

УДК 621.67,535

О.А. Моргун

Європейський університет, Київ

## ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ЗГОРТАЛЬНОГО КОДУВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ У ВИСОКОШВИДКІСНИХ СИСТЕМАХ ЦИФРОВОГО ЗВ'ЯЗКУ

Представлена стаття присвячена дослідженням особливостей загортого кодування інформації у високошвидкісних системах цифрового зв'язку.

**Ключові слова:** виправляюча здатність, згортого коди, кодек, самоортогональні коди.

### Вступ

Останніми роками значна увага приділяється вивченню різних аспектів теорії і практики використання згортого кодів, обробка яких, на відміну від блокових кодів, ведеться безперервним методом. Вживання згортого кодів дозволяє, при порівнянні з блоковими кодами обчислювальній складності обробки, забезпечити істотно вищу коректувальну здатність, яка найбільшою мірою наближається до теоретичної шенонівської границі, а також виключає необхідність блокової синхронізації, спрощує узгодження модему з кодеком, полегшує контроль якості каналу і т.п. Особливу зацікавленість представляє використання згортого кодів при високошвидкісній передачі інформації, оскільки в даному випадку

якнайповніше використовується пропускна спроможність каналу при збереженні коректувальних властивостей коду.

У зв'язку з актуальністю завдання розробки і впровадження високошвидкісних систем зв'язку, істотний науковий і практичний інтерес представляє дослідження специфіки застосування методів згортого кодування та визначення оптимальних для даних систем характеристик згортого кодів [1, 2].

### Основна частина

З цією метою представляється доцільним провести порівняльний аналіз найважливіших властивостей відомих алгебраїчних й імовірнісних способів декодування згортого кодів. Основні результати аналізу приведені в табл. 1.

Таблиця 1

Основні результати аналізу

№ з/п	Порівнювана властивість	Спосіб декодування		
		Імовірнісне декодування		
		Алгебраїчне декодування (порогове або мажоритарне)	Декодування за алгоритмом Вітербі (по критерію максимальної правдоподібності)	Послідовне декодування
1	2	3	4	5
1	Допустима швидкість передачі	Максимальна (особливо при аналоговій реалізації кодеку)	Середня (при аналоговій реалізації кодеку – підвищена)	Мінімальна
2	Допустима кодова швидкість	Максимальна	Мінімальна	Середня
3	Коректувальна здатність I (по відношенню до одиночних помилок)	Максимальна	Середня	Мінімальна (обмежена перш за все вірогідністю переповнювання буферної пам'яті)
4	Коректувальна здатність II (по відношенню до пачок помилок)	Максимальна (особливо при використанні спеціальних, в першу чергу дифузних, кодів)	Мінімальна	Середня (обмежена перш за все вірогідністю переповнювання буферної пам'яті)
5	Вплив ефектів "розмноження" помилок в декодері	Мінімальне (особливо при дефінітному декодуванні)	Середнє	Максимальне
6	ЕВК (енергетичний виграш унаслідок кодування)	Мінімальний (при аналоговій реалізації кодеку – на 1-2 дБ вище)	Середній	Максимальний

1	2	3	4	5
7	Вартість	Мінімальна	Максимальна (у 100 і більше разів перевищує вартість порогового кодексу)	Середня (у 10-100 разів перевищує вартість порогового кодексу)
8	Складність	Мінімальна	Максимальна	Середня
9	Вимоги до об'єму буферної пам'яті	Мінімальні	Середні	Максимальні
10	Число операцій, що необхідне для декодування одного інформаційного символу	Мінімальне (особливо при паралельній (порозрядної) обробці інформації в декодері) фіксоване	Мінімальне, фіксоване	Середнє, випадкове
11	Вимоги до швидкодії декодеру	Мінімальні	Максимальні	Середні
12	Вимоги до точності фазової синхронізації	Мінімальні	Середні	Максимальні
13	Вимоги до якості використовуваного каналу	Мінімальні	Середні	Максимальні
14	Міра стійкості до змін характеристик використовуваного каналу	Максимальна	Середня	Мінімальна
15	Клас згортальних кодів, що допускає даний спосіб декодування	Обмежений	Широкий	Широкий

