

Радиоэлектронні системи

УДК 681.5

А.А. Кабанов, В.А. Крамарь

Севастопольский национальный технический университет, Севастополь

РАДИОЭЛЕКТРОННАЯ СИСТЕМА СУБОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ГУСЕНИЧНЫМ РОБОТОМ

В работе рассматривается задача синтеза радиоэлектронной системы управления движением гусеничного мобильного робота с субоптимальным в смысле минимизации квадратичного критерия качества законом управления. При проектировании данной субоптимальной системы используется метод теории сингулярных возмущений, основанный на понижении порядка системы и упрощенном представлении регулятора. Этот факт позволяет существенно упростить реализацию регулятора на микроконтроллере и уменьшить вычислительные затраты. В статье приводятся результаты моделирования и экспериментальных испытаний.

Ключеві слова: гусеничний робот, субоптимальное управление, сингулярное возмущение, микропроцессорная система.

Введение

Область разработки и применения малых мобильных роботов (МР) сегодня является одной из наиболее активно развивающихся областей, как в сфере образования и науки, так и в сфере народного хозяйства. Благодаря небольшой массе, низкой стоимости, хорошей гарантоспособности и гибким возможностям передвижения малые наземные роботы стали мощным инструментом решения разнообразных задач многих направлений в технике и научных исследованиях.

Сегодня существует большое количество МР с различными возможностями и дизайном (гусеничные, колесные, гибридные и др.), для которых ставятся и решаются задачи моделирования и синтеза систем стабилизации, траекторного и терминального управления [1 – 5]. В большинстве своем решения, предлагаемые для синтеза управлений, основаны только на геометрических представлениях и определяются кинематической моделью МР [1, 2]. В этом смысле более общим и соответствующим реальности является подход, учитывающий как кинематику объекта управления, так и его динамические свойства. Здесь, например, можно отметить работы [3, 4], в которых авторы используют симбиоз кинематических и динамических законов управления. Последние, являясь результатом решения оптимизационных задач, позволяют достичь высокого качества системы управления. Однако, усложнение задачи управления, вызванное введением в рассмотрение динамики объекта, приводит к ряду проблем, связанных с реализацией законов управления в реальном масштабе времени на микропроцессорных системах, работающих автономно. Это обстоятельство

приводит к тому, что на практике многие мощные методы теории управления уступают более простым, нересурсоемким.

Настоящая работа посвящена решению задачи синтеза радиоэлектронной системы управления движением гусеничного МР с субоптимальным в смысле минимизации квадратичного критерия качества законом управления. В основе синтеза данной субоптимальной системы лежит метод теории сингулярных возмущений, основанный на понижении порядка системы и упрощенном представлении регулятора [6]. Этот факт позволяет существенно упростить реализацию регулятора на микроконтроллере в масштабе реального времени.

Статья построена следующим образом: первый раздел содержит описание объекта управления, его аппаратной части; во втором разделе приводятся математические модели динамики и кинематики; процесс разработки и синтеза субоптимального закона управления представлен в третьем разделе; результаты моделирования и экспериментальных исследований синтезированной системы показаны в четвертом разделе; в заключении представлены основные выводы по проведенным исследованиям.

1. Описание объекта управления

Объектом исследования является МР, построенный на базе гусеничного шасси Rover5 производства фирмы DAGU (рис. 1). В качестве устройства управления используется контроллер Orangutan SVP-324p фирмы Pololu Corporation на базе микроконтроллера ATmega324p от Atmel, интерфейс беспроводной связи реализован на основе usb-программируемого модуля беспроводной связи Wixel от Pololu Corporation.

Линейные размеры робота: длина гусеницы $l = 0.245$, м; радиус ведущего колеса $r = 0.03$, м; расстояние от центра МР до гусеницы $d = 0.19$, м; Масса робота $m = 0.83$, кг. Параметры электродвигателей: номинальное напряжение $U_n = 7.2$, В; сопротивление якоря $R_m = 100$, Ом; индуктивность якоря $L = 0.0123$, Гн; передаточное число редуктора $n = 86.8$; разрешение энкодера 1000 импульсов на 3 оборота ведущего колеса.

