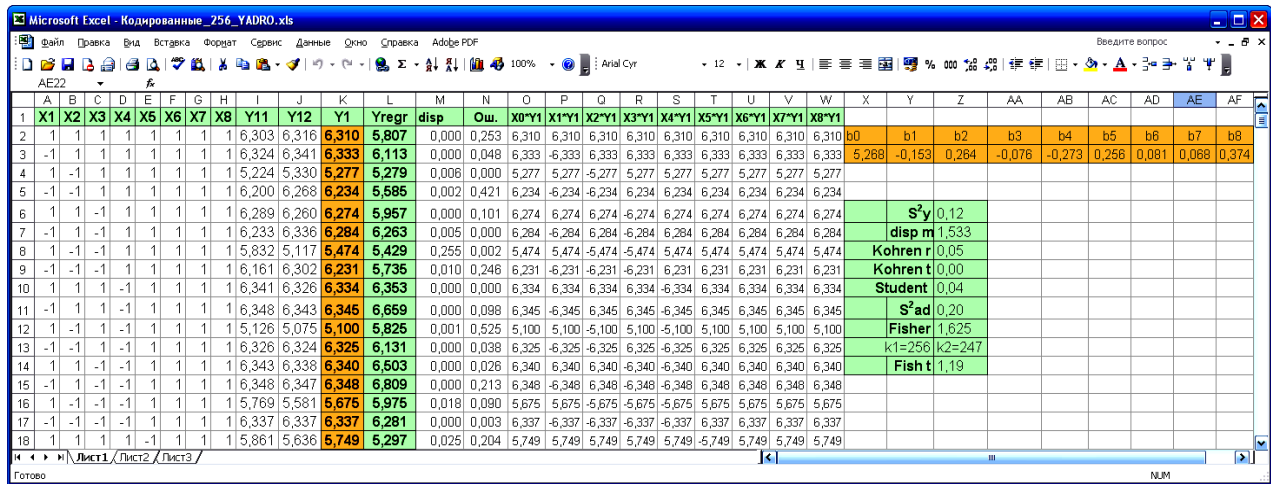


Рис. 3. Фрагмент матрицы планирования типа 2<sup>8</sup> для факторов X<sub>1</sub> – X<sub>8</sub> и отклика Y (диаметр сварного ядра d<sub>я</sub>) и результаты статистического анализа данных вычислительного эксперимента

где  $S_u^2 = \frac{\sum_{p=1}^m (y_{up} - \bar{y}_u)^2}{m-1}$  – дисперсия, характеризующая рассеяние результатов опытов на u-м сочетании уровней факторов; p = 1,2,...,m; m – число параллельных опытов, для m=2  $s_u^2 = \frac{\Delta^2}{2}$ , где Δ – разность между параллельными опытами; S<sup>2</sup><sub>umax</sub> – наибольшая из дисперсий в строчках плана; G<sub>(0,05;f<sub>n</sub>;f<sub>u</sub>)</sub> – табличное значение критерия Кохрена при 5%-ном уровне значимости; f<sub>n</sub> = n=256 – число независимых оценок дисперсии; f<sub>u</sub> = m-1=1 – число степеней свободы оценки.

Для рассматриваемого воспроизводимого процесса коэффициенты регрессии b<sub>0</sub>=5,27; b<sub>1</sub>= -0,15; b<sub>2</sub>=0,26; b<sub>3</sub>= -0,08; b<sub>4</sub>= -0,27; b<sub>5</sub>=0,26; b<sub>6</sub>=0,08; b<sub>7</sub>=0,07; b<sub>8</sub>=0,37 рассчитывали по формулам:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^n y_u}{n}, \quad b_i = \frac{\sum_{u=1}^n x_{iu} y_u}{n}$$

Оценку значимости рассчитанных коэффициентов регрессии осуществляли по критерию Стьюдента:

$$|b_i| \geq \Delta b_i = t_{(0,05;f_y)} \frac{s_y}{\sqrt{n}}$$

где  $S_y^2 = \frac{\sum_{u=1}^n S_u^2}{n}$  – дисперсия воспроизводимости (ошибка опыта); t<sub>(0,05;f<sub>y</sub>)</sub>=1,95996 – 5%-я точка распределения Стьюдента с f<sub>y</sub>=256 степенями свободы дисперсии воспроизводимости.