У міру підвищення швидкості передачі інформації значущість властивостей 1, 2, 5, 7-14 (у порівнянні з властивостями 3, 4, 6, 15, що грають важливу роль в низько- та середньошвидкісних системах цифрового зв'язку) зростає. Відповідним чином підвищується і міра практичної доцільності використання алгебраїчних способів декодування, тоді як вживання імовірнісних алгебраїчних методів декодування (особливо послідовного декодування) стає більш незручним. Тому для систем цифрового зв'язку з швидкостями передачі інформації порядку сотень мегабіт в секунду і вище, найбільш припустимим, на нашу думку, є алгебраїчний спосіб декодування згортальних кодів. Враховуючи також, що при вказаних швидкостях передачі інформації визначальну роль починають грати чинники складності апаратної реалізації кодеків [2, 3], використання систематичних згортальних кодів стає досить незручним.

Вживання систематичних згортальних кодів з постійними параметрами дозволяє усунути явища катастрофічного поширення помилок і значною мірою спростити схему й алгоритм роботи кодексу [2], однак призводить до деякого зниження коректуральної здатності даного коду. Зокрема, показник експонент у формулах для верхніх і нижніх границь імовірності помилкового декодування відповідно до теореми Бачера і Хеллера (1) необхідно помножити на величину

$$1 - R_k = 1 - \frac{k}{n}, \quad (1)$$

де  $R_k$  – кодова швидкість  $R_k = \frac{k}{n}$ ;

$n$  – “довжина” кодової комбінації (кількість символів в кодовій комбінації);

$k$  – кількість інформаційних символів в кодовій комбінації (в разі завадостійкого, тобто надлишкового кодування  $k < n$ ).

Певний вииграш у величині ЕВК (~1-2 дБ) забезпечується в разі аналогової реалізації алгебраїчного способу декодування, що забезпечує також можливість істотного підвищення швидкодії кодексу [2, 3].

Додаткове підвищення швидкодії кодексу може бути досягнуте шляхом паралельної (порозрядної) обробки кодових комбінацій символів, що дозволяє значною мірою ослабити швидке збільшення необхідної швидкості виконання операцій, що має місце при зростанні кодової швидкості для кодеків з послідовною обробкою інформації. Деяке спрощення кодексу при одночасному зменшенні глибини поширення помилок має місце також у разі дефінітного декодування самоортогональних згортальних кодів, що, однак, зв'язано з певним зниженням їх коректуральної здатності [3, 4].

Визначимо оптимальні для високошвидкісних ліній цифрового зв'язку параметри згортальних ко-

дів. Відзначимо перш за все, що великі труднощі організації широкосмугових каналів високошвидкісної передачі цифрової інформації (1) обумовлюють доцільність використання кодів з мінімальною надмірністю, тобто з підвищеними значеннями кодової швидкості  $R_k$ .

Дійсно, введення  $(n+k) = j$  надлишкових перевірючих символів при заданій смузі каналу призводить до зростання міжсимвольних спотворень в  $R_k^{-2} = [n/(n-j)]^2$  раз, і отже, до відповідного погіршення умов прийому сигналів. Таким чином, найбільш переважними з даної точки зору є згортальні коди з мінімальним числом перевірючих символів  $(n-k) = (n-k)_{\min} = 1 = j_{\min}$ , в кодовій комбінації максимально можливої довжини  $n$ , тобто  $R_k = (n-1)/n$ .

У той же час необхідно враховувати, що із збільшенням  $n$  зростають вимоги до якості використовуваного каналу зв'язку та знижується виграш в завадостійкості. Зокрема, аналіз результатів розрахунків, виконаних на ЕЦВМ ЕС-1033 при дефінітному пороговому декодуванні систематичних самоортогональних кодів Робінсона і Бернштейна та наведених у табл. 2, показує, що довгі згортальні коди із значеннями  $n = 8, 9$  доцільно використовувати лише в порівняно "хороших" каналах зв'язку з  $p_{\Pi} \leq 10^{-3} - 10^{-4}$ , причому чималий (три порядки і більш) виграш у вірогідності помилки має місце лише при  $p_{\Pi} \leq 10^{-4}$ .

У табл. 2 і 3 верхній рядок відповідає  $i = 2$ , а нижній  $l = 3$ .