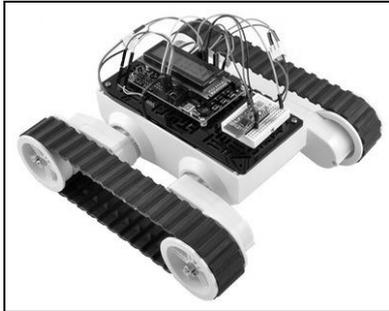


Рис. 1. Гусеничный робот Rover 5

2. Математические модели МР

2.1 Модель кинематики. Рассматриваем движение МР на плоскости (рис. 2). Исходя из рис. 2, кинематическую модель гусеничного робота запишем в виде [1, 2, 5]:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= V \cos \varphi = \frac{V_1 + V_2}{2} \cos \varphi, \\ \frac{dY}{dt} &= V \sin \varphi = \frac{V_1 + V_2}{2} \sin \varphi, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega = \frac{V_2 - V_1}{2d}, \end{aligned} \quad (1)$$

где X, Y – текущее положение МР в земной системе координат; V_1, V_2, V – линейные скорости левой, правой гусениц и самого МР соответственно; ω – угловая скорость МР; φ – угол между вектором скорости V и осью X .

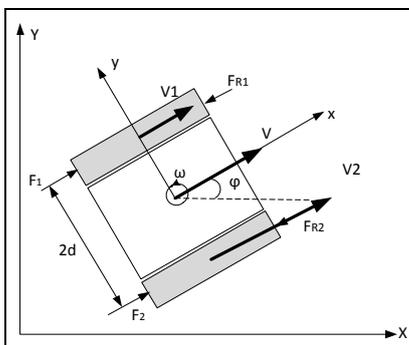


Рис. 2. Схема сил при движении МР на плоскости

2.2 Модель динамики. Динамические уравнения движения МР в горизонтальной плоскости в соответствии с рис. 2 имеют вид:

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - F_R, \quad J \frac{d\omega}{dt} = M_T - M_R, \quad (2)$$

где F_T – сила тяги; F_R – сила сопротивления; M_T – вращающий момент; M_R – момент сил сопротивления.

Сила тяги F_T определяется суммой сил тяги гусениц $F_T = F_1 + F_2$, которые равны [5]:

$$F_i = \frac{M_i \cdot n}{r}, \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

где n – передаточное отношение редуктора; r – радиус ведущего колеса; M_i – крутящий момент двигателя. В исследуемом роботе Rover5 используются двигатели постоянного тока (считаем, что оба двигателя являются полностью идентичными), в такой ситуации крутящий момент каждого двигателя можно выразить так [1, 3]:

$$M_i = c_m \cdot I_i, \quad i = 1, 2,$$

где c_m – постоянная момента двигателя; I_i – ток в якорной обмотке двигателя, который можно выразить из уравнения для напряжений:

$$L \frac{dI_i}{dt} = -R_m I_i - c_e \omega_{r1} + U_i, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

где R_m, L – сопротивление и индуктивность якорной обмотки двигателя; c_e – постоянная э.д.с. двигателя; ω_{r1} – угловая скорость вращения двигателя; U_i – напряжение в цепи якоря двигателя.

Угловая скорость вращения двигателя и линейная скорость гусеницы связаны следующим соотношением (при условии отсутствия проскальзывания гусеницы):

$$V_i = \omega_{r1} \cdot \frac{r}{n}, \quad i = 1, 2.$$

Из (1) несложно показать, что

$$\omega_{r1} = \frac{n}{r} (V + d\omega), \quad \omega_{r2} = \frac{n}{r} (V - d\omega).$$

Учитывая последние выражения, уравнения (4) можно преобразовать к виду:

$$L \frac{dI_1}{dt} = -R_m \cdot I_1 - \frac{c_e \cdot n}{r} (V + d \cdot \omega) + U_1, \quad (5)$$

$$L \frac{dI_2}{dt} = -R_m \cdot I_2 - \frac{c_e \cdot n}{r} (V - d \cdot \omega) + U_2.$$

Вращающий момент согласно [1, 5] равен:

$$M_T = (F_2 - F_1)d = \frac{n \cdot c_m \cdot d}{r} (I_2 - I_1). \quad (6)$$

Силы и момент сопротивления в свою очередь могут быть определены так [5]:

$$F_R = \mu_X mg, \quad M_R = \mu_Y \frac{mgl}{3}, \quad (7)$$

где μ_X, μ_Y – коэффициенты продольного и поперечного трения; g – ускорение свободного падения.