Для рассматриваемого примера Δb<sub>i</sub> = 0,04 и все полученные коэффициенты регрессии значимы, а уравнение регрессии имеет вид:

$$Y = 5,27 - 0,15X_1 + 0,26X_2 - 0,08X_3 - 0,27X_4 + 0,26X_5 + 0,08X_6 + 0,07X_7 + 0,37X_8.$$

Проверку адекватности полученной модели выполняли по критерию Фишера [13]:

$$F_p = \frac{S_{ад}^2}{S_y^2} \leq F_{\Gamma(0,05;f_{ад};f_y)}$$

где  $S_{ад}^2 = \frac{\sum_{u=1}^n (\bar{y}_u - y_u)^2}{n-k-1}$  – расчетное значение отклика, F<sub>Γ(0,05;f<sub>ад</sub>;f<sub>y</sub>)</sub> = 1,19 – критерий Фишера при 5%-м уровне значимости; f<sub>ад</sub> = n-k-1 = 247 – число степеней свободы дисперсии адекватности.

Результаты статистического анализа экспериментальных данных приведены в табл. 6.

Таблица 6

Результаты статистического анализа данных

Статистические критерии	Знач.
Расч. значение кр. Кохрена, G <sub>(0,05; 256; 1)</sub>	0
Табл. значение кр. Кохрена, G <sub>(0,05; 256; 1)</sub>	0
Табл. значение коэф. Стьюдента, t <sub>(0,05; 256)</sub>	1,96
Расч. значение кр. Стьюдента, Δb <sub>i</sub>	0,04
Дисперсия воспроизводимости, S <sup>2</sup> (y)	0,12
Расч. значение дисперсии адекватности, S <sup>2</sup> <sub>ад</sub>	0,20
Ст. свободы дисперсии адекватности, f <sub>ад</sub>	247
Расч. значение кр. Фишера, F <sub>p(0,05; 256, 247)</sub>	1,16
Табл. значение кр. Фишера, F <sub>Γ(0,05; 256, 247)</sub>	1,19

Верификация результатов моделирования выполнена с использованием методов статистического анализа данных, реализованных в системе STATISTICA 6.1 (рис. 4).

Итоги регрессии для зависимой переменной: Усреднение (КОДИРОВАННЫЕ_256.sta)						
R= ,81709295 R2= ,66764089 Скорректир. R2= ,65687622 F(8,247)=62,022 p<0,00000 Станд. ошибка оценки: ,44849						
	БЕТА	Стд. Ош. БЕТА	В	Стд. Ош. В	t(247)	p-уров.
N=256						
Св.член			5,267743	0,028030	187,9293	0,000000
X1	-0,200833	0,036682	-0,153465	0,028030	-5,4749	0,000000
X2	0,345374	0,036682	0,263915	0,028030	9,4153	0,000000
X3	-0,098804	0,036682	-0,075500	0,028030	-2,6935	0,007555
X4	-0,356840	0,036682	-0,272677	0,028030	-9,7279	0,000000
X5	0,334393	0,036682	0,255524	0,028030	9,1159	0,000000
X6	0,106520	0,036682	0,081397	0,028030	2,9039	0,004019
X7	0,088620	0,036682	0,067718	0,028030	2,4159	0,016423
X8	0,489805	0,036682	0,374281	0,028030	13,3527	0,000000

Рис. 4. Результат регрессионного анализа в системе STATISTICA 6.1

Расчетное значение уровня значимости  $p$  (рис. 4) подтверждает высокую значимость всех коэффициентов ( $B$ ) многофакторной регрессионной модели.

