

УДК 519.2, 536.532

О.В. Кочан

Науково-дослідний інститут Інтелектуальних комп'ютерних систем  
Тернопільського національного економічного університету, Тернопіль

## МЕТОД УМОВНИХ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛІ ПОХИБКИ ТЕРМОПАР

Розглянуто проблеми, що виникають при моделюванні наслідків процесу деградації електродів термопар – похибки часового дрейфу функції перетворення та похибки від набутої в процесі експлуатації термоелектричної неоднорідності термоелектродів. Показано, що, при використанні класичного методу найменших квадратів (МНК), отримані при умові рівності нулю вільного члена оцінки моделей є зміщеними. Оцінки параметрів моделей, в яких вільний член не рівний нулю, володіють всіма властивостями МНК-оцінок, але вони не мають фізичного змісту. Запропоновано новий метод, в якому модель має фізичний зміст, оцінки коефіцієнтів якого є незміщеними. Метод названо методом умовних найменших квадратів.

**Ключові слова:** метод найменших квадратів, МНК-оцінки параметрів моделі, термопари, похибка від часового дрейфу, похибка від набутої термоелектричної неоднорідності.

### Постановка проблеми

На сьогодні універсальним методом дослідження похибок вимірювальних каналів є імітаційне моделювання. Це вимагає побудови високоякісних моделей компонентів каналів. У більшості вимірювальних каналів домінують похибки сенсорів. При вимірюванні температури термопарами (ТП) найбільше на результат вимірювання впливають:

1. Відхилення індивідуальної функції перетворення (ФП) ТП від номінальної. Згідно стандарту [1], для широко вживаних термопар ХА воно може досягати 8°C.

2. Часовий дрейф ФП ТП. Згідно даних [2, 3], для термопар ХА він може досягати 7...9°C при експлуатації 1000 годин при вимірюванні температурі 800°C.

3. Набута в процесі тривалої експлуатації термоелектрична неоднорідність електродів ТП. Згідно даних [4, 5], для термопар ХА вона може бути досить великою - 10...11°C.

Остання з перелічених похибок вважається найбільш небезпечною [4, 5]. Для корекції та компенсації похибок п. 2 розроблено ряд методів [2, 6 – 8]. Однак ефективність цих методів сильно залежить від умов експлуатації, їх змін, можливості уточнення коригуючих впливів під час експлуатації тощо. Тому для вибору максимально ефективного методу необхідно проведення спеціальних досліджень похибки ТП на протязі всього життєвого циклу. Для такого дослідження шляхом імітаційного моделювання розроблено спеціальний метрологічний програмний тест [9]. Для його роботи необхідно побудувати модель залежності похибки ТП від основних впливаючих факторів.

Через те, що найбільш небезпечною вважається

третя складова похибки (від набутої в процесі тривалої експлуатації термоелектричної неоднорідності електродів ТП), розглянемо побудову моделі зміни похибки ТП для одного з методів корекції цієї похибки [8]. Метод реалізує перерахунок похибки термопар при зміні профілю температурного поля. Він передбачає поділ кожного електрода ТП на ряд ділянок. В межах кожної ділянки дрейф ФП ТП можна вважати однаковим. В такому випадку сумарну похибку ТП  $\Delta_{\Sigma}^{TC}$  для часу експлуатації  $\tau$  знаходять сумуванням змін електрорушійної сили кожної ділянки обох електродів ТП від початкової  $\Delta_i^{X,A}$ . Ці зміни викликані відхиленням поточної температури кожної ділянки  $t_D$  від температури сталої експлуатації  $t_E$ . Для цього потрібні моделі зміни похибки кожної ділянки  $\Delta_i^{X,A} = f(\tau, t_E, t_D)$ , які доцільно будувати як регресійні.

### Фізичні основи побудови регресійних моделей похибок електродів ТП

В основу моделі покладено факт, що похибки від часового дрейфу ФП електродів ТП і від набутої в процесі тривалої експлуатації термоелектричної неоднорідності електродів ТП є проявами одного і того ж процесу – деградації термоелектродів. Тому для заданого часу і температури експлуатації максимального значення похибок від неоднорідності та дрейфу рівні [10].