Объединяя уравнения (2) – (7), получим математическую модель динамики гусеничного МР:

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= \frac{c_m \cdot n}{r} (I_1 + I_2) - \mu_X mg, \\ J \frac{d\omega}{dt} &= \frac{c_m \cdot n \cdot d}{r} (I_2 - I_1) - \mu_Y \frac{mgl}{3}, \\ L \frac{dI_1}{dt} &= -R_m \cdot I_1 - \frac{c_e \cdot n}{r} (V + d \cdot \omega) + U_1, \\ L \frac{dI_2}{dt} &= -R_m \cdot I_2 - \frac{c_e \cdot n}{r} (V - d \cdot \omega) + U_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Модель (8) удобно записать в векторно-матричной форме пространства состояний:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu + Dw, \quad x(0) = x_0, \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (9)$$

где обозначено

$$\begin{aligned} x &= \begin{pmatrix} V \\ \omega \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} V \\ \omega \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1 & a_1 \\ 0 & 0 & -a_2 & a_2 \\ -a_3 & -a_4 & -a_5 & 0 \\ -a_3 & a_4 & 0 & -a_5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & b_1 \end{pmatrix}, \\ C &= \frac{n}{r} \begin{pmatrix} 1 & d & 0 & 0 \\ 1 & -d & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -d_1 & 0 \\ 0 & -d_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{c_m \cdot n}{r \cdot m}, \quad a_2 = a_1 \cdot \frac{d \cdot m}{J}, \quad a_3 = \frac{c_e \cdot n}{r \cdot L}, \quad a_4 = a_3 \cdot d, \\ a_5 &= \frac{R_m}{L}, \quad b_1 = \frac{1}{L}, \quad d_1 = \mu_X g, \quad d_2 = \frac{\mu_Y mgl}{3J}. \end{aligned}$$

Здесь следует сказать, что аппаратная часть робота Rover5 позволяет измерять только угловые скорости вращения двигателей ω_{r1} и ω_{r2} , следовательно, вектор выхода y представляет собой линейную комбинацию первых двух элементов вектора состояния x .

3. Разработка системы управления

3.1 Синтез закона управления. Как было сказано ранее в работе используется регулятор, субоптимальный в смысле интегрального квадратичного критерия качества.

Предположим, динамика объекта управления описывается матричным линейным уравнением (9). Введем функционал качества:

$$\rho = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (V^2 q_1 + \omega^2 q_2 + U_1^2 r_1 + U_2^2 r_2) dt,$$

или в векторно-матричной форме

$$\rho = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad (10)$$

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, 0, 0) \geq 0, \quad R = \text{diag}(r_1, r_2) > 0,$$

где « T » – знак транспонирования; « $\text{diag}(\dots)$ » – означает диагональную матрицу с указанными элементами на главной диагонали; q_1, q_2, r_1, r_2 – коэффициенты штрафов на состояние и управление.

Задача минимизации критерия (10) на движениях системы (9) хорошо известна [7]. Она имеет единственное решение при условии управляемости и наблюдаемости системы (9):

$$u = -R^{-1} B^T P x = Gx, \quad (11)$$

где P – решение матричного уравнения Риккати

$$0 = -A^T P - P A + P B^T R^{-1} B P - Q. \quad (12)$$

Основными недостатками такого решения являются, во-первых, вычислительные трудности, связанные с решением матричного уравнения Риккати в реальном времени, во-вторых, необходимость измерения всех компонентов вектора состояния для расчета управления.