Тут  $p_{\Pi}$  – вихідна вірогідність помилки, що характеризує якість використовуваного каналу зв'язку;  $l$  – кількість помилок, що виправляються, в системі з кодуванням;  $p_E$  і  $p_{\Pi D}$  – відповідно еквівалентна вірогідність помилки і вірогідність помилкового декодування в цій системі [1], причому:

$$p_{\Pi D} = 1 - \sum_{i=0}^l c_n^i p_{\Pi}^i (1-p_{\Pi})^{n-i}, \quad (2)$$

$$p_E = 1 - \left[ \sum_{i=0}^l c_n^i p_{\Pi}^i (1-p_{\Pi})^{n-i} \right]^{1/k} \Big|_{k=n-1} = 1 - \left[ \sum_{i=0}^l c_n^i p_{\Pi}^i (1-p_{\Pi})^{n-i} \right]^{1/n-1}, \quad (3)$$

де  $c_n^i$  – число поєднань з  $n$  по  $i$ .

Крім того, збільшення кодової швидкості  $R_k$  супроводжується ускладненням кодеку і алгоритму його роботи, зокрема, зростає зв'язність  $n_E$  і довжина кодового сигналу  $n_A$ .

Залежність теоретичних значень зв'язності і довжини кодового обмеження самоортогональних кодів від їх виправляючої здатності величини кодової швидкості наведена в табл. 2.

Тут

$$n_E = 1 + \sum_{i=1}^J n_i, \quad (4)$$

причому верхню границю зв'язності  $n_E$  можна знайти з формули

$$n_E \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{R_k}{1-R_k} J^2 + \frac{1}{2} kJ + 1 + \frac{1}{2} r \left( k - r \frac{R_k}{1-R_k} \right), \quad (5)$$

де  $J$  – кількість синдромів (ортогональних перевірок);

$n_j$  – число шумових символів (окрім  $l_0^{(1)}$ ), контрольованих,  $i$ -ою перевіркою ( $i \in [1, J]$ ):

$$r \equiv J_{\text{mod}}(n-k), \quad (6)$$

тобто

$$0 \leq r < n-k. \quad (7)$$

Оскільки в даному випадку  $k = n-1$  і, а звідси  $n-k = 1$ , то  $r = 0$ . Тому вираз (4) можна переписати у вигляді:

$$n_E \leq \frac{1}{2} \cdot (n-1)J^2 + \frac{1}{2} (n-1)J + 1. \quad (8)$$

Аналіз показує, зокрема, що за наявності чималого захисного інтервалу, порівнянного з величиною  $n_A$  (або в разі дефінітного декодування), підвищення значення  $R_k$  шляхом збільшення довжини кодових комбінацій забезпечує також можливість корекції і пачок помилок завдовжки  $2\beta \leq n-1$  (при  $l=2, 3$ ).

У цілому необхідно зробити наступний висновок: ефективність згортального кодування у високошвидкісних системах передачі цифрової інформації значною мірою визначається реальними можливостями апаратної реалізації швидкодіючих кодеків для обробки кодів з великими кодovими швидкостями. Також ефективність згортального кодування істотно залежить від якості використовуваних каналів зв'язку.

Розглянемо деякі особливості вживання методів згортального кодування цифрової інформації у високошвидкісних каналах зв'язку з пам'яттю (тобто з групуванням помилок передачі в пакети). Відзначимо, перш за все, що в даних каналах разом з пакетами помилок змінної "довжини" можуть мати місце і незалежні одиночні помилки.

Це суттєво обмежує можливості вживання порівняно простого методу Івардари-Мессі, що дозволяє надійно виправити лише фіксовані (і апріорно відомі) конфігурації пакетів і незалежних одиночних помилок [2 – 4].

Таблиця 2

Залежність теоретичних значень зв'язності і довжини кодового обмеження самоортогональних кодів від їх виправляючої здатності