Для побудови регресійної моделі дрейфу ФП електродів використовуємо результати експериментальних досліджень часового дрейфу, подані у [3]. Вони є найбільш повними. Вони дозволяють побу-

дувати як залежність зміни ФП ТП від часу експлуатації (похибка від часового дрейфу ФП ТП), так і зміни ФП ТП від зміни профілю температурного поля вздовж термоелектродів (похибка від набутої в процесі тривалої експлуатації термоелектричної неоднорідності).

Для побудови регресійної моделі дрейфу було обрано масив результатів вимірювань значень дрейфу ФП термоелектродів хромель та алюмель діаметром 0,7 мм від часу експлуатації при заданій температурі [3]. Характер точок кривої дає підстави побудувати поліноміальну регресію. Як незалежну змінну  $\tau$  (факторна ознака, регресор) для моделі похибки від часового дрейфу ФП ТП обирається час експлуатації. Для моделі похибки від набутої термоелектричної неоднорідності як незалежну змінну обирається температура діапазону (в межах якої може мінятися температура термоелектродів ТТ при зміні профілю температурного поля).

Як залежну (результативну) змінну  $Y$  вибираємо відхилення значення генерованої ТП термоелектродів від початкової. Початкові відхилення ФП ТП від номінальної коригуються на початку експлуатації. Процес деградації термоелектродів в процесі експлуатації визначається в основному умовами експлуатації. Таким чином, результатом корекції є рівність нулю похибки ТП на початку експлуатації для обох моделей (точніше їх похибка на початку експлуатації визначається лише похибкою їх первинної повірки, яка нам не відома).

Важливо також додати, що регресійна модель працює лише за умов, коли факторна ознака відома без похибки, а похибка наявна лише для результативної ознаки [11, 12]. Для даного випадку це відповідає дійсності лише приблизно. Але відхилення часу визначення термо-е.р.с. термоелектрода в межах однієї години при часі експлуатації 1000 ... 10000 годин становить 0,1 ... 0,01%, чим можна нехтувати. Відхилення дійсної температури діапазону від номінальної при експериментальних дослідженнях не перевищують 4 ... 5°C, а функції похибки як від часового дрейфу ФП ТП, так і від набутої термоелектричної неоднорідності, є гладкими, не мають розривів та стрибків, тому відхиленнями вимірних змін від дійсних також можна нехтувати як похибками другої степені малості.

### Побудова регресійної моделі часового дрейфу ФП електродів ТТ методом найменших квадратів

На рис. 1 подано залежності часового дрейфу ФП електродів хромель та алюмель для температури експлуатації 800°C [3]. Вони отримані в результаті експериментальних досліджень на протязі 10000 годин. Як видно з графіків, загальний вид рівняння регресії для хромелю в цьому випадку близький до функції виду  $\hat{y} = \sqrt[3]{x}$ . Для алюмелю можна використати аналогічний вид рівняння регресії або поліном третього степеня.

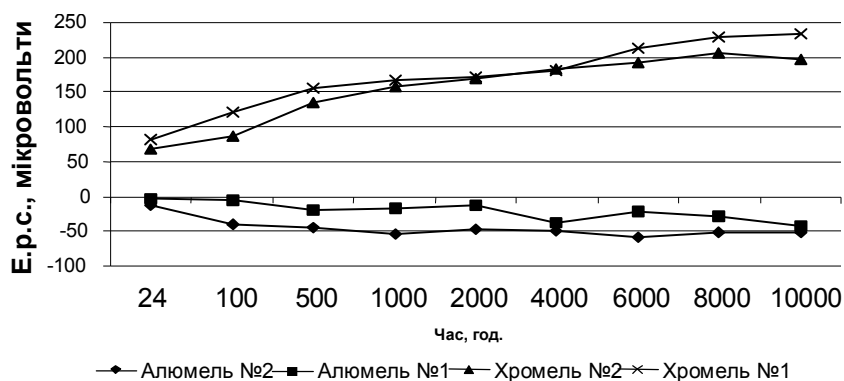


Рис. 1. Залежності часового дрейфу ФП електродів ТТ

Було опрацьовано експериментальні дані [3] та отримано моделі часового дрейфу електродів термопар, які мають найменшу суму квадратів залишків (збурень) серед інших кривих. У табл. 1 представлено регресійні моделі часового дрейфу електродів термопар.

Всі моделі без вільного члена ( $a_0 = 0$ , дивись рядки 1, 2 табл. 1) обох термоелектродів мають одну і ту ж саму особливість. Для них сума залишків (збурень) моделі не дорівнює нулю (рядок 6). А умова  $a_0 = 0$  необхідна для того, щоби дана модель була математич-

ним сподіванням процесу, отже адекватно описувала процес часового дрейфу термоелектродів.

В регресійних моделях, досліджених класичним методом найменших квадратів (МНК) або його узагальненнями, автори явно або неявно постулюють відмінність від нуля вільного члена [12]. Тобто отримана регресійна модель не може бути застосована для опису процесу дрейфу, оскільки оцінки її коефіцієнтів є зміщеними [12]. Крім того, занижується дисперсія оцінок коефіцієнтів моделі, що, в свою чергу, веде до спотворення їх довірчих інтер-

валів. В такому випадку кореляційне відношення (коефіцієнт детермінації  $\hat{R}^2$  [11, 12]) вже не служить адекватною характеристикою якості моделі.

Вказаний недолік відсутній у моделях, де вільний член присутній ( $a_0 \neq 0$ , рядки 4, 5 табл. 1). Однак, як було сказано вище, такі моделі не мають фізи-

чного змісту (суперечать умові рівності нулю дрейфу у початковий момент часу) і у табл. 1 приведені лише для того, щоб переконатися у принциповій можливості побудови кривої, яка задовольняє умову рівності нулю суми залишків регресії (рядок 9) та для порівняння.

Таблиця 1

Регресійні моделі часового дрейфу ФП електродів термопар

№		Хромель №1	Хромель №2	Алюмель №1	Алюмель №1	Алюмель №2	Алюмель №2
1	Вид моделі	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$
2	Коефіцієнти моделі	$a_1 = 47,96$ $a_2 = -11,53$	$a_1 = 58,22$ $a_2 = -17,43$	$a_1 = 13,71$ $a_2 = -10$	$a_1 = 1,48$ $a_2 = -0,95$	$a_1 = -20,87$ $a_2 = 3,1$	$a_1 = -16,86$ $a_2 = 0,27$
3	Сума похибок	-7,73 мкВ	4,61 мкВ	-0,82 мкВ	1,03 мкВ	-0,06 мкВ	-1,68 мкВ
4	Вид моделі	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$
5	Коефіцієнти моделі	$a_0 = -61,13$ $a_1 = 91,4$ $a_2 = -29,16$	$a_0 = 36,47$ $a_1 = 32,30$ $a_2 = -6,91$	$a_0 = -6,52$ $a_1 = 18,34$ $a_2 = -11,88$	$a_0 = 4,39$ $a_1 = -0,05$ $a_2 = -0,84$	$a_0 = -0,48$ $a_1 = -20,53$ $a_2 = 2,96$	$a_0 = -7,19$ $a_1 = -14,37$ $a_2 = 0,08$
6	Сума похибок	Менше $3 \cdot 10^{-13}$ мкВ	0	Менше $3 \cdot 10^{-14}$ мкВ	Менше $3 \cdot 10^{-14}$ мкВ	Менше $6 \cdot 10^{-14}$ мкВ	Менше $10^{-13}$ мкВ

**Побудова регресійної моделі залежності термо-е.р.с. електродів ТП від температури діапазону методом найменших квадратів**

На рис. 2 подано графіки залежності похибки ТП від температури діапазону від 0 до 800°C (при

сталій температурі експлуатації 800°C і для часу експлуатації 1000 годин [3]). Як видно з графіків, загальний вид рівняння регресії для хромелю та алюмелю в цьому випадку близький до функцій вигляду

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x^i, \text{ де } n = 2, 3.$$

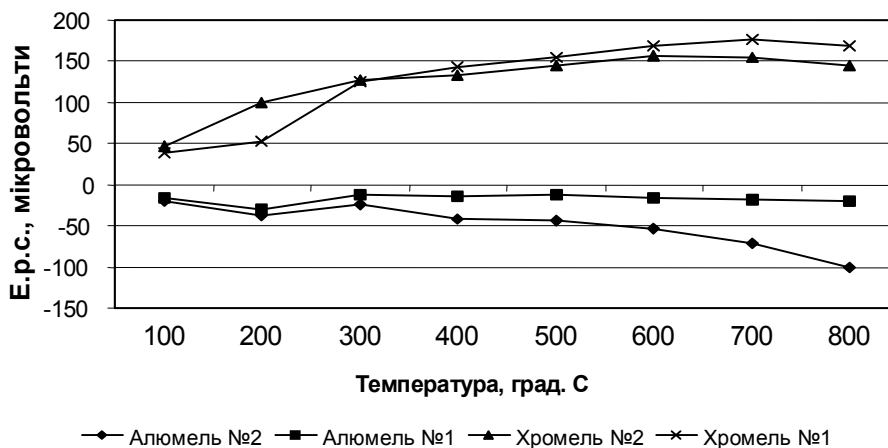


Рис. 2. Залежності похибки ТТ від температури діапазону

В табл. 2, аналогічно до табл. 1, чітко простежується закономірність – у випадку відсутності вільного члена ( $a_0 = 0$ , рядки 4, 5 та 10, 11 табл. 2)

сума залишків (збурень) моделі не дорівнює нулю (рядки 6 і 12 табл. 2). Як було показано при аналізі табл. 1, це не дозволяє використовувати метод МНК

для дослідження даної моделі для адекватного процесу опису похибки термоелектродів Моделі з вільним членом ( $a_0 \neq 0$ , рядки 7, 8 та 13, 14 табл. 2) приведені для порівняння – в них сума залишків (збурень) рівна нулю (див. рядки 9 і 15 табл. 2).

### Метод умовних найменших квадратів

Як було показано вище, математичні моделі часового дрейфу побудовані класичним МНК, не мають фізичного змісту або не дають адекватних оцінок коефіцієнтів. У них не виконується умова рівності нулю суми збурень (залишків). Тому пропонується досліджувати регресію при накладанні умови рівності нулю математичного сподівання збурень. Будується функція Лагранжа

$$L(a_1, \dots, a_n, \lambda) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \lambda \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i), \quad (1)$$

де  $a_1, \dots, a_n$  – параметри регресії;  $y_i, \hat{y}_i$  – спостережені та обчислені за моделлю значення  $\Delta_1^{X,A}$ .

Тоді коефіцієнти регресійної моделі знаходяться із системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0, & \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0, & i = \overline{1, \dots, n}. \end{cases} \quad (2)$$

Пропонований метод можна назвати “методом умовних найменших квадратів”. Коефіцієнти  $a_1, \dots, a_n$ , отримані з (2), як оцінки відповідних параметрів регресійної моделі, володіють властивостями незміщеності, внаслідок чого показники якості моделі стають коректними.

Таблиця 2

Регресійні моделі дрейфу електродів ТП по діапазону вимірювання температури

		Хромель №1	Хромель №2	Алюмель №1	Алюмель №2
1	2	3	4	5	6
1	Вид моделі	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$
2	Коефіц. моделі	$a_3 = 2,9 \cdot 10^{-7}$ $a_2 = -0,0003$	$a_1 = 0,526476$ $a_2 = -0,00044$	$a_1 = -0,07483$ $a_2 = 7 \cdot 10^{-5}$	$a_1 = -0,08755$ $a_2 = -3 \cdot 10^{-5}$
3	Сума похибок	11,79339 мкВ	-5,41435 мкВ	13,93251 мкВ	15,89955 мкВ
4	Вид моделі	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$
5	Коефіц. моделі	$a_0 = -22,955$ $a_1 = 0,56771$ $a_2 = -0,00041$	$a_0 = 10,53864$ $a_1 = 0,477166$ $a_2 = -0,00039$	$a_0 = -27,1186$ $a_1 = 0,052058$ $a_2 = -5 \cdot 10^{-05}$	$a_0 = -30,947$ $a_1 = 0,05725$ $a_2 = -0,0002$
6	Сума похибок	Менше $10^{-12}$ мкВ	0	Менше $10^{-13}$ мкВ	Менше $10^{-13}$ мкВ
7	Вид моделі	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
8	Коефіц. моделі	$a_1 = 0,36423$ $a_2 = 7 \cdot 10^{-5}$ $a_3 = -0,00041$	$a_1 = 0,609592$ $a_2 = -0,00077$ $a_3 = 3 \cdot 10^{-7}$	$a_1 = -0,19275$ $a_2 = 0,000537$ $a_3 = -4 \cdot 10^{-7}$	$a_1 = -0,2474$ $a_2 = 0,0006$ $a_3 = -5 \cdot 10^{-7}$
9	Сума похибок	-3,17164 мкВ	2,044359 мкВ	-3,34995 мкВ	1,555334 мкВ
10	Вид моделі	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
11	Коефіц. моделі	$a_0 = -19,2564$ $a_1 = 0,5292$ $a_2 = -0,00031$ $a_3 = -7 \cdot 10^{-8}$	$a_0 = -12,4122$ $a_1 = 0,715948$ $a_2 = -0,00101$ $a_3 = 4 \cdot 10^{-7}$	$a_0 = -20,339$ $a_1 = -0,01848$ $a_2 = 0,00013$ $a_3 = 1 \cdot 10^{-7}$	$a_0 = -9,4431$ $a_1 = -0,1665$ $a_2 = 0,000414$ $a_3 = 4 \cdot 10^{-7}$
12	Сума похибок	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-12}$ мкВ

## Побудова регресійних моделей методом умовних найменших квадратів

Регресійні моделі часового дрейфу ФП хромелю та алюмелью, побудовані за методом умовних найменших квадратів, подано в табл. 3 (для умов, аналогічних табл. 1).

В табл. 3 приведені результати МУНК оцінок регресійної моделі без вільного члена похибки дрейфу термоелектродів, для тих самих умов, що і в табл. 1. Для такої моделі сума залишків несуттєво відрізняється від нуля. Відхилення від нуля можна пояснити похибками заокруглення.

Аналогічні моделі залежності похибки ТП від температури діапазону вимірювання без вільного члена, подано в табл. 4 (для умов, аналогічних табл. 2).

### Висновки

Отримані в статті результати дослідження показали наявність суттєвої суперечності між математичними моделями похибок ТП (побудованими класичним МНК) і принципами обчислення цих похибок під час експериментальних досліджень. Використання МНК дає коректні результати тільки для мо-

делей із  $a_0 \neq 0$ . А метод обчислення значень змін генерованої термо-е.р.с. при обробленні результатів експериментальних досліджень виключає наявність вільного члена (він мусить бути рівним нулю). Хоча в деяких випадках значення вільного члена мале (наприклад, часовий дрейф електрода Хромель №1, табл. 1) і ним можна було би нехтувати, однак в більшості випадків це значення співмірне з отриманими при експериментальних дослідженнях змінами генерованої ТТ термо-е.р.с. Отже, така модель не прийнятна, у ній присутній параметр, позбавлений фізичного змісту.

Таку суперечність не можна пояснити похибками вимірювання. Рівність нулю вільного члена визначається не в результаті вимірювання, а в результаті наступного оброблення даних вимірювання. Наявність інструментальної або методичної похибки під час вимірювання генерованої термо-е.р.с. не може впливати на результат віднімання вимірної початкової термо-е.р.с. від неї ж. Наявність похибок вимірювання може впливати на похибку регресійної моделі при не нульових значеннях аргументів. Тим більше, що в отриманих регресійних моделях (при заданому нульовому значенні вільного члена) також сума залишків (збурень) не рівна нулю.

Таблиця 3

Регресійні моделі часового дрейфу електродів термопар

№		Хромель №1	Хромель №2	Алюмель №1	Алюмель №1	Алюмель №2	Алюмель №2
1	Час експлуат.	Від 0 до 10000 год.	Від 0 до 10000 год.	Від 0 до 10000 год.	Від 0 до 10000 год.	Від 0 до 10000 год.	Від 0 до 10000 год.
2	Темпер. експл.	800°C	800°C	800°C	800°C	800°C	800°C
3	Вид моделі	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt[3]{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$
4	Коефіцієнти моделі	$a_1 = 47,35$ $a_2 = 6,30$	$a_1 = 43,4$ $a_2 = 5,55$	$a_1 = 13,94$ $a_2 = -4,95$	$a_1 = 2,48$ $a_2 = -0,88$	$a_1 = -21,74$ $a_2 = -4,52$	$a_1 = -27,06$ $a_2 = -0,6$
5	Сума похибок	Менше $1,7 \cdot 10^{-12}$ мкВ	менше $10^{-12}$ мкВ	менше $1,1 \cdot 10^{-13}$ мкВ	менше $4,3 \cdot 10^{-13}$ мкВ	менше $7,8 \cdot 10^{-14}$ мкВ	менше $9,3 \cdot 10^{-13}$ мкВ

Таблиця 4

Регресійні моделі дрейфу електродів ТТ по діапазону вимірювання температури

		Хромель №1	Хромель №2	Алюмель №1	Алюмель №2
1	Час експлуат.	1000 год.	1000 год.	1000 год.	1000 год.
2	Темпер. експл.	800 °C	800 °C	800 °C	800 °C
3	Темпер. діапаз.	Від 0 до 800 °C	Від 0 до 800 °C	Від 0 до 800 °C	Від 0 до 800 °C
4	Вид моделі	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2$
5	Коефіц. моделі	$a_1 = 0,529859$ $a_2 = -0,00044$	$a_1 = 0,452935$ $a_2 = -0,0003$	$a_1 = -0,083535$ $a_2 = 7,85 \cdot 10^{-5}$	$a_1 = -0,097483$ $a_2 = -2,03 \cdot 10^{-5}$
6	Сума похибок	менше $1,2 \cdot 10^{-12}$ мкВ	менше $2,7 \cdot 10^{-13}$ мкВ	менше $4,3 \cdot 10^{-14}$ мкВ	менше $1,8 \cdot 10^{-13}$ мкВ
7	Вид моделі	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	$\hat{y} = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$

		Хромель №1	Хромель №2	Алюмель №1	Алюмель №2
8	Коефіц. моделі	$a_1 = 0,36076$ $a_2 = 8,509 \cdot 10^{-5}$ $a_3 = 3,445 \cdot 10^{-7}$	$a_1 = 0,607357$ $a_2 = -0,00076$ $a_3 = 2,9 \cdot 10^{-7}$	$a_1 = -0,19641$ $a_2 = 0,000546$ $a_3 = -4,22 \cdot 10^{-7}$	$a_1 = -0,249094$ $a_2 = 0,0006$ $a_3 = -5,7 \cdot 10^{-7}$
9	Сума похибок	менше $3,2 \cdot 10^{-11}$ мкВ	менше $5,2 \cdot 10^{-11}$ мкВ	менше $1,6 \cdot 10^{-12}$ мкВ	менше $5,7 \cdot 10^{-12}$ мкВ

Цю суперечність також не можна пояснити похибками обчислень, оскільки, по перше, результати досліджень регресійних моделей проведено у всіх версіях програмного комплексу Microsoft Excel (97, 2000, 2002, 2003, 2007, 2010, 2013), а також в програмі Стадія 6.3. Отримані результати ідентичні.

Описана ситуація, як видно з табл. 1 і 2, носить не поодинокий характер. Тому виявлені протиріччя вказують на принципові проблеми, які виникають при дослідженні регресійних моделей класичним МНК за результатами деяких експериментальних досліджень. Як видно з табл. 3 і 4, метод умовних найменших квадратів дозволяє вирішити цю проблему.

### Список літератури

1. International standard Thermocouples : IEC 584-2. – Geneva, 1982 ( Міжнародний стандарт).
2. Kortvelyessy L. Thermoelement Praxis / L. Kortvelyessy. – Vulkan-Verlag, Essen, 1981. S. – 498.
3. Рогельберг Л.А. Изменения термоэлектрической силы проволок из хромеля и алюмеля при нагреве на воздухе при 800°C продолжительностью до 10000 ч. Том III. / Л.А. Рогельберг, Э.Н. Пугидина, Г.Н. Покровская и др. // Сб. Исследование сплавов для термопар. – Труды института Гипроцветметобработка. – М.: Металлургия, 1969.
4. Southworth D.J. Temperature Calibration with Isotech Block Baths / D.J. Southworth. – Handbook of Isothermal Corporation Limited, 1999.
5. Sloneker K.C. Thermocouple inhomogeneity / K.C. Sloneker // Ceramic industry. – April 2009. – Issue number 4. – Volume 159. – P. 13-18.

6. United States Patent 3.499.340. 73-1. G01K 15/00. Self calibrating temperature sensing probe and probe – indicator combination // Alf Hundves, Henz G. Buschfort. – 1968.

7. Патент №50830 Україна, МПК 7 G06F15/18. Спосіб формування навчальної вибірки прогнозуючої дрейф пристрою збору даних нейронної мережі // Саченко А., Кочан В., Турченко В. (Україна), Головка В., Савицький Ю. (Білорусь), Лаопулоус Т. (Греція). – Заявл. 04.01.2000; Опубл. 15.11.2002. – 14 с.

8. Пат. 92192 Україна, МПК G01K 7/02. Спосіб корекції похибки неоднорідності термопар // Васильків М., Кочан О.В., Кочан В.В. – № а200805623; заявл. 29.04.2008; опубл. 10.11.09, Бюл. №21.

9. Kochan R. Development of the simulation model of thermocouples / R. Kochan, A. Sаченко, V. Kochan, R. Pasichnyk // Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference IMTC/2003, Vail, CO, May 20-22. – P. 1673-1677.

10. Кочан О.В. Оцінка максимальної похибки неоднорідних термопар / О.В. Кочан, Р.В. Кочан, В.Я. Яскілка, Н.М. Васильків // Вісник Тернопільського Державного Технічного Університету. – 2007. – №.1 – С. 122-129.

11. Rawlings J.O. Applied Regression Analysis: A Research Tool Second Editio / J.O. Rawlings, S.G. Pantula, D.A Dickey. – Springer-Verlag, 1998. – 678 p.

12. Грубер Й. Эконометрия, том 1. Введение в эконометрию / Й. Грубер. – К.: Астарта, 1996. – 397 с.

Надійшла до редколегії 29.06.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.О. Саченко, Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль.

### МЕТОД УСЛОВНЫХ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ТЕРМОПАР

О.В. Кочан

Рассмотрены проблемы, возникающие при моделировании последствий процесса деградации электродов термопар – погрешности временного дрейфа функции преобразования и погрешности от приобретенной в процессе эксплуатации термоэлектрической неоднородности термоэлектродов. Показано, что при использовании классического метода наименьших квадратов (МНК) полученные при условии равенства нулю свободного члена оценки моделей являются смещенными. Оценки параметров моделей, в которых свободный член не равен нулю, владеют всеми свойствами МНК-оценок, но они не имеют физического смысла. Предложен новый метод, в котором модель имеет физический смысл, оценки коэффициентов которого являются несмещенными. Метод назван методом условных наименьших квадратов.

**Ключевые слова:** метод наименьших квадратов, МНК-оценки параметров модели, термопары, погрешность от временного дрейфа, погрешность от приобретенной термоэлектрической неоднородности.

### THE CONDITIONAL LEAST SQUARES METHOD FOR THERMOCOUPLES ERROR MODELING

O.V. Kochan

The problems in modeling of consequences of thermocouples electrodes degradation processes are considered in this paper. It is showed that application of the least squares method (LSM) leads to bias in estimated model coefficients a when free member is equal to zero. Estimations of model coefficients made by LSM when a free member is not equal to zero have all properties of traditional LSM-estimations but haven't got any physical sense. The new method which has a physical sense is proposed in this paper. Its estimations of the coefficients are unbiased. Method is called the conditional least squares method.

**Keywords:** the least squares method, LSM-estimations of model coefficients, thermocouples, error of drift, acquired during operation time inhomogeneity of thermoelectrodes.