В данном случае второй аспект наиболее остро ограничивает применение оптимального закона управления (11). Для преодоления указанного ограничения предлагается использовать субоптимальное управление, которое представляет собой асимптотическое приближение к исходному оптимальному.

Метод синтеза субоптимального управления основан на сингулярно возмущенном представлении системы и ее последующей редукции. При этом фазовые переменные принято разделять на «медленные» x_1 (медленно изменяющиеся) и «быстрые» x_2 (быстро изменяющиеся). Как правило «медленными» считают переменные, характеризующие траекторные перемещения, а «быстрыми» – переменные, описывающие внутренние процессы в системе.

В такой ситуации логичным является определить «медленными» переменными линейную и угловую скорости, а быстрыми – токи в двигателях робота. В итоге систему (9) можно переписать как

$$\frac{dx_1}{dt} = A_{12} x_2 + D_{11} w,$$

$$\lambda \frac{dx_2}{dt} = (A_{21} x_1 + A_{22} x_2 + B_2 u), \quad (12)$$

$$y = C_{11} x_1, \quad x_1(0) = x_{10}, \quad x_2(0) = x_{20},$$

$$x_1 = \begin{pmatrix} V \\ \omega \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} a_1 & a_1 \\ -a_2 & a_2 \end{pmatrix}, \quad A_{21} = \begin{pmatrix} -\bar{a}_3 & -\bar{a}_4 \\ -\bar{a}_3 & \bar{a}_4 \end{pmatrix},$$

где $A_{22} = \begin{pmatrix} -\bar{a}_5 & 0 \\ 0 & -\bar{a}_5 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$

$$C_{11} = \frac{n}{r} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 1 & -d \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -d_1 & 0 \\ 0 & -d_2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{a}_3 = \frac{c_e \cdot n}{r}, \quad \bar{a}_4 = \bar{a}_3 \cdot d, \quad \bar{a}_5 = R_m, \quad \lambda = L.$$

При достаточно малом λ и невырожденной матрице A_{22} вектор «медленных» переменных x_1 приближенно (с точностью до $O(\lambda)$, O – символ Ландау) можно описать вектором x_s , который определяется уравнением [6]

$$\begin{aligned} \frac{dx_s}{dt} &= A_s x_s + B_s u_s + D_{11} w, \quad x_s(0) = x_{s0}, \\ y &= C_{11} x_s, \end{aligned} \quad (13)$$

$$A_s = -A_{12} A_{22}^{-1} A_{21}, \quad B_s = -A_{12} A_{22}^{-1} B_2.$$

Решим задачу минимизации на движениях системы (13) критерия:

$$\rho_s = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x_s^T Q_s x_s + u_s^T R u_s) dt \rightarrow \min_{u_s}$$

$$Q_s = \text{diag}(q_1, q_2) \geq 0.$$

Оно (решение) имеет вид:

$$u_s = -R^{-1} B_s^T P_s = G_s x_s, \quad (14)$$

$$0 = -A_s^T P_s - P_s A_s + P_s B_s^T R^{-1} B_s P_s - Q_s.$$

Важно отметить то свойство решений (11) и (14), что при достаточно малом λ и гурвицевой матрице A_{22} выполняется асимптотическое равенство [6]

$$u = u_s + O(\lambda) = G_s x_1 + O(\lambda), \quad (15)$$

Нерешенным остается вопрос о реализации обратной связи по компонентам вектора x_1 . Здесь удобно воспользоваться выражением для выхода в системе (12), откуда можно выразить:

$$x_1 = C_{11}^{-1} y.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (15), окончательно имеем:

$$u = G_s C_{11}^{-1} y + O(\lambda). \quad (16)$$

Соотношения (13) – (16) являются математической основой для синтеза субоптимального управления движением МР, для расчета которого необходимо решать редуцированную задачу, что существенно упрощает реализацию.

3.2. Структура системы управления. Предлагается следующая структура системы управления МР (рис. 3). Кинематическая модель служит для расчета заданных линейной V_{ref} и угловой ω_{ref} скоростей движения робота, соответствующих заданной траектории X_{ref}, Y_{ref} . Модель динамики используется для расчета параметров субоптимального регулятора, процедура синтеза которого показана в подразделе 3.1. Сам регулятор реализован на микроконтроллере ATmega324p, который вырабатывает управляющие напряжения U_1, U_2 для двигателей робота в соответствии с заданным законом управления. Что касается измерения скоростей двигателей, то эта задача решается посредством применения двух квадратурных энкодеров.