$R_k = \frac{n-1}{n}$	$P_{\Pi} = 10^{-2}$		$P_{\Pi} = 10^{-3}$		$P_{\Pi} = 10^{-4}$		$P_{\Pi} = 10^{-5}$	
	РГД	РЕ	РГД	РЕ	РГД	РЕ	РГД	РЕ
1/2	$1,14 \cdot 10^{-4}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$	$1,19 \cdot 10^{-7}$	$1,19 \cdot 10^{-7}$	$1,20 \cdot 10^{-10}$	$1,20 \cdot 10^{-10}$	$1,20 \cdot 10^{-13}$	$1,20 \cdot 10^{-13}$
	$5,22 \cdot 10^{-5}$	$5,22 \cdot 10^{-5}$	$5,90 \cdot 10^{-9}$	$5,90 \cdot 10^{-9}$	$5,98 \cdot 10^{-13}$	$5,98 \cdot 10^{-13}$	$1,91 \cdot 10^{-16}$	$1,91 \cdot 10^{-16}$
2/3	$8,59 \cdot 10^{-4}$	$4,30 \cdot 10^{-4}$	$9,57 \cdot 10^{-7}$	$4,79 \cdot 10^{-7}$	$9,67 \cdot 10^{-10}$	$4,83 \cdot 10^{-10}$	$9,69 \cdot 10^{-13}$	$4,84 \cdot 10^{-13}$
	$6,86 \cdot 10^{-4}$	$3,43 \cdot 10^{-4}$	$8,88 \cdot 10^{-8}$	$4,44 \cdot 10^{-8}$	$9,11 \cdot 10^{-12}$	$4,56 \cdot 10^{-12}$	$1,16 \cdot 10^{-15}$	$5,69 \cdot 10^{-16}$
3/4	$3,32 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$3,98 \cdot 10^{-6}$	$1,33 \cdot 10^{-6}$	$4,05 \cdot 10^{-9}$	$1,35 \cdot 10^{-9}$	$4,06 \cdot 10^{-12}$	$1,35 \cdot 10^{-12}$
	$4,17 \cdot 10^{-3}$	$1,39 \cdot 10^{-3}$	$6,45 \cdot 10^{-7}$	$2,15 \cdot 10^{-7}$	$6,74 \cdot 10^{-11}$	$2,24 \cdot 10^{-11}$	$7,28 \cdot 10^{-15}$	$2,41 \cdot 10^{-15}$
4/5	$6,99 \cdot 10^{-3}$	$1,75 \cdot 10^{-3}$	$8,90 \cdot 10^{-6}$	$2,22 \cdot 10^{-6}$	$9,11 \cdot 10^{-9}$	$2,28 \cdot 10^{-9}$	$9,14 \cdot 10^{-12}$	$2,28 \cdot 10^{-12}$
	$9,04 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$1,56 \cdot 10^{-6}$	$3,91 \cdot 10^{-7}$	$1,65 \cdot 10^{-10}$	$4,13 \cdot 10^{-11}$	$1,71 \cdot 10^{-14}$	$4,27 \cdot 10^{-15}$
7/8	$3,71 \cdot 10^{-2}$	$5,38 \cdot 10^{-3}$	$5,90 \cdot 10^{-5}$	$8,43 \cdot 10^{-6}$	$6,19 \cdot 10^{-8}$	$8,84 \cdot 10^{-9}$	$6,22 \cdot 10^{-11}$	$8,88 \cdot 10^{-12}$
	$8,20 \cdot 10^{-2}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$2,25 \cdot 10^{-5}$	$3,57 \cdot 10^{-6}$	$2,80 \cdot 10^{-9}$	$4,00 \cdot 10^{-13}$	$2,84 \cdot 10^{-13}$	$4,06 \cdot 10^{-14}$
8/9	$5,40 \cdot 10^{-2}$	$6,91 \cdot 10^{-3}$	$9,29 \cdot 10^{-5}$	$1,16 \cdot 10^{-5}$	$9,82 \cdot 10^{-8}$	$1,23 \cdot 10^{-8}$	$9,87 \cdot 10^{-11}$	$1,23 \cdot 10^{-11}$
	$1,40 \cdot 10^{-2}$	$1,87 \cdot 10^{-2}$	$5,43 \cdot 10^{-5}$	$6,78 \cdot 10^{-6}$	$6,24 \cdot 10^{-9}$	$7,80 \cdot 10^{-10}$	$2,84 \cdot 10^{-13}$	$7,93 \cdot 10^{-14}$

Таблиця 3

Аналіз кодової швидкості

Зв'язність	Кодова швидкість							
	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	6/7	7/8	8/9
	11	21	31	41	51	61	71	81
	22	43	64	85	106	127	148	169
Довжина кодового обмеження	14	39	76	125	186	259	344	441
	32	93	184	305	456	637	848	1089

З іншого боку, значні технічні труднощі запам'ятовування великих об'ємів цифрової інформації та організації повторної високошвидкісної передачі помилково прийнятих дискретних повідомлень утрудняють використання інформаційного зворотного зв'язку.