### Вывод

На основе исследования зависимости разброса геометрических характеристик сварных точечных соединений от технологических режимов их изготовления разработана многофакторная регрессионная модель для оценки и прогнозирования качества неразъемных соединений на стадиях их проектирования и изготовления. Использование модели позволяет уменьшить неопределенность информации при выборе технологических режимов и повысить эффективность управления многофакторным процессом изготовления соединений.

### Список литературы

- ГОСТ 19521-74 Сварка металлов. Классификация.
- Козловский С.Н. Основы теории и технологии программированных режимов контактной точечной сварки: монография / С.Н. Козловский. – Красноярск: СибГАУ, 2006. – 260 с.
- Кочергин К.А. Контактная сварка / К.А. Кочергин. – Л.: Машиностроение, 1987. – 240 с.
- Чулошников П.Л. Контактная сварка. В помощь рабочему-сварщику / П.Л. Чулошников. – М.: Машиностроение. – 1977. – 144 с.

5. Бурмистров В.П. Обеспечение качества неразъемных соединений и полуфабрикатов / В.П. Бурмистров. – Л.: Машиностроение, 1985. – 223 с.

6. ГОСТ 3242-79 Соединения сварные. Методы контроля качества.

7. ГОСТ 18353-79 Контроль неразрушающий. Классификация видов и методов.

8. ГОСТ 25997-83 Сварка металлов плавлением. Статистическая оценка качества по результатам неразрушающего контроля.

9. Исаев И.Е. Статистическая оценка качества сварных соединений / И.Е. Исаев // Надежность и контроль качества. – 1973. – №3. – С. 17-19.

10. ГОСТ 15878-79 Контактная сварка. Соединения сварные. Конструктивные элементы и размеры. – М.: Издательство стандартов. 1979 – 10 с.

11. Петрунин Ю.Ю. Информационные технологии анализа данных. Data analysis: учеб. пособие. / Ю.Ю.Петрунин. – 2-е издание. – М.: КДУ, 2010. – 292 с.

12. Федин С.С. Многофакторное прогнозирование качества изготовления неразъемных соединений / С.С. Федин, Н.А. Зубрецька // Системы обработки информации. – 2011. – Вып. 8(98). – С. 130-134.

13. Винарський М.С. Планування експерименту в технологічних дослідженнях / М.С. Винарський, М.В. Лурье. – К.: Техніка, 1975. – 168 с.

Поступила в редколлегию 21.05.2012

Рецензент: д-р техн. наук, доц. С.С. Федин, Киевский национальный университет технологий и дизайна, Киев.

### ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЯКОСТІ НЕРОЗ'ЄМНИХ З'ЄДНАНЬ НА ОСНОВІ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ БАГАТОВИМІРНИХ ДАНИХ

Н.А. Зубрецька

Розроблено багатифакторну регресійну модель для оцінки і прогнозування якості нероз'ємних з'єднань на стадіях їх проектування і виготовлення. Використання моделі дає можливість зменшити невизначеність інформації при виборі технологічних режимів багатифакторного процесу виготовлення нероз'ємних зварних з'єднань.

**Ключові слова:** оцінка і прогнозування якості, зварні точкові з'єднання, багатовимірний аналіз даних, багатифакторна регресійна модель.

### EVALUATION AND FORECASTING OF BONDED JOINTS QUALITY BASED ON REGRESSION ANALYSIS OF MULTIVARIABLE DATA

N.A. Zubretskya

A multifactorial regression model used for evaluation and forecasting of bonded joints quality at the design, manufacture and operation stage was developed. Using of this model allow to reduce of selection uncertainty of optimal process parameters and increase the level of manufacturing process control of bonded joints.

**Keywords:** evaluation and forecasting of quality, weld joints, multidimensional data analysis, a multifactorial regression model.