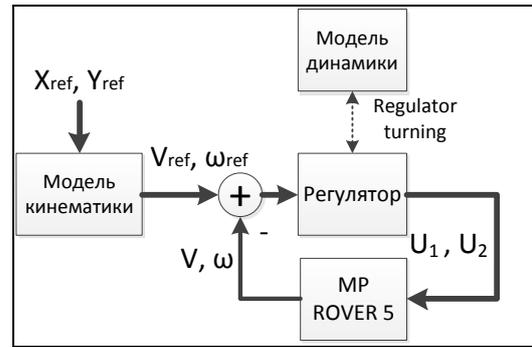


Рис. 3. Структурная схема системы управления

Результаты эксперимента

Для демонстрации эффективности разработанной субоптимальной системы управления используется численное моделирование в среде Matlab&Simulink. Математическая модель робота Rover5 представляет собой уравнения кинематики (1) и уравнения динамики (8). Параметры модели взяты такими, чтобы она соответствовала реальному роботу Rover5 (раздел 1). Результаты моделирования системы в Simulink представляют собой теоретические данные, которые затем сравниваются с результатами эксперимента на роботе Rover5.

Пакет Matlab&Simulink также применяется в качестве задатчика скоростей и регистратора сигналов. Для связи контроллера с Simulink в реальном времени применяется беспроводной интерфейс на базе микросхемы Wixel Wireless и средства Real Time Workshop [8].

В качестве первого эксперимента заданные скорости движения МР были взяты такими: $V_{ref} = 0.01$ м/с и $\omega_{ref} = 0.15$ рад/с. Этим значениям скоростей соответствует траектория типа окружность. Результаты эксперимента показаны на рис.4, где пунктиром показана заданная траектория, сплошная линия отражает траекторию Simulink-модели, а в виде квадрата со стрелкой отображается реальное положение Rover5 и его ориентация на плоскости.

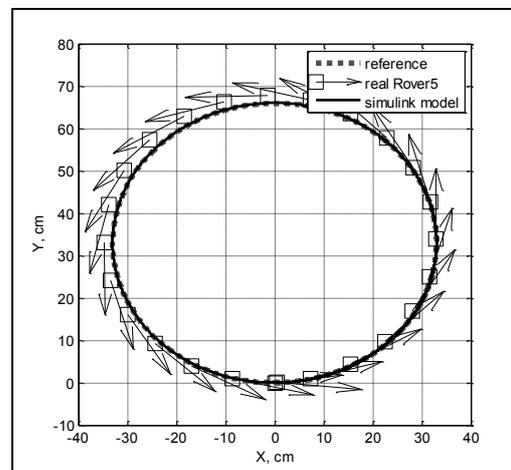


Рис. 4. Результаты обработки траектории окружность

На рис.5 показаны аналогичные результаты для случая, когда заданная траектория имеет вид восьмерки. Из результатов видно, что качество управления приемлемо. Однако из-за отсутствия средств автономной навигации, текущие координаты робота определяются на основе только показаний энкодеров. Поэтому приемлемое качество системы управления достигается лишь в случае, когда робот в начальный момент времени находится на заданной траектории.

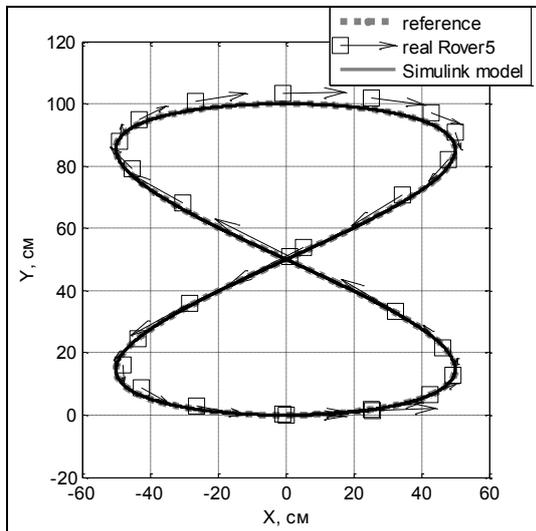


Рис. 5. Результаты отработки траектории «восьмерка»

Заключение

Настоящая работа посвящена разработке микропроцессорной системы управления гусеничным роботом Rover5. Поскольку Rover5 не имеет средств автономной навигации, то задача управления была сведена к стабилизации заданных линейной и угловой скоростей движения робота. Построена математическая модель робота Rover5, с помощью которой был выполнен синтез субоптимального закона

управления. Сам регулятор реализован на базе микроконтроллера ATmega324p. Обратная связь реализована с помощью квадратурных энкодеров. Дальнейшие исследования нужно направить на повышение точности системы и разработку модуля автономной навигации МР.

Список литературы

1. Мартыненко Ю.Г. Управление движением мобильных колёсных роботов / Ю.Г. Мартыненко // *Фундаментальная и прикладная математика* – 2005. – Т.11. – Вып. 8. – С. 29 – 80.
2. Kozłowski K. Modeling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot / K. Kozłowski, D. Pazderski // *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* – 2004. – Vol.14. – P. 477 – 496.
3. Sheng L. Stabilization and optimal control of nonholonomic mobile robot / L. Sheng, M. Gouligang, H. Weili // *Proc. of International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Kunming, China, 6-9th December 2004. – Kunming, 2004. – P. 1427 – 1430.*
4. Zhou B. Dynamic feedback tracking control of tracked mobile robots with estimated slipping parameters / B. Zhou, J. Han // *Proceedings of Int. Joint Conf. on neural networks, 2008, – P. 1991 – 1996.*
5. Wong J.Y. (Jo Yung). *Theory of ground vehicles: 3rd ed.* / J.Y. Wong. – NY.: John Wiley & Son Inc., 2001. – 528 p.
6. Kokotovic P.V. *Singular perturbation methods in control: analysis and design* / P.V. Kokotovic, H.K. Khalil, J. O'Reilly. – Academic Press: Orlando, 1986. – 371 p.
7. Квакернаак Х. *Линейные оптимальные системы управления* / Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М.: Мир, 1977. – 456 с.
8. Кетков Ю.Л. *MATLAB 7: программирование, численные методы* / Ю.Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М.М. Шульц. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.

Подано в редколлегию 27.06.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Д.Б. Кучер, Севастопольский национальный технический университет, Севастополь.

РАДІОЕЛЕКТРОННА СИСТЕМА СУБОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ГУСЕНИЧНИМ РОБОТОМ

О.О. Кабанов, В.О. Крамарь

В роботі розглядається задача синтезу радіоелектронної системи керування рухом гусеничного мобільного робота з субоптимальним в сенсі мінімізації квадратичного критерію якості законом керування. При проектуванні даної субоптимальної системи використовується метод теорії сингулярних збурень, заснований на зниженні порядку системи та спрощеному представленні регулятора. Цей факт дозволяє суттєво спростити реалізацію регулятора на мікроконтролері та зменшити обчислювальні витрати. У статті наводяться результати моделювання та експериментальних випробувань.

Ключеві слова: гусеничний робот, субоптимальне керування, сингулярне збурення, мікропроцесорна система.

ELECTRONIC SUBOPTIMAL CONTROL SYSTEM FOR TRACKED MOBILE ROBOT

A.A. Kabanov, V.A. Kramar

This paper is devoted to the problem of synthesis of electronic control system with sub-optimal control law in the sense of minimizing the quadratic performance for tracked mobile robot. Design of the sub-optimal control is based on singular perturbation method, the reduction of the system's order technique and a simplified representation of the regulator. This fact allows us to simplify the implementation of the regulator on the microcontroller and reduce the computational cost. The paper presents the results of simulation and experimental test.

Keywords: tracked robot, suboptimal control, singular perturbation, the microprocessor system.