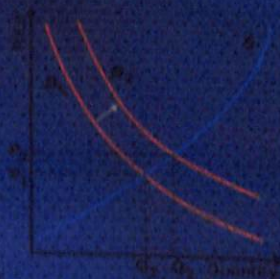


МІНІСТЕРСТВО ОБОРОНИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ПОВІТРЯНИХ СИЛ імені ІВАНА КОЖЕДУБА

О. К. Фурсенко, А. О. Дрогаченко

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ У ВІЙСЬКОВО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ

$\alpha = \max_i \min_j \alpha_{ij}$



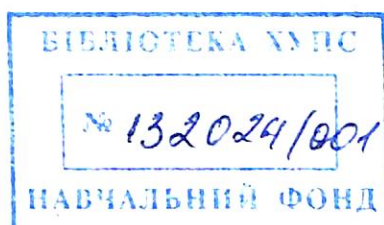
Харків
2020

МІНІСТЕРСТВО ОБОРОНИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ПОВІТРЯНИХ СИЛ імені ІВАНА КОЖЕДУБА

О. К. Фурсенко, А. О. Дрогаченко

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ У ВІЙСЬКОВО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ

Навчальний посібник



Харків
2020

УДК 519.2:355.233.1(075.8)

Ф95

*Затверджено для видання вченою радою
Харківського національного університету
Повітряних Сил імені Івана Кожедуба
(протокол № 14 від 29.08.2019 р.)*

Рецензенти: В. Д. Карлов, доктор технічних наук, професор (ХНУПС);
О. Л. Ямпольський, доктор фізико-математичних наук,
професор (ХНУ ім. В. Н. Каразіна).

Фурсенко О. К.

Ф95 Методи оптимізації у військово-прикладних задачах : навч. посіб. /
О. К. Фурсенко, А. О. Дрогаченко. – Х. : ХНУПС, 2020. – 140 с.

Навчальний посібник написано відповідно до навчальних програм дисципліни „Прикладна математика”. Посібник містить основні питання сучасних методів оптимізації, а також задачі військової спрямованості для аудиторної та самостійної роботи.

Буде корисним курсантам усіх спеціальностей, а також викладачам військово-спеціальних дисциплін.

УДК 519.2:355.233.1(075.8)

© Фурсенко О. К., Дрогаченко А. О., 2020

© Харківський національний університет Повітряних
Сил імені Івана Кожедуба, 2020

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	5
ВСТУП.....	6
1. Екстремум функцій n змінних без обмежень.....	7
1.1. Екстремум функцій n змінних.....	7
1.2. Градієнтний метод знаходження наближеного значення екстремуму для функцій двох змінних.....	8
1.3. Узагальнення градієнтного методу для випадку функції n змінних.....	11
1.4. Метод покоординатного спуску (МПС) і його порівняння з градієнтним методом.....	12
Завдання для самостійної роботи до розділу 1.....	15
2. Задача знаходження умових екстремумів. Метод Лангранжа.....	17
2.1. Умовний екстремум	17
2.2. Метод Лангранжа для знаходження умовних екстремумів функції двох змінних.....	18
2.3. Узагальнення методу Лангранжа на випадок n -змінних і m -обмежень.....	22
Завдання для самостійної роботи до розділу 2.....	23
3. Лінійне програмування	25
3.1. Задача математичного програмування.....	25
3.2. Постановка загальної задачі лінійного програмування (ЗЛП).....	26
3.3. Геометричний метод розв'язання ЗЛП.....	28
3.4. Жорданові перетворення.....	33
3.5. Зведення ЗЛП до канонічного вигляду.....	37
3.6. Симплексний метод розв'язання ЗЛП (СМ).....	39
3.7. Транспортна задача.....	46
Завдання для самостійної роботи до розділу 3.....	55
4. Найпростіша задача варіаційного числення.....	59
4.1. Поняття функціонала.....	59
4.2. Формулювання найпростішої задачі варіаційного числення.....	60
4.3. Деякі узагальнення найпростішої задачі.....	64
Завдання для самостійної роботи до розділу 4.....	66
5. Елементи теорії ігор.....	69
5.1. Предмет теорії ігор. Основні поняття.....	69
5.2. Матричні ігри двох гравців з нульовою сумою.....	70
5.3. Розв'язання матричних ігор.....	76

5.4. Розв'язання ігор як задачі лінійного програмування.....	87
5.5. Розв'язання матричної гри ітераційним методом.....	94
Завдання для самостійної роботи до розділу 5.....	101
6. Динамічне програмування.....	111
6.1. Постановка задачі.....	111
6.2. Застосування динамічного програмування.....	113
6.3. Задачі динамічного програмування, непов'язані з часом.....	120
6.4. Задачі динамічного програмування з мультиплікативним критерієм	122
Завдання для самостійної роботи до розділу 6.....	127
ЛІТЕРАТУРА.....	138

ПЕРЕДМОВА

Посібник створено на основі досвіду викладання авторами курсу „Прикладна математика” у ХНУПС імені Івана Кожедуба. Він відповідає державним програмам із цієї дисципліни.

При вивченні курсу прикладної математики, особливо такого розділу, як методи оптимізації, значну частину матеріалу курсантам доводиться опрацьовувати самостійно. Тому виникла потреба в навчальному посібнику, який систематизував би навчальний матеріал, що полегшить сприйняття теоретичних розділів курсу та допоможе курсантам навчитися застосовувати теорію для розв’язання практичних задач оптимізаційного характеру.

Викладений у посібнику матеріал відповідає курсу „Прикладна математика” в частині, що стосується методів оптимізації та охоплює такі теми: екстремум функції n змінних без обмежень, знаходження умовних екстремумів, лінійне програмування, найпростіша задача варіаційного числення, елементи теорії ігор, динамічне програмування. Посібник складається з шести розділів, кожен з яких розбитий на підрозділи. Усі розділи посібника супроводжуються прикладами розв’язання типових задач, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу та є ілюстрацією практичного застосування теоретичних положень.

Поряд з викладенням положень теорії і прикладами розв’язання задач у кінці кожного розділу дається велика кількість задач для самостійного розв’язання, переважна більшість яких військового спрямування. Ці задачі можуть бути використані для аудиторної роботи, це робить посібник універсальним і дозволяє використовувати його як збірник задач.

ВСТУП

Часто у військовій справі, промисловості, економічній діяльності виникає необхідність максимізувати або мінімізувати деяку величину при певних обмеженнях. Наприклад, під час бойових дій командир намагається максимізувати втрати противника, але він обмежений кількістю власної бойової техніки, пального, боезапасів та людей. Так само, бізнесмен бажає максимізувати прибуток, однак при цьому він обмежений загальною кількістю верстатів, наявністю людей, капіталом тощо.

Будь-яка стратегія веде до втрат та вигравів і постає завдання вибрати оптимальну, тобто максимізувати виграв і мінімізувати втрати. Такого роду задачі відносять до задач оптимізації.

Для знаходження оптимальних розв'язків інколи можуть бути застосовані методи класичного математичного аналізу, але більшість задач оптимізації вимагають інших, відмінних від класичних, методів розв'язання. Розгляду цих методів і присвячений навчальний посібник.