Для високошвидкісних каналів з пам'яттю, як правило, недостатньо ефективні і відомі способи переміщення ("перемішування"), символів, а також методи каскадного кодування, причому використання останніх супроводиться істотним ускладненням кодеку і введенням значної надмірності (перш за все супроводиться на зовнішньому рівні кодування) [1, 4].

Таким чином, для даного випадку прийнятні, на нашу думку, лише метод Галагера, заснований на вживанні адаптивного кодеку, а також метод дифузного кодування, що використовує, як правило, асимптотично оптимальні самоортогональні коди Тонга.

При цьому, для виправлення методів Галагера пачки помилок "довжиною"  $2\beta$  символів потрібний порівняно невеликий захисний інтервал – не менше  $[2(\beta+10+k_1+k_2)-1]$  символів, де значення коефіцієнтів  $k_1$  і  $k_2$  звичайно значно менше величини  $\beta$ . З іншого боку, вживання дифузних кодів дозволяє досить ефективно виправляти різні конфігурації одиночних незалежних пачок із  $2\beta$  помилок і менше, проте при цьому потрібний більш довгий захисний інтервал  $(6\beta+2)$  символів.

Необхідно відзначити також, що збільшення кодової швидкості дифузних кодів супроводиться швидким зростанням складності схеми і алгоритму роботи дифузного кодеку.

Зокрема, довжина кодового обмеження, що визначається за формулою [1, 4]:

$$n_{\text{Лдиф}} = \frac{R_k}{1-R_k} \left( \frac{J}{2} - 2 \right) 2\beta, \quad (9)$$

швидко збільшується при зростанні таких величин, як  $R_k$  і  $2\beta$ .

## Висновки

У даний час практично можливо реалізовувати кодеки для дифузних кодів з порівняно невисокими кодovими швидкостями. Як бачимо, для  $R_k \leq 4/5$  і  $2\beta \leq 10^2$  використання методу дифузного кодування є якнайкраще. При цьому, необхідно враховувати також, що вживання дифузних кодів з великою кількістю наступних підряд нулів може періодично призводити до зриву синхронізації. Тому, при досить довгих серіях помилок  $2\beta \geq 10^3$ , доцільніше використовувати адаптивні кодаки Галагера, які при виявленні пачки помилок автоматично переходить до режиму їх виправлення, а іншим часом знаходяться в режимі виправлення одиночних незалежних помилок [2, 4].

Разом з тим, значна складність схеми й апаратної реалізації даних кодеків обмежує можливості їх практичного застосування у високошвидкісних системах цифрового зв'язку.

## Список літератури

1. Богданович Б.М. Радиоприемные устройства / Б.М. Богданович, Н.И. Окулин. – Минск: Высшая школа, 1991. – 428 с.
2. Гуткин Л.С. Проектирование радиосистем и радиоустройств / Л.С. Гуткин. – М.: Радио и связь, 1986. – 288 с.
3. Моргун А.А. Методический аппарат повышения качества функционирования системы контроля и анализа космической обстановки / А.А. Моргун. – К.: ГП «ЦНИИ НиУ», НАОУ, 2008. – 264 с.
4. Игнатов В.И. Теория информации и передачи сигналов / В.И. Игнатов. – М.: Радио и связь, 1991. – 280 с.

Надійшла до редколегії 4.05.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, Полтава.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ СВЕРТЫВАЮЩЕГО КОДИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ СИСТЕМАХ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

А.А. Моргун

*Представленная статья посвящена исследованию особенностей свертывающего кодирования информации в высокоскоростных системах цифровой связи.*

**Ключевые слова:** исправляющая способность, сверточные коды, кодек, самоортогональные коды.

## STUDY OF THE COLLAPSES ENCODING INFORMATION IN HIGH-SPEED DIGITAL COMMUNICATION SYSTEMS

А.А. Morgun

*The presented paper is devoted to research features of clotting coding in high-speed digital communication systems.*

**Keywords:** correcting capability, convolutional codes, codes, self-orthogonal